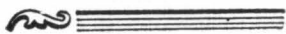


Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



№ 5 — 1973



УДК 531.391

А. Н. ЛАГУТКИН, К. К. ЛИХАРЕВ

К ТЕОРИИ АВТОСИНХРОНИЗАЦИИ В ДВУХЧАСТОТНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРАХ

Предлагается способ нахождения укороченных уравнений, описывающих явление автосинхронизации в двухчастотном параметрическом генераторе. Генератор содержит реактивный элемент с дополнительной активной проводимостью, резко возрастающей при определенном напряжении (например, полупроводниковый диод). Способ основан на приближенном нахождении моментов максимума напряжения, приложенного к реактивному элементу.

Известно, что в двухчастотных параметрических генераторах может иметь место явление автосинхронизации, когда отношение генерируемых частот ω_1/ω_2 становится равным рациональному числу n_1/n_2 .

Во всех работах, посвященных изучению этого явления (см., например, [1]), предполагалось, что режим субгармонических колебаний возникает за счет взаимодействия основных генерируемых компонентов с комбинационными тонами, которые образуются на плавно меняющейся характеристике нелинейного элемента. При этом амплитуда комбинационного тона очень быстро уменьшается с ростом его порядка, соответственно уменьшается полоса автосинхронизации. Вычисленная в рамках этой модели внутренняя полоса автосинхронизации для $n = n_1 + n_2 \sim 10$ имеет порядок не более $10^{-5}\%$, что меньше технической ширины линии обычных генераторов накачки. В таком случае режим автосинхронизации становится неустойчивым.

Тем не менее экспериментально были получены устойчивые режимы синхронных колебаний, когда значения n при целочисленном делении были ~ 50 , а при дробном делении ~ 170 [1]. Это объясняется, по всей видимости, тем, что во всех экспериментах, которые проводились для получения синхронного режима с большими значениями n , имело место отпирание диода, т. е. резкое возрастание его проводимости и диффузионной емкости. В этом случае за появление комбинационных частот в системе отвечают в основном резко возрастающие проводимость и диффузионная емкость диода; амплитуды комбинационных тонов относительно велики, что дает возможность объяснить результаты экспериментов.

В данной работе рассмотрен такой «резкий» механизм автосинхронизации при больших значениях n в простейшем случае, когда

влиянием диффузионной емкости при отпирании диода можно пренебречь. Это справедливо, когда частоты колебаний в генераторе $\omega_{1,2}$ удовлетворяют соотношению $\omega_{1,2}\tau \ll 1$, где τ — время жизни неосновных носителей [2].

§ 1. Основные соотношения

Рассмотрим обычный двухчастотный параметрический генератор с резонансной системой, имеющей на собственных частотах $\Omega_{1,2}$ резонанс параллельного типа. Пусть к полупроводниковому диоду такого генератора приложено большое напряжение смещения E (смещение

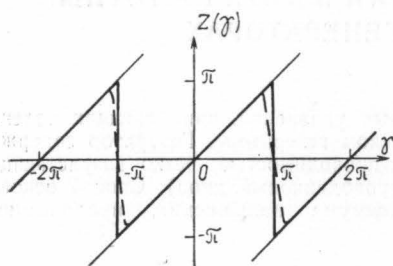


Рис. 1. Зависимость функции Z от γ при однократном отпирании нелинейного элемента за период субгармонического колебания

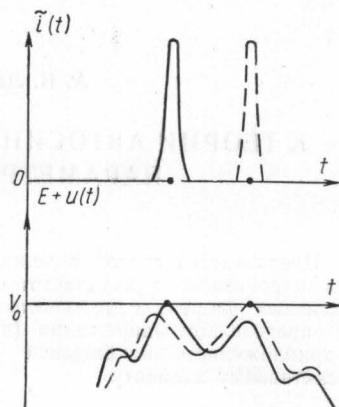


Рис. 2. Зависимости прохождения активного тока через диод и напряжения на нем от времени при двух значениях γ , расположенных по разные стороны около значений $\gamma = (2n+1)$, ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

много больше контактной разности потенциалов). В этом случае можно считать, что барьерная емкость диода имеет плавно меняющийся характер, а его активная проводимость резко возрастает при отпирании диода.

В работе [3] дано описание «резкого» диссипативного механизма ограничения в параметрических генераторах в аналогичных предположениях¹. Это описание фактически не зависит от конкретного вида вольтамперной характеристики при положительном напряжении на диоде. В такой модели считается, что через диод проходят короткие импульсы тока в моменты достижения напряжением на диоде уровня отпирания, т. е. в моменты максимума напряжения.

При асинхронном режиме импульсы тока будут проходить в моменты времени, когда фазы генерируемых компонентов равны нулю, следовательно, они будут воздействовать только на амплитуды, не влияя на фазы компонентов [3].

Если же в системе существует режим синхронных колебаний, то импульсы тока будут идти через диод, в моменты времени, когда фазы

¹ Как и в [3], будем считать, что для амплитуд частотных компонентов B_k ($k=1,2$) и амплитуды накачки B_H выполнено условие $B_H \ll B_k$, так как участие колебаний накачки в автосинхронизации не является принципиальным [1].

генерируемых компонентов могут уже быть отличными от нуля. В этом случае импульсы тока будут воздействовать и на фазы колебаний.

При $n \gg 1$ максимум напряжения на диоде достигается в моменты времени, когда полные фазы генерируемых компонентов незначительно отличаются от нуля. Тогда можно находить значения фаз генерируемых компонентов, вводя в качестве малых параметров значения фаз в моменты прохождения импульсов [4].

Пусть в системе существует синхронный режим; тогда напряжение на диоде:

$$E + U(t) = E + \sum_{k=1}^2 \hat{B}_k \cos \hat{\Phi}_k, \quad \hat{\Phi}_k = \hat{\omega}_k t + \hat{\varphi}_k. \quad (1)$$

Приравнивая производную напряжения на диоде нулю и заменяя тригонометрические функции фаз $\hat{\Phi}_k$ разложением их в ряд по степеням аргументов, получим с точностью до членов третьего порядка малости значения фаз в точках, в которых напряжение на диоде принимает максимальное значение (следовательно, проходит импульс активного тока) ¹:

$$\hat{\Phi}_k = \frac{(-1)^l n_l \hat{B}_l}{n_1^2 \hat{B}_1 + n_2^2 \hat{B}_2} z(\gamma) + 2\pi m_k. \quad (2)$$

Здесь

$$\left\{ \begin{matrix} k \\ l \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 2 \\ l \end{matrix} \right\}, \quad \gamma = n_2 \hat{\varphi}_1 - n_1 \hat{\varphi}_2, \quad z(\gamma) = \gamma + 2\pi (m_2 n_1 - m_1 n_2),$$

m_k — целые числа.

Обычно на периоде полного колебания $T = nT_H = 2\pi n / \omega_H$ можно выделить одну точку наибольшего максимума напряжения $U(t)$. Как следует из выражения (2), этому максимуму соответствует наименьшее значение величины $|z(\gamma)|$. На рис. 1 показано множество значений функций $z(\gamma)$, соответствующих различным максимумам; жирной линией выделена зависимость для наибольшего максимума.

§ 2. Укороченные уравнения

Укороченные уравнения, описывающие режим синхронных колебаний, будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{B}}_k + h_k \hat{B}_k + \alpha_k \Omega_k q_{sk}(\hat{B}_k, \hat{B}_l, \hat{\alpha}) + \alpha_k \hat{I} &= 0, \\ \dot{\hat{\varphi}}_k + \Delta \hat{\omega}_k + \frac{d_k \Omega_k}{\hat{B}_k} q_{ck}(\hat{B}_k, \hat{B}_l, \hat{\alpha}) &= \frac{\alpha_k \hat{I}}{\hat{B}_k} (-1)^l \frac{n_l \hat{B}_l}{n_1^2 \hat{B}_1 + n_2^2 \hat{B}_2} z(\gamma), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + B_H \cos \hat{\alpha} = V_0 - E.$$

Здесь

$$q_{\left\{ \begin{matrix} ck \\ sk \end{matrix} \right\}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{q}(u) \left\{ \begin{matrix} \cos \Phi_k \\ \sin \Phi_k \end{matrix} \right\} d\Phi_k \quad (4)$$

амплитуды компонентов заряда, образующиеся на барьерной емкости p — n -перехода;

¹ В данной работе не рассматривается трудно реализуемый случай $\hat{B}_1 \gg \hat{B}_2$, $n_2 \gg n_1$, когда соотношение (2), вообще говоря, несправедливо.

$$\hat{I} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{i}(u) d\Phi_k = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{i}(u) dt \quad (5)$$

средний ток импульсов, проходящих через диод, $\hat{\alpha} = \varphi_H - (\hat{\Psi}_1 + \hat{\Psi}_2)$, V_0 — максимальное значение напряжения на диоде, h_k — полуширины полос пропускания, α_k — коэффициенты связи, $\Delta\hat{\omega}_k = \hat{\omega}_k - \Omega_k$, знак \wedge указывает на значения величин при синхронном режиме работы системы.

Уравнения (3) отличаются от уравнений асинхронного режима наличием в правых частях уравнений членов, описывающих комбинационное взаимодействие частот генерации. Зависимость этих членов от «комбинационной» фазы γ определяется функцией $z(\gamma)$, график которой приведен на рис. 1. При «плавном» механизме автосинхронизации соответствующая зависимость дается функциями $\sin\gamma$ или $\cos\gamma$.

Такой вид функции $z(\gamma)$ связан с особенностью изменения момента протекания импульса через диод при изменении γ . Согласно равенству (2), при изменении γ в пределах $[\pi + 2\pi n, \pi + 2\pi(n+1)]$ импульс линейно сдвигается по временной оси. При прохождении величиной γ значений $\pi(2n+1)$ происходит скачкообразное изменение положения импульса, вызванное изменением соотношения величин двух соседних максимумов (рис. 2). В реальной системе (с конечной крутизной вольтамперной характеристики) в некотором диапазоне значений γ вблизи $\pi(2n+1)$ в системе будут проходить за период колебаний два импульса, и функция $z(\gamma)$ будет меняться примерно так, как показано на рис. 1 пунктиром.

§ 3. Характеристики синхронного режима

Будем предполагать, что диссипация в системе обусловлена в основном импульсами активного тока $h_k B_k / \alpha_k \ll \hat{I}$. Тогда стандартная операция вторичного укорочения уравнений (3) при малой величине синхронизирующего члена [5] приводит к следующим соотношениям.

$$\Delta B_k = 0,^1$$

$$\Delta \alpha = \frac{\alpha_1 n_2 B_2^2 - \alpha_2 n_1 B_1^2}{\alpha_1 \Omega_1 B_2 \frac{\partial q_{c1}}{\partial \alpha} + \alpha_2 \Omega_2 B_1 \frac{\partial q_{c2}}{\partial \alpha}} \cdot \frac{z(\gamma) I}{n_1^2 B_1 + n_2^2 B_2}, \quad (6)$$

$$\varphi_k + \Delta(\Delta\omega_k) + (-1)^k \Delta_0 z(\gamma) / \pi = 0.$$

Здесь

$$\Delta_0 = \pi \frac{\alpha_1 \alpha_2 I}{n_1^2 B_1 + n_2^2 B_2} \cdot \frac{n_1 \Omega_1 B_1 \frac{\partial q_{c1}}{\partial \alpha} + n_2 \Omega_2 B_2 \frac{\partial q_{c2}}{\partial \alpha}}{\alpha_1 \Omega_1 B_2 \frac{\partial q_{c1}}{\partial \alpha} + \alpha_2 \Omega_2 B_1 \frac{\partial q_{c2}}{\partial \alpha}} \quad (7)$$

внутренняя полоса автосинхронизации [1], величина $\Delta(\Delta\omega_k)$ показывает разность между частотой $\hat{\omega}_k = n_k \omega_H / n$ при синхронном режиме и частотой ω_k при асинхронном режиме.

Для того чтобы упростить выражение (7) для Δ_0 , разложим выражение для заряда на барьерной емкости p — n -перехода в ряд по сте-

¹ Это равенство показывает, что система, описываемая уравнениями (3), является «жесткой» относительно изменения амплитуд генерации.

пеням B_H (так как $B_H \ll B_k \sim E$) и ограничимся двумя членами разложения. Тогда амплитуды компонентов заряда будут иметь следующий вид:

$$q_{\{sk\}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ q'_{ck} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -q_{sk}^{(\alpha)} \sin \alpha \\ q_{ck}^{(\alpha)} \cos \alpha \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

Здесь величины

$$q'_{ck} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{q} (B_1 \cos \Phi_1 + B_2 \cos \Phi_2) \cos \Phi_k d\Phi_k, \quad (9)$$

$$q_{\{sk\}}^{(\alpha)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left. \frac{d\tilde{q}}{du} \right|_{B_H=0} B_H \begin{Bmatrix} \sin (\Phi_1 + \Phi_2) \sin \Phi_k \\ \cos (\Phi_1 + \Phi_2) \cos \Phi_k \end{Bmatrix} d\Phi_k$$

не зависят от α .

Тогда из (7), учитывая (8), получим:

$$\Delta_0 = \pi \frac{\alpha_1 \alpha_2 I}{n_1^2 B_1 + n_2^2 B_2} \cdot \frac{n_1 \Omega_1 B_1 q_{c1}^{(\alpha)} + n_2 \Omega_2 B_2 q_{c2}^{(\alpha)}}{\alpha_1 \Omega_1 B_2 q_{c1}^{(\alpha)} + \alpha_2 \Omega_2 B_1 q_{c2}^{(\alpha)}}. \quad (10)$$

§ 4. Обсуждение полученных результатов

Выражение (10) показывает, что внутренняя полоса при резком механизме автосинхронизации очень слабо убывает с ростом n_h , в отличие от плавного механизма [1].

Пусть система перестраивается таким образом, что увеличивается лишь порядок автосинхронизации $n = n_1 + n_2$, при

$$\tilde{\omega}_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 \cong \text{const.}$$

Тогда параметры колебаний остаются примерно постоянными, а величина Δ_0 изменяется как $1/n^1$. В нашей работе нигде не использовался конкретный вид вольткулоновой зависимости, следовательно, этот результат имеет общий характер.

Поскольку именно величина внутренней полосы определяет полосу деления, то малые полосы деления убывают с ростом n , примерно как $1/n$, что качественно согласуется с экспериментом (6).

Для того чтобы выяснить вопрос о максимальной величине полосы деления, необходимо рассмотреть поведение невозмущенных частот генерации, т. е. поведение величин $|\Delta(\Delta\omega_k)| = |n_h/n\omega_H - \omega_k|$. Эта часть задачи относится к любым механизмам автосинхронизации; конкретного рассмотрения этого вопроса до сих пор не проведено. Действительно, в реальных случаях нельзя пренебречь расстройными эффектами, как это сделано в [1]. В нашем случае $B_k \sim E$, однако эта задача особенно сложна, так как при вычислениях, вообще говоря, нельзя использовать аппроксимацию вольткулоновой характеристики конечным числом членов ряда Тэйлора.

Таким образом, мы считаем, что описанная здесь резкая модель явления автосинхронизации в параметрических генераторах хорошо

¹ Учет диффузионной емкости не вносит существенных изменений в характер зависимости $\Delta_0(n)$, ввиду того что активная и реальная составляющие тока равны между собой при $\omega\tau \gg 1$ [2].

согласуется с известными результатами, хотя точное вычисление максимальных полос деления и количественное сравнение с экспериментом еще предстоит провести.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., 1966.
2. Берман А. С. Нелинейная полупроводниковая емкость. М., 1963.
3. Лихарев К. К. «Радиотехника и электроника», 13, № 8, 1714, 1968.
4. Лагуткин А. Н., Лихарев К. К. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, 82—85, 1971.
5. Хохлов Р. В. ДАН СССР, 97, № 3, 411, 1954.
6. Медников О. И. Исследование параметрических делителей частоты. Реферат канд. дисс. МГУ, 1965.

Поступила в редакцию
18.1 1972 г.

Кафедра
физики колебаний