

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 5 — 1973

УДК 537.228.1+3

А. Л. АЛЕКСАНДРОВСКИЙ, Е. Н. ВОЛКОВА

## О ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРА МАЙКЕЛЬСОНА

Приведенная в работе методика позволяет полностью определить матрицы пьезоэлектрических и линейных электрооптических коэффициентов для кристаллов любой симметрии. Подробно рассмотрен случай триклинного кристалла.

Интерферометр Майкельсона применялся для изучения как пьезоэффекта [1, 2], так и электрооптического эффекта [3, 4]. В работе [5] было показано, что интерферометрическая методика измерений позволяет определить всю матрицу линейных электрооптических коэффициентов. При этом вклад пьезоэффекта в изменение разности хода не учитывался.

В данной работе показано, как при использовании интерферометра Майкельсона решается задача раздельного измерения пьезоэлектрических и линейных электрооптических коэффициентов в наиболее сложном случае триклинного кристалла.

### Основы методики

Модуляционная характеристика интерферометра Майкельсона имеет вид

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\pi \delta}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\delta$  — оптическая разность хода интерферирующих лучей.

Поместим в одно из плеч интерферометра образец исследуемого кристалла (схема 1) и подадим на него электрическое поле. Выразим разность хода через удлинение образца  $\Delta l$  и приращение его показателя преломления  $\Delta n$ :

$$\delta = \delta_0 + 2(n-1)\Delta l + 2l_0\Delta n, \quad (2)$$

где  $\delta_0$ ,  $n$ ,  $l_0$  — разность хода, показатель преломления и длина образца в отсутствие поля. В свою очередь для величин  $\Delta l$ ,  $\Delta n$ , ограничившись линейными эффектами на низких частотах модулирующего поля (до области пьезорезонансов образца), запишем

$$\Delta l = l_0 d_{ikj} E_k k_l k_j, \quad (3)$$

$$\Delta n_{(1,2)} = -\frac{1}{2} n_{(1,2)}^3 r_{ijk}^\sigma E_k l_i^{(1,2)} l_j^{(1,2)}, \quad (4)$$

где  $d_{kij}$ ,  $r_{ijk}^\sigma$  — компоненты тензоров пьезоэффекта и «суммарного» электрооптического эффекта;  $k_i, k_j$  — направляющие косинусы волновой нормали  $\vec{k}$  светового луча, а индексы в скобках в (4) означают принад-

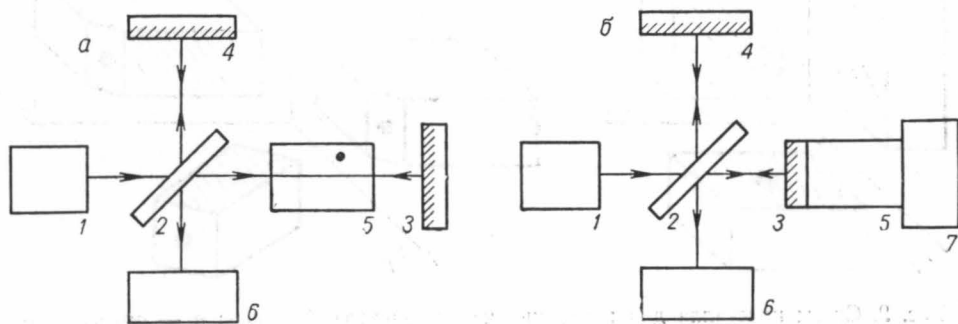


Рис. 1. Две схемы интерферометра Майкельсона для измерения  $d_{kij}$ ,  $r_{ijk}$ : а — схема 1 (свет проходит сквозь образец), б — схема 2 (свет отражается от зеркала, укрепленного на образце); 1 — источник света, 2 — разделительная пластинка, 3 и 4 — зеркала, 6 — приемник света, 5 — образец, 7 — массивная подставка

лежность показателя преломления, его приращения и направляющих косинусов  $l_i^{(1,2)}$ ,  $l_j^{(1,2)}$  к одной из двух возможных при данной ориентации  $k$  поляризаций световой волны в кристалле. Выражения (1), (4) приобретают иной, более сложный вид, когда направляющие косинусы  $l_i^{(1,2)}$ ,  $l_j^{(1,2)}$  зависят от поля, т. е. когда поворачиваются оси эллиптического сечения индикатрисы.

При измерениях по схеме 1 нужно использовать линейно-поляризованный свет. Совмещая направление колебаний электрического вектора световой волны с одной из двух осей эллиптического сечения индикатрисы, можно отдельно учесть приращения обоих показателей преломления  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$ . Как видно из выражения (2), пьезоэлектрический и электрооптический эффекты при этом смешиваются.

Если произвести измерения по схеме 2 (рис. 1б), а именно: укрепить одно из зеркал интерферометра на свободном торце образца (противоположный торец укрепляется на массивной подставке), — разность хода будет зависеть лишь от удлинения  $\Delta l$ :

$$\delta = \delta_0 - 2\Delta l, \quad (5)$$

что позволяет отдельно изучать пьезоэффект [1, 2].

При наблюдении линейных эффектов

$$\delta - \delta_0 = \frac{\lambda}{2} \frac{V}{V_{\lambda/2}}, \quad (6)$$

где  $V$  — напряжение электрического поля, подаваемого на кристалл, а  $V_{\lambda/2}$  — полуволновое напряжение. Последнее легко измерить в статическом [3] либо в динамическом режиме [4]. Другой способ отсчета заключается в измерении  $\Delta l/l_0$  в малых полях [1].

## Измерение пьезоэлектрических коэффициентов (схема 2)

Рассмотрим сначала измерения по схеме 2. Для разделения коэффициентов поле следует прикладывать по оси избранной системы (на-

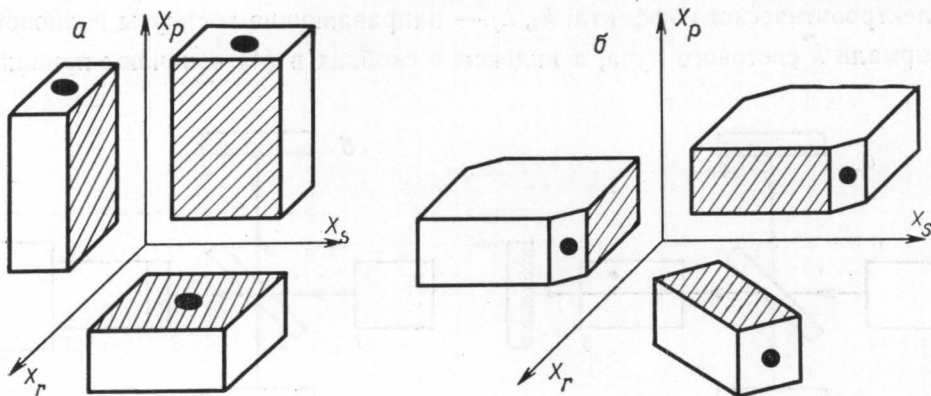


Рис. 2. Срезы кристалла для измерения коэффициентов  $d_{kij}$ ,  $r_{ijk}$ : а — ортогональные срезы, б —  $45^\circ$  — срезы ( $\beta = \pi/4$ ). Грани, к которым прикладывается поле, заштрихованы, точкой отмечены грани, на которые падает свет

пример, кристаллофизической) координат, чтобы выделить из матрицы  $\|d_{h(ij)}\|$ <sup>1</sup> один столбец; кроме того, необходимо выбрать частные направления волновой нормали  $\vec{k}$  по отношению к кристаллу (выбрать срезы).

Если  $\vec{k}$  совпадает с осью координат  $X_p$  (ортогональный срез), то<sup>2</sup>

$$\Delta l = l_0 d_{kp} E_k \quad (k = 1, 2, 3; p = 1, 2, 3). \quad (7)$$

Ортогональные срезы (см. рис. 2), таким образом, дают возможность измерить все «растягивающие» компоненты  $d_{kp}$ . Каждому коэффициенту при этом соответствует один определенный срез.

Для измерения «сдвиговых» пьезоэлектрических коэффициентов нужны другие срезы. Пусть  $\vec{k}$  лежит в координатной плоскости  $X_r X_s$  нормально к оси  $X_p$  (рис. 3). Тогда

$$\Delta l = l_0 \left( d_{kr} \cos^2 \beta + d_{ks} \sin^2 \beta + \frac{1}{2} d_{k(rs)} \sin 2\beta \right), \quad (8)$$

где  $\beta$  — угол между  $\vec{k}$  и осью  $X_r$ . Максимальный эффект от искомого коэффициента  $d_{k(rs)}$  достигается при  $\beta = \pm \pi/4$  (см. рис. 2) [4]:

$$\Delta l = \frac{l_0}{2} (d_{kr} + d_{ks} \pm d_{k(rs)}) E_k. \quad (9)$$

<sup>1</sup> Скобки, объединяющие индексы коэффициентов, означают, что произведен пересчет к матричным обозначениям [6].

<sup>2</sup> Коэффициенты типа  $d_{kpp}$  обозначаются  $d_{kp}$ .

Если оба зеркала интерферометра поместить на  $45^\circ$  — срезах равной длины (один срез при  $\beta = \pi/4$ , другой при  $\beta = -\pi/4$ ), то разность хода будет

$$\delta = \delta_0 + 2l_0 d_{k(ds)} E_k, \quad (10)$$

что позволяет выделить искомый коэффициент.

Укажем, как определить знаки пьезоэлектрических коэффициентов.

*Статический способ.* На кристалл подается постоянное поле известного знака и сравнивается направление смещения интерференционных полос, наблюдаемых на экране, с направлением их смещения при небольшом уменьшении (увеличении) длины одного из плеч интерферометра.

*Динамический способ.* В разные плечи интерферометра помещаются сравниваемые образцы, на которые подается переменное поле одинаковой фазы. По сложению или вычитанию эффектов определяются относительные знаки коэффициентов.

### Измерение электрооптических коэффициентов (схема 1)

Для измерения коэффициентов  $r_{ijk}$  необходимо знать ориентацию главных осей оптической индикатрисы кристалла и значения главных показателей преломления  $n_1, n_2, n_3$ . В случае триклинных и моноклинных кристаллов направления осей индикатрисы не совпадают с направлениями кристаллофизических осей координат. Так как расчеты в системе осей индикатрисы существенно проще [5], а вид матриц  $\|d_{k(ij)}\|, \|r_{(ij)k}\|$  одинаков в обеих указанных системах координат (лишь величины коэффициентов связаны правилами пересчета), мы будем использовать именно систему главных осей оптической индикатрисы кристалла.

Рассмотрим случай триклинного кристалла. Для разделения коэффициентов поле нужно прикладывать по осям индикатрисы. Пусть поле приложено по оси  $X_k$ . Из (2), (3), (4), (6) получим, что измерения на всех трех ортогональных срезах дадут систему 6 уравнений с 6 неизвестными:

$$\begin{aligned} 2(n_2 - 1)d_{k1} - n_2^3 r_{2k} &= c_1, & 2(n_3 - 1)d_{k2} - n_3^3 r_{3k} &= c_4, \\ 2(n_3 - 1)d_{k1} - n_3^3 r_{3k} &= c_2, & 2(n_1 - 1)d_{k3} - n_1^3 r_{1k} &= c_5, \\ 2(n_1 - 1)d_{k2} - n_1^3 r_{1k} &= c_3, & 2(n_2 - 1)d_{k3} - n_2^3 r_{2k} &= c_6, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $c_n$  — измеряемые величины типа  $\frac{\lambda}{2} \frac{d}{l_0} \frac{1}{V_{\lambda/2}}$  ( $d$  — размер образца по полю). Нетрудно убедиться, что уравнения (11) линейно зависимы, а поэтому для определения «растягивающих» коэффициентов  $r_{1k}, r_{2k}, r_{3k}$  нужны дополнительные измерения. Последними могут быть измерения коэффициентов  $d_{k1}, d_{k2}, d_{k3}$  по схеме 2. Чтобы наблюдать в чистом виде модуляцию за счет электрооптического эффекта, зеркало в плече с кристаллом нужно поместить на торец образца такого же среза, но длины в  $(n-1)$  раз больше, т. е. скомбинировать обе измерительные схемы.

Пусть волновая нормаль  $\vec{k}$  лежит в плоскости  $X_r X_s$  (см. рис. 3). Измерения на таком срезе дадут следующие два уравнения ( $\vec{k}$  не совпадает с оптической осью кристалла):

$$2(n_p - 1) \left( d_{kr} \cos^2 \beta + d_{ks} \sin^2 \beta + \frac{1}{2} d_{k(rs)} \sin 2\beta \right) - n_p^3 r_{pk} = c_\beta, \quad (12)$$

$$2(n_\beta - 1) \left( d_{kr} \cos^2 \beta + d_{ks} \sin^2 \beta + \frac{1}{2} d_{k(rs)} \sin 2\beta \right) - n_\beta^3 (r_{rk} \sin^2 \beta + r_{sk} \cos^2 \beta - r_{(rs)k} \sin 2\beta) = g_\beta, \quad (13)$$

где  $c_\beta, g_\beta$  — измеряемые величины типа  $\frac{\lambda}{2} \frac{d}{l_0 V_{\lambda/2}}$ , а

$$n_\beta = \frac{n_r n_s}{\sqrt{n_r^2 \cos^2 \beta + n_s^2 \sin^2 \beta}}. \quad (14)$$

Уравнение (12) соответствует колебаниям по оси  $X_p$ , уравнение (13) — колебаниям в плоскости  $X_r X_s$ . Максимальный эффект от  $r_{(rs)k}$  достигается при  $\beta = \pm \pi/4$ . При этом уравнения (12), (13), (14) становятся таковыми:

$$(n_p - 1) (d_{kr} + d_{ks} \pm d_{k(rs)}) - n_p^3 r_{pk} = c_\pm, \quad (15)$$

$$(n_{\pi/4} - 1) (d_{kr} + d_{ks} \pm d_{k(rs)}) - \frac{1}{2} n_{\pi/4}^3 (r_{rk} + r_{sk} \mp 2r_{(rs)k}) = g_\pm, \quad (16)$$

$$n_{\pi/4} = \frac{\sqrt{2} n_r n_s}{\sqrt{n_r^2 + n_s^2}}. \quad (17)$$

Уравнение (15) может быть использовано для измерения коэффициентов  $r_{pk}$  при условии независимого определения члена, содержащего пьезоэффект, либо его компенсации с помощью схемы 2.

Если составить разность выражений (15), (16) для  $\beta = \pi/4$  и  $\beta = -\pi/4$ , получим

$$2(n_p - 1) d_{k(rs)} = c, \quad (18)$$

$$2(n_{\pi/4} - 1) d_{k(rs)} + n_{\pi/4}^3 r_{(rs)k} = g, \quad (19)$$

откуда легко вычислить значения  $d_{k(rs)}, r_{(rs)k}$ . Вычитание можно произвести экспериментально, поместив образцы с  $\beta = \pi/4$  и  $\beta = -\pi/4$  в разные плечи интерферометра. В выражении (19) пьезоэффект может быть скомпенсирован, как уже описывалось выше. При этом оба зеркала должны быть нанесены на соответствующие срезы. Для измерения электрооптических коэффициентов, таким образом, нужны такие же образцы (рис. 2), что и для измерения пьезоэлектрических коэффициентов по схеме 2. Использование других срезов (общих направлений  $k$ , а также оптической оси) нецелесообразно, так как в модуляцию включается большое количество коэффициентов и расчетные формулы существенно усложняются.

Определение «растягивающих» электрооптических коэффициентов невозможно из одних измерений по схеме 1 не только в случае триклинных и моноклинных кристаллов, но также (при поле, приложенном по оси  $X_3$ ) и в случае кристаллов точечных групп  $mm2, 4, 4mm, 3, 3m, 6, 6mm$ . В остальных случаях схема 1 позволяет определить все коэффициенты  $d_{kij}, r_{ijk}$ .

Для определения знаков электрооптических коэффициентов можно использовать статический и динамический способы, описанные ранее.

В случае высоких частот модулирующего поля (выше области пьезорезонансов образца) формулы (11), (19) дают возможность непосредственно определять истинные электрооптические коэффициенты.

### Учет поворота индикатрисы

В общем случае оси  $X_{(1)}$ ,  $X_{(2)}$  сечения индикатрисы поворачиваются за счет линейного электрооптического эффекта на угол  $\xi$ , причем

$$\operatorname{tg} 2\xi = \frac{2r_{12}E}{\frac{1}{n_{(1)}^2} - \frac{1}{n_{(2)}^2} + (r_1 - r_2)E}, \quad (20)$$

где на используемых при измерениях срезах (см. рис. 3):

$$r_1 = r_{pk}, \quad r_2 = r_{rk} \sin^2 \beta + r_{sk} \cos^2 \beta - r_{(rs)k} \sin 2\beta, \\ r_{12} = r_{(rp)k} \sin \beta - r_{(sp)k} \cos \beta.$$

Расчеты показывают, что поворот приводит к появлению в характеристике (1) члена, пропорционального  $\sin^2 \xi$ , а вместо коэффициентов  $r_{1,2}$  в (12), (13) действуют

$$r'_{1,2} = r_{1,2} \pm \operatorname{tg} \xi r_{12}. \quad (21)$$

При использовании больших полей ( $V \approx V_{\lambda/2}$ ) указанные искажения могут оказаться значительными, если двупреломление среза ( $n_{(1)} - n_{(2)}$ ) мало, а коэффициент  $r_{12}$  велик. В подобном случае необходимо производить измерения в малых полях ( $V \ll V_{\lambda/2}$ ).

В заключение заметим, что методика была опробована на кристаллах ADP,  $\text{NiO}_3$ ,  $\text{DIO}_3$ , DRDP,  $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$  [4, 7]. При этом оказалось, что она не предъявляет повышенных требований к качеству кристаллов и их обработке, а в некоторых случаях позволяет исследовать влияние неоднородностей на обсуждаемые свойства.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Фотченков А. А. «Кристаллография», 2, 653, 1957.
2. Желудев И. С., Лелеков В. С. «Кристаллография», 7, 463, 1962.
3. Сидненко Е. В., Желудев И. С. «Кристаллография», 12, 465, 1967.
4. Волкова Е. Н., Дианова В. А., Зуев А. Л. и др. «Кристаллография», 16, 346, 1971.
5. Шамбуров В. А. «Кристаллография», 7, 593, 1962; 7, 730, 1962.
6. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., 1967, стр. 140.
7. Зуев А. Л. Дипломная работа, МГУ, 1970.

Поступила в редакцию  
26.1 1972 г.

Кафедра  
физики кристаллов