Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1973

УДК 530.12:531.51

А. Ф. ПАПЫРИН

СИЛЬНАЯ ГРАВИТАЦИЯ

В рамках общей теории относительности построена модель сильно взаимодействующей частицы при допущении, что метрическим тензором в микромире является тензор второго ранга $f_{\mu\nu}$, описывающий частицы спина 2 с $m \neq 0$. Оценена величина константы взаимодействия, которая оказалась близкой к величине константы сильной связи. Из чисто геометрических соображений получена гипотеза векторной доминантности.

Идеи возможности учета гравитации в физике элементарных частиц высказывались еще Эйнштейном [1]. В последнее время интерес к этой проблеме резко обострился, особенно благодаря серии работ Салама с сотрудниками [2—6] и М. А. Маркова [7—10].

Но, на наш взгляд, в силу наличия мезонов спина 2 с $m \neq 0$, описываемых симметричным тензором второго ранга $f_{\mu\nu}$, в физике элементарных частиц скорее имеет право на существование гипотеза, заключающаяся в отождествлении $f_{\mu\nu}$ с метрическим тензором. Как будет видно из дальнейшего, $f_{\mu\nu}$ может играть в физике адронов роль, подобную $g_{\mu\nu}$ в гравитации.

1. Считая $f_{\mu\nu}$ метрическим тензором, можно построить уравнение типа уравнений Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R f_{\mu\nu} + \lambda f_{\mu\nu} = 0, \qquad (1)$$

где $R_{\mu\nu}$ и R выражаются через $f_{\mu\nu}$, аналогично тому как они выражаются через $g_{\mu\nu}$ в обычной гравитации (такую «гравитацию», следуя Саламу будем называть «сильной гравитацией»), λ — массовый член, который определенным образом связан с массой f-мезона. Вид этой связи мы найдем рассмотрев линейное приближение к уравнению (1), следуя работе [11].

Из уравнения (1) сворачиванием с $f_{\mu\nu}$ можно получить эквивалентное уравнение

$$R_{\mu\nu} = \lambda f_{\mu\nu}.$$

Представим $f_{\mu\nu}$ в виде

$$f_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu},$$

где $\eta_{\mu\nu}$ — метрический тензор Минковского.

Делая обычные предположения, можно получить приближенное выражение

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \Box h_{\mu\nu}.$$

Далее, подставляя $h_{\mu\nu} = f_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}$, получим линейное уравнение

$$(\Box - 2\lambda) f_{\mu\nu} = 0$$

для $f_{\mu\nu}$, которое по форме совпадает с уравнением Фирца — Паули [12] для частиц спина 2 с $m \neq 0$:

$$\left(\Box - \left(\frac{m_f c}{\hbar}\right)^2\right) f_{\mu\nu} = 0.$$

Естественно положить

$$2\lambda = \left(\frac{m_f c}{\hbar}\right)^2. \qquad (2)$$

Сворачивая уравнение (1) с метрическим тензором $f_{\mu\nu}$, найдем связь между скалярной кривизной и λ

$$R = 4\lambda = 2\left(\frac{m_f c}{\hbar}\right)^2.$$

2. Учитывая, (2), формально можно отыскивать различные решения уравнения (1).

Рассмотрим сферически симметричный статический случай. Используя решение для пустого пространства де Ситтера [13], получим

$$ds^2 = -\gamma^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 - \sin^2\theta\, d\varphi^2) + \gamma dt^2,$$

где

$$\gamma = 1 - \frac{1}{3}\lambda r^2. \qquad (3)$$

Корнем (3) будет $r = \sqrt{\frac{3}{\lambda}} \simeq 2{,}8 \cdot 10^{-14}$ *см*,

что, по-видимому, может служить качественной оценкой для радиуса протона («адрона»). Таким образом, идея пространства-времени постоянной кривизны с метрическим тензором $f_{\mu\nu}$ приводит к пространственно-конечной «вселенной» радиуса $\sim 10^{-14}$ *см*.

3. При дальнейшем рассмотрении будем учитывать заряд. Рассмотрим задачу, аналогичную рейснер-нордстремовской для пространства де Ситтера. Тогда для γ получим

$$\gamma = 1 + \frac{\varkappa e^2}{r^2} - \frac{1}{3}\lambda r^2,$$

где

$$\varkappa = \frac{8\pi g}{c^4},$$

а g — аналог ньютоновской гравитационной константы. Считая, что заряд подправляет радиус протона до его экспериментального значения $r_p^2 \simeq 0{,}75$ *фм*^{2}, можно записать $\varkappa \simeq 2{,}3 \cdot 10^{-7}$ $г^{-1} см^{-1} сек^2$.

Для константы сильной связи получим $g \simeq 7{,}4 \cdot 10^{33}$ $г^{-1}$см^3 $сек^{-2}$, что особенно ясно при переходе к безразмерным величинам.

Предполагая, что частица является пространственно-замкнутым миром Эйнштейна [1], получим

$$\lambda = \frac{\varkappa \rho c^2}{2} = \frac{1}{r^2}, \tag{4}$$

далее предполагая, что частица является протоном, получим

$$\varkappa = \frac{2\lambda}{\rho c^2} \simeq 0{,}8 \cdot 10^{-8}\ г^{-1}\ сек^2.$$

Ввиду невозможности однозначно определить $\varkappa$, а следовательно и g, рассмотрим случай:

$$g' = \frac{e^2}{m_p m_e} = 1{,}53 \cdot 10^{32}\ г^{-1}\ см^3\ сек^{-2},$$

тогда

$$\varkappa' = 0{,}47 \cdot 10^{-8}\ г^{-1}\ см^{-1}\ сек^2,$$

где m_p и m_e — массы протона и электрона, т. е. в данном случае электромагнитное взаимодействие между электроном и протоном моделируется гравитационным взаимодействием с константой g'.

По аналогии с безразмерной константой электромагнитного взаимодействия

$$\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c} = 1/137$$

можно построить константу для взаимодействия двух протонов (в общем случае адронов):

$$\alpha_s = \frac{g' m_p^2}{\hbar c} \simeq 13{,}4$$

(что находится в хорошем приближении к константе сильного взаимодействия). Таким образом, сильная гравитация дает возможность универсально рассматривать электромагнитные и сильные взаимодействия. Здесь, однако, имеется и ряд очевидных трудностей, обсуждение которых выходит за рамки данной работы.

Имея новую константу g', получим следующие уравнения:

$$m_0' = \left(\frac{\hbar c}{g'}\right)^{1/2} \simeq 0{,}44 \cdot 10^{-24} г,$$

$$m_1' = \frac{e}{g'^{1/2}} \simeq 0{,}4 \cdot 10^{-25}\ г,$$

$$l_0' = \left(\frac{\hbar g'}{c^3}\right) \simeq 0{,}75 \cdot 10^{-13}\ см.$$

Подробное обсуждение сходных величин в гравитации см. в [7].

4. Рассмотрим уравнение Максвелла в поле сильной гравитации:

$$F^{\mu\nu}_{;\nu} = J^{\mu}, \tag{5}$$

где $F^{\mu\nu}$ антисимметричный тензор напряженности электромагнитного поля:

$$F_{\mu\nu} = A_{\nu;\mu} - A_{\mu;\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}.$$

Ковариантная производная определяется обычным образом, а символы Кристоффеля выражены через метрический тензор $f_{\mu\nu}$:

$$\Gamma^{\sigma}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} f^{\sigma\mu} \left(\frac{\partial f_{\mu\nu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial f_{\nu\lambda}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial f_{\mu\nu}}{\partial x^{\lambda}} \right).$$

Сделаем некоторые преобразования (5):

$$J_{\mu} = F^{\alpha}_{\mu;\alpha} = (f^{\alpha\beta} F_{\mu\beta})_{;\alpha} = f^{\alpha\beta} F_{\mu\beta;\alpha} =$$
$$= f^{\alpha\beta} (A_{\mu;\beta;\alpha} - A_{\beta;\mu;\alpha}).$$

Воспользуемся тождеством

$$A_{\mu;\nu;\alpha} - A_{\mu;\alpha;\nu} = A_{\varepsilon} R^{\varepsilon}_{\mu\nu\alpha}.$$

Тогда

$$J_{\mu} = f^{\alpha\beta} (A_{\mu;\beta;\alpha} - A_{\beta;\alpha;\mu} + R^{\varepsilon}_{\beta\alpha\mu} A_{\varepsilon}) =$$
$$= f^{\alpha\beta} A_{\mu;\beta;\alpha} - (A^{\alpha}_{;\alpha})_{;\mu} + R^{\varepsilon}_{\mu} A_{\varepsilon}.$$

В силу дополнительного условия

$$A^{\alpha}_{;\alpha} = 0$$

и

$$f^{\alpha\beta} A_{\mu;\beta;\alpha} = -\Box A_{\mu},$$

получим

$$-\Box A_{\mu} = J_{\mu} - R^{\varepsilon}_{\mu} A_{\varepsilon}.$$

В пустом пространстве де Ситтера при $J_{\mu} = 0$ с учетом

$$R_{\mu\nu} = \lambda f_{\mu\nu}$$

получим

$$\left(\Box - \frac{1}{2} \left(\frac{m_f c}{\hbar} \right)^2 \right) A_{\mu} = 0$$

или

$$\left(\Box - \left(\frac{m_{\rho} c}{\hbar} \right)^2 \right) A_{\mu} = 0,$$

где

$$m_{\rho} = \frac{m_f}{\sqrt{2}} \qquad (6)$$

(m_p — масса векторного мезона).

Из чисто геометрических соображений вытекает идея векторной доминантности [14], широко применяемая в квантовой электродинамике, основное содержание которой заключается в том, что электромагнитное поле с адронами взаимодействует через посредство нейтральных векторных мезонов.

Соотношение дает возможность установить связь между массами ρ- и f-мезонов: ρ-мезонами мы условно называем все нейтральные векторные 1^--мезоны, а f-мезонами — нейтральные тензорные мезоны 2^+.

Аналогично гипотезе векторной доминантности естественно высказать гипотезу f-доминантности [2, 15, 16], которая позволяет рассмотреть связь между обычной гравитацией и сильной f-мезонной гравитацией.

Мезоны 2^+	Масса, *Мэв*	Мезоны 1^-	Масса, *Мэв*	Массы мезонов $m_\rho = \frac{m_f}{\sqrt{2}}$
f	1269	ρ	765	888
A_2	1310	ω	783,9	917
K_N	1408	η'	957	985
f'	1514	Φ	1019	1059

5. Для пространственно замкнутого цилиндрического мира Эйнштейна, объем которого конечен и равен

$$V = 2\pi^2 r^3,$$

заполненного материей с уравнением состояния для пыли

$$\varepsilon = \rho c^2, \qquad P = 0$$

4-импульс, определенный как интеграл по поверхности, обращается в нуль [18]. Однако, имея в виду (4), можно вычислить массу «Вселенной», считая ее суммой масс пылевидных частиц, взятых по отдельности, без учета их взаимодействия [13]:

$$M = 2\pi^2 r^3 \frac{2\lambda}{\varkappa c^2} \simeq 0{,}8 \cdot 10^{-24} \text{ г},$$

что находится в неплохом приближении к массе протона (адрона).

На наш взгляд, простое предположение о метрике микромира приводит, по сути дела, к возможности моделировать сильные взаимодействия, используя математический аппарат общей теории относительности. На уровне классического рассмотрения электромагнитного поля в поле сильной гравитации появляется гипотеза векторной доминантности. На этом пути появляется возможность искать связи между электродинамикой и сильными взаимодействиями, что позволяет поновому взглянуть на некоторые явления в микромире.

Здесь использовалась грубая схема, которая требует дальнейших уточнений и развития.

В заключение выражаю благодарность за обсуждение вопросов Д. Д. Иваненко, Д. Ф. Курдгелаидзе, Б. Н. Фролову и А. Э. Аману.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, т. 1. М., 1965, стр. 664.
2. Isham C. J., Salam A., Strathdee J. Phys. Rev., **D3**, 867, 1971.
3. Salam A., Strathdee J. Препринт, 1C/70/38, Miramare — Trieste, 1970.
4. Isham C. J., Salam A., Strathdee J. Препринт, IC/70/131, Miramare — Trieste, 1970.
5. Salam A. Препринт, 1C (70) 106. Miramare — Trieste, 1970.
6. Isham C. J., Salam A., Strathdee J. Phys. Lett., **358**, No. 7, 585—588, 1971.
7. Марков М. А. ЖЭТФ, **51**, вып. 3 (9), 878, 1966.
8. Марков М. А., Фролов В. П. ТМФ, **3**, № 1, 3, 1970.
9. Марков М. А. Нелокальные, нелинейные и неперенормируемые теории поля. Дубна, 1970.
10. Markov M. A. Fundamental problems of the elementary particle theory. Kiev, 1970.
11. Курдгелаидзе Д. Ф. Современные проблемы гравитации. Тбилиси, 1967.
12. Вентцель Г. Введение в квантовую теорию волновых полей. М.—Л., 1947.
13. Эддингтон А. С. Математическая теория относительности. Харьков—Киев, 1933.
14. Кролль Н. М., Ли Т. Д., Зумино Б. В сб.: «Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц». М., 1969.

15. Raman K. Phys. Rev., **D2**, No. 8, 1577, 1970.
16. Raman K. J. of Math. Phys., **12**, No. 4, 682, 1970.
17. Станюкович К. П. Гравитационное поле и элементарные частицы. М., 1965.
18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1967.

Поступила в редакцию
3.12 1971 г.

Кафедра
теоретической физики