

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 5 — 1973

УДК 537.591.15

В. В. ГУЖАВИН, И. П. ИВАНЕНКО, Ю. И. ПАСХАЛОВ

О ФУНКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННОГО ЛИВНЯ В ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ АТМОСФЕРЕ

Методом моментов рассчитаны функции пространственного распределения ливневых электронов на разных глубинах развития электронно-фотонного ливня в изотермической атмосфере. Расчеты пространственных моментов проведены по формулам, учитывающим точную зависимость моментов от глубины t .

В работе [1] был развит метод вычисления моментов функции пространственного распределения электронов в каскадном ливне, развивающемся в изотермической атмосфере. Методом моментов были также рассчитаны функции пространственного распределения электронов в приближении A теории для ливня, развивающегося в вертикальном направлении в атмосфере. При вычислении моментов ограничивались только членами, пропорциональными $\exp[\lambda_1(s)t]$, а членами, содержащими другие экспоненты по t , пренебрегали. В [2] для случая развития ливня в однородной среде было показано, что с учетом всех членов, содержащих другие экспоненты $\exp[\lambda_i(s+n)t]$, ($i=1, 2$), в интервале изменения энергий $10^2 \lesssim E_0/E \lesssim 10^6$ второй пространственный момент, зависящий от переменных s и t , меняется не более чем на 15%, четвертый — в несколько раз и шестой — примерно на два порядка. Такое изменение моментов приводит к изменению функции пространственного распределения ливневых частиц не более чем в 1,5—2 раза по сравнению с аналогичной функцией, рассчитанной по моментам с учетом только члена с $\exp[\lambda_1(s)t]$.

В настоящей работе исследуется влияние членов с другими экспонентами на величину первых трех пространственных моментов и на саму функцию пространственного распределения частиц электронно-фотонного ливня, развивающегося вертикально в изотермической атмосфере. Рассмотрение подобного типа задач крайне важно для построения теории атмосферных вариаций широких атмосферных ливней.

В исходной системе уравнений работы [2] для функций распределения электронов $P(E_0, E, t, \vec{r}, \vec{\theta})$ и фотонов $\Gamma(E_0, E, t, \vec{r}, \vec{\theta})$ необходимо учесть изменение плотности атмосферы. Это приводит к системе уравнений

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \vec{\theta} \frac{\partial P}{\partial \vec{r}} \frac{dz}{dt} = -A'P + B'\Gamma + \frac{E_k^2}{4E^2} \Delta_0 P,$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \vec{\theta} \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}} \frac{dz}{dt} = C'P - D'\Gamma, \quad (1)$$

где глубина t измеряется в радиационных единицах, а величины r, z — в метрах. Все функции, входящие в (1), определены в работах [1 и 2].

Систему уравнений (1) можно решить методом моментов [2]. Для этого умножим (1) на $E^{s+m+n} (x^m \theta_x^n + y^m \theta_y^n)$ и проинтегрируем по x, y, θ_x, θ_y от $-\infty$ до $+\infty$, а по E от 0 до ∞ . В результате получим

$$\begin{aligned} \partial P_{mn}(E_0, s+m+n, t)/\partial t = & -A(s+m+n)P_{mn}(E_0, s+m+n, t) + \\ & + B(s+m+n)\Gamma_{mn}(E_0, s+m+n, t) + (E_k^2/4)n(n-1)P_{m,n-2}(E_0, \\ & s+m+n-2, t) + m(\rho_0/t_0)(dz/dt)P_{m-1, n+1}(E_0, s+m+n, t), \quad (2) \\ \partial \Gamma_{mn}(E_0, s+m+n, t)/\partial t = & C(s+m+n)P_{mn}(E_0, s+m+n, t) - \\ & - D\Gamma_{mn}(E_0, s+m+n, t) + m(\rho_0/t_0)(dz/dt) \times \\ & \times \Gamma_{m-1, n+1}(E_0, s+m+n, t), \end{aligned}$$

где

$$P_{mn}(E_0, s+m+n, t) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty E^{s+m+n} (x^m \theta_x^n + y^m \theta_y^n) P dE dx dy d\theta_x d\theta_y,$$

$$\Gamma_{mn}(E_0, s+m+n, t) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty E^{s+m+n} (x^m \theta_x^n + y^m \theta_y^n) \Gamma dE dx dy d\theta_x d\theta_y. \quad (3)$$

Число радиационных единиц t в изотермической среде определяется из соотношения $t = T_0 \exp(-z/T)$, где z — геометрический путь, проходимый ливнем в атмосфере, T — высота стандартной атмосферы ($T \simeq 8$ км). Количество вещества в стандартной атмосфере составляет $T_0 = \rho_0 T/t_0 \simeq 28$ радиационных единиц при $t_0 = 37,1$ г/см². Отметим, что для изотермической атмосферы $|dz/dt| = T/t$.

При $m=0$ и различных $n=0, 2, 4 \dots$ системы уравнений (2) будут совпадать с аналогичными системами для однородной среды [2]. Это связано с тем, что для вертикального ливня в атмосфере полное число частиц на глубине t и их угловое определение остаются такими же, как и в однородной среде. Система уравнений (2) является системой обыкновенных неоднородных дифференциальных уравнений. Из системы (2) можно получить точные аналитические выражения для трансформант Меллина моментов функций пространственного распределения для любого m . Схема расчетов здесь такая же, как и в работе [2]. Например, для $m=2, n=0$ имеем

$$P_{20}(E_0, s+2, t) = T_0^2 E_0^s E_k^2 \sum_{i=1}^2 H_i(s+2) \left\{ \frac{G_1(s)}{\lambda_1(s) - \lambda_i(s+2)} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{n=1}^{\infty} [\lambda_1(s) - \lambda_i(s+2)]^n t^n / (n^2 n!) \right\} +$$

$$+ \frac{G_2(s)}{\lambda_2(s) - \lambda_i(s+2)} \sum_{n=1}^{\infty} [\lambda_2(s) - \lambda_i(s+2)]^{nt^n/(n^2 n!)} \} \times \\ \times \exp[\lambda_i(s+2)t] = T_0^2 E_0^s E_k^2 P_{20}(s+2, t), \quad (4)$$

$$\Gamma_{20}(E_0, s+2, t) = T_0^2 E_0^s E_k^2 C(s+2) \sum_{i=1}^2 H_i(s+2) K_i(s+2) \times \\ \times \left\{ \frac{G_1(s)}{\lambda_1(s) - \lambda_i(s+2)} \sum_{n=1}^{\infty} [\lambda_1(s) - \lambda_i(s+2)]^{nt^n/(n^2 n!)} + \right. \\ \left. + \frac{G_2(s)}{\lambda_2(s) - \lambda_i(s+2)} \sum_{n=1}^{\infty} [\lambda_2(s) - \lambda_i(s+2)]^{nt^n/(n^2 n!)} \right\} \times \\ \times \exp[\lambda_i(s+2)t] = T_0^2 E_0^s E_k^2 \Gamma_{20}(s+2, t). \quad (5)$$

Обозначения в (5) те же, что и в работе [2]. Выражения для более высоких моментов весьма громоздки, и поэтому приводить их здесь не будем.

Дифференциальные по энергии нормированные моменты определялись по формуле

$$\langle r^m(t, s) \rangle = \frac{t^m P_{m0}(s+m, t)}{\langle \cos^m \varphi \rangle P_{00}(s, t)} \left(\frac{E_k}{E} \right)^m, \quad (6)$$

где множитель t^m — коэффициент пересчета, связанный с приближенным учетом изменения плотности атмосферы вдоль оси ливня, а $\langle \cos^m \varphi \rangle$ появляется при переходе от декартовых координат к полярным. Введение множителя t^m позволяет корректным образом сравнивать моменты, полученные при решении системы (1) для стандартной изотермической атмосферы, с моментом для однородной атмосферы [2]. Величина r в (6) измеряется в радиационных единицах. Если в системе (2) произвести замену переменной

$$t = t' + t_{\text{зар}}, \quad (7)$$

то получим решение с учетом глубины зарождения ливня в атмосфере. В соотношении с (7) $t_{\text{зар}}$ — глубина зарождения вертикального ливня, а новая переменная t' отсчитывается от уровня зарождения. Результаты расчетов моментов функций пространственного распределения электронов в ливне, образованном фотоном в атмосфере на различных глубинах зарождения ливня, для ряда значений переменных s и t приведены в таблице.

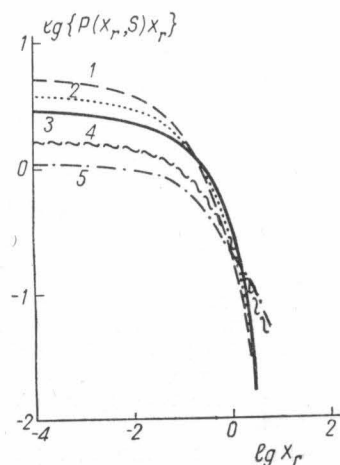
Для тех же значений s и t в таблице приведены моменты аналогичной функции распределения в однородной атмосфере. Как видно из таблицы, моменты для ливней, развивающихся в изотермической атмосфере с учетом изменения плотности, больше соответствующих моментов для ливней в однородной среде. Различие моментов в однородной среде и моментов для изотермической атмосферы при $t_{\text{зар}}=0$ на глубинах t , соответствующих примерно $E_0/E=10^2$, составляет для $m=2 \sim 2$ раза, для $m=4 \sim 10$ раз, для $m=6 \sim 15$ раз. Однако с ростом t это различие при всех s быстро уменьшается. Как видно из таблицы, моменты всех порядков с увеличением $t_{\text{зар}}$ уменьшаются, прибли-

Дифференциальные по энергии моменты $\langle r^m \rangle \left(\frac{E}{E_k} \right)^m$ функций пространственного распределения электронов от первичного фотона

s	t	Однородная среда			Изотермическая атмосфера					
		m=2	m=4	m=6	$t_{\text{зап}}=10$			$t_{\text{зап}}=0$		
					m=2	m=4	m=6	m=2	m=4	m=6
0,6	5	$2,262 \cdot 10^{-1}$	$5,849 \cdot 10^{-1}$	5,641	$2,560 \cdot 10^{-1}$	$8,181 \cdot 10^{-1}$	$1,037 \cdot 10$	$3,885 \cdot 10^{-1}$	3,300	$1,806 \cdot 10^2$
	10	$2,372 \cdot 10^{-1}$	$7,317 \cdot 10^{-1}$	$1,142 \cdot 10$	$2,628 \cdot 10^{-1}$	1,019	$2,488 \cdot 10$	$3,004 \cdot 10^{-1}$	1,848	$1,785 \cdot 10^2$
	15	$2,373 \cdot 10^{-1}$	$7,353 \cdot 10^{-1}$	$1,187 \cdot 10$	$2,572 \cdot 10^{-1}$	$9,537 \cdot 10^{-1}$	$2,255 \cdot 10$	$2,736 \cdot 10^{-1}$	1,204	$5,021 \cdot 10$
1,0	5	$5,039 \cdot 10^{-1}$	2,104	$2,788 \cdot 10$	$5,931 \cdot 10^{-1}$	3,147	$5,524 \cdot 10$	1,101	$1,839 \cdot 10$	$1,404 \cdot 10^3$
	10	$6,973 \cdot 10^{-1}$	5,818	$2,416 \cdot 10^2$	$8,452 \cdot 10^{-1}$	$1,064 \cdot 10$	$7,814 \cdot 10^2$	1,198	$4,426 \cdot 10$	$1,571 \cdot 10^4$
	15	$7,208 \cdot 10^{-1}$	7,022	$4,332 \cdot 10^2$	$8,494 \cdot 10^{-1}$	$1,264 \cdot 10$	$1,416 \cdot 10^3$	1,001	$2,984 \cdot 10$	$1,595 \cdot 10^4$
	20	$7,225 \cdot 10^{-1}$	7,188	$4,800 \cdot 10^2$	$8,266 \cdot 10^{-1}$	$1,179 \cdot 10$	$1,578 \cdot 10^3$	$9,024 \cdot 10^{-1}$	$1,834 \cdot 10$	$7,238 \cdot 10^3$
1,4	10	1,527	$2,398 \cdot 10$	$1,516 \cdot 10^3$	2,018	$5,122 \cdot 10^1$	$5,652 \cdot 10^3$	3,620	$3,216 \cdot 10^2$	$1,603 \cdot 10^5$
	15	1,884	$4,775 \cdot 10$	$6,058 \cdot 10^3$	2,526	$1,163 \cdot 10^2$	$3,064 \cdot 10^4$	3,744	$5,138 \cdot 10^2$	$5,810 \cdot 10^5$
	20	1,987	$6,054 \cdot 10$	$1,080 \cdot 10^4$	2,593	$1,472 \cdot 10^2$	$6,145 \cdot 10^4$	3,304	$4,472 \cdot 10^2$	$7,609 \cdot 10^5$
	25	2,012	$6,515 \cdot 10$	$1,357 \cdot 10^4$	2,531	$1,47 \cdot 10^2$	$7,532 \cdot 10^4$	2,931	$3,157 \cdot 10^2$	$5,956 \cdot 10^5$

жаясь к моментам для однородной среды. Моменты для неоднородной атмосферы очень сильно отличаются от моментов для однородной атмосферы там, где плотности сред сильно различаются. В случае неоднородной атмосферы моменты с изменением глубины t меняются более сильно по сравнению с изменением в однородной среде [2] из-за влияния неоднородности.

Зная три первых пространственных момента, мы можем, используя известный способ аппроксимации функций пространственного распределения по моментам [3], рассчитать значения функций пространственного распределения для неоднородной атмосферы. На рисунке для примера приведены результаты расчета функции пространственного распределения для $s=1$. На рисунке изображены функции для отношения $E_0/E \simeq 10^6$ (глубина $t=14$), определенного по одномерному условию перевала. Из рисунка видно, что на большей части интервала изменения переменной $x_r = Er/E_k$ от $\sim 10^{-4}$ до ~ 3 функции пространственного распределения, построенные по асимптотическим моментам и приближенным значениям моментов, практически совпадающим с асимптотическими (1), отличаются от точных (2) на несколько десятков процентов. Три кривые изображены при отношении $E_0/E \simeq 10^2$ (глубина $t \simeq 4,6$). Кривая 3 построена по асимптотическим значениям моментов, кривая 5 — по точным, кривая 4 построена по приближенным моментам. Последние две кривые отличаются от 3 уже примерно в 2 раза, что соответствует отличию функций по s на несколько десятых. Для меньших глубин t или величины отношения E_0/E различие функций между собой становится существенно больше, и они в несколько раз отличаются от функции при $E_0/E \simeq 10^6$.



Интегральная по энергии функция пространственного распределения электронов $P(x_r, s)$ в неоднородной атмосфере

ЛИТЕРАТУРА

1. Гужавин В. В., Иваненко И. П., Пасхалов Ю. И. «Изв. АН СССР», сер. физич., **33**, 1567, 1969.
2. Гужавин В. В., Иваненко И. П., Кириллов А. А., Пасхалов Ю. И. «Ядерная физика», **15**, 500, 1972.
3. Guzhavin V. V., Ivanenko I. P. Suppl. del Nuovo Cimento, **8**, Serie X, 749, 1958.

Поступила в редакцию
6.7 1971 г.

НИИЯФ