$$\sum_{pq} | T_{pq} |^2 \frac{\zeta_p \zeta_q}{E_p E_q} = 0.$$

Приближенно можно положить $\sum\limits_{pq} | T_{pq} |^2 \approx \frac{\mu^2}{\Delta^2} | T_{pq} |_F^2$, $j_0 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta}{eR}$, где $| T_{pq} |_F^2$ — значение $| T_{pq} |^2$ на поверхности Ферми. Используя формулу (2.44) из [4], получаем при $R \approx 1$ *ом*

$$\frac{\langle \delta j_0^2 \rangle}{\overline{j_0^2}} \approx 10^{-12}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. ЖЭТФ, **53**, 2159, 1967.
2. Stephen M. T. Phys. Rev., **182**, 531, 1969.
3. Dahm A. T., Denenstein A. et. al. Phys. Rev. Lett., **22**, 1416, 1968.
4. Кулик И. О., Янсон И. К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М., 1970.
5. Свидзинский А. В., Слюсарев В. А. ЖЭТФ, **51**, 177, 1966.
6. Климонтович Ю. Л. «Успехи физических наук», **101**, 577, 1970.
7. Климонтович Ю. Л., Ковалев А. С., Ланда П. С. «Успехи физических наук», **106**, 279, 1972.
8. Боголюбов Н. Н. Избранные труды, т. 2. Киев, 1970.

Поступила в редакцию
7.6 1972 г.

Кафедра
общей физики для мехмата

УДК 53—83

Д. В. ГАЛЬЦОВ, В. А. ЛОСЕВ, А. А. СОКОЛОВ

ЭФФЕКТЫ КОГЕРЕНТНОСТИ В СИНХРОТРОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ

Синхротронное излучение релятивистской заряженной частицы, движущейся по окружности, в настоящее время детально изучено [1]. Изучение ансамбля сфазированных частиц может существенно отличаться от излучения отдельной частицы вследствие эффектов когерентности. В настоящей заметке рассматривается излучение N-частиц, равномерно распределенных по окружности, причем предполагается, что их взаимное расположение не меняется в течение всего времени движения.

Как показано в работе [2], в выражении для интенсивности излучения в этом случае появляется следующий фактор:

$$S_N^{(\nu)} = N (-1)^\nu \frac{\sin \pi\nu}{\operatorname{tg} \frac{\pi\nu}{N}}, \tag{1}$$

где ν — номер гармоники.

Наличие этого дополнительного фактора приводит к тому, что излучение гармоник, не кратных полному числу частиц, оказывается запрещенным, в то время как излучение кратных гармоник усиливается пропорционально квадрату числа частиц. Таким образом, полная интенсивность излучения может быть записана в виде

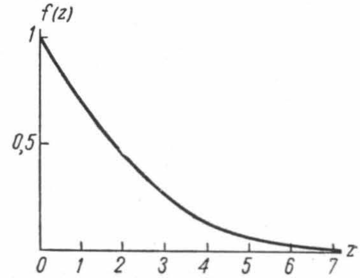
$$W = N^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} W(N\nu), \tag{2}$$

где $W(\nu)$ — интенсивность излучения гармоники ν одной частицей:

$$W(\nu)=\frac{e^2\beta^3c}{R^2}\left(2\nu I'_{2\nu}(2\nu\beta)-\frac{1-\beta^2}{\beta^2}\nu\int\limits_0^{2\nu\beta}J_{2\nu}(x)\,dx\right). \qquad (3)$$

Здесь $\beta=v/c$, R — циклотронный радиус $J_{2\nu}$ функции Бесселя.

Рассмотрим сначала случай нерелятивистских частиц. Если $\beta\ll1$, то основной вклад дает первая неисчезающая гармоника N (т. е. слагаемое с $\nu=1$ в(2)), при этом можно воспользоваться разложением бесселевых функций в ряд Тейлора. Оставляя главные члены разложения, приходим к формуле



$$W=\frac{2ce^2}{R^2}(\beta N)^{2(N+1)}\frac{N(N+1)}{(2N+1)!}. \qquad (4)$$

Излучение происходит на частоте $\omega_N=\frac{NeH}{mc}$, увеличивающейся пропорционально числу частиц.

Отсюда видно, что интенсивность излучения нерелятивистских электронов стремится к нулю при $N\to\infty$.

Рассмотрим излучение релятивистских частиц при $\beta\sim1$. В этом случае вместо (3) может воспользоваться выражением

$$W(\nu)=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\frac{ce^2}{R^2}\frac{E}{mc^2}y(\nu)\int\limits_{y(\nu)}^{\infty}K_{5/3}(x)\,dx;\quad y(\nu)=\frac{2}{3}\nu\left(\frac{mc^2}{E}\right)^3. \qquad (5)$$

Излучение одной частицы, как известно, происходит на высоких гармониках основной частоты, и спектр практически можно считать непрерывным. В нашем случае спектр можно считать непрерывным лишь при выполнении условия $N(mc^2/E)^3\ll1$, которое означает, что число электронов много меньше номера гармоники, на которую приходится максимум излучения одной частицы. При выполнении этого условия в формуле (2) можно перейти к интегрированию:

$$W=\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\frac{ce^2}{R^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4N^2\int\limits_0^{\infty}Ny\,dy\int\limits_{Ny}^{\infty}K_{5/3}(x)\,dx. \qquad (6)$$

С помощью замены переменной интегрирования $Ny=y'$ нетрудно убедиться в том, что полная мощность когерентного излучения электронов оказывается в N раз большей мощности излучения одного электрона. Таким образом, при $N(mc^2/E)^3\ll1$ полная интенсивность излучения такая же, как и в случае некогерентного излучения. Спектральное распределение излучения по-прежнему описывается формулой, приведенной в [1], однако смысл переменной y меняется: $y'=\frac{2}{3}N\frac{\omega mc}{eH}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2$. Отсюда следует, что максимум в спектре когерентного излучения релятивистских частиц смещается в сторону более низких частот.

По мере приближения величины $N\left(\frac{mc^2}{E}\right)^3$ к единице увеличивается вклад остаточного члена, возникающего при замене суммирования интегрированием, и при больших значениях $N\left(\frac{mc^2}{E}\right)^3$ эта операция становится незаконной. Для вычисления суммы (2) в этом случае использовались численные методы. Удобно ввести функцию

$$f(z)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{9\sqrt{3}}{8\pi}\nu z^2\int\limits_{\nu z}^{\infty}K_{5/3}(x)\,dx;\quad z=\frac{2}{3}N\left(\frac{mc^2}{E}\right)^3, \qquad (7)$$

которая равна единице при некогерентном излучении. При этом полная мощность когерентного излучения N электронов равна

$$W=NW_0f(z);\quad W_0=\frac{2}{3}\frac{ce^2}{R^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4, \qquad (8)$$

W_0 — мощность излучения одного электрона. График функции $f(z)$ приведен на рисунке. Нетрудно видеть, что мощность когерентного излучения быстро падает с увеличением числа частиц, как только параметр z становится больше единицы.

Таким образом, интенсивность когерентного излучения N частиц, равномерно распределенных по окружности, в релятивистском ($\beta \sim 1$) случае всегда не больше мощности некогерентного излучения N-частиц, причем при $N \to \infty$ излучение исчезает вовсе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Синхротронное излучение. Сб. статей под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., 1966.
2. Соколов А. А., Гальцов Д. В., Колесникова М. М. «Изв. вузов», физика, 4, 14, 1971.

Поступила в редакцию
21.8 1972 г.

Кафедра
квантовой статистики

УДК 551.465.78

В. Н. АНУЧИН, А. М. ГУСЕВ, Ю. Г. ПЫРКИН, М. М. ХАПАЕВ

ОБ ОДНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИДОННЫХ ПЛОТНОСТНЫХ ПОТОКОВ НА СКЛОНАХ

Проблема теоретического и экспериментального исследования придонных плотностных потоков на материковых склонах является одной из важных задач физики моря. Этой проблеме посвящен ряд работ как у нас в стране, так и за рубежом. Наиболее полный обзор этих работ содержится в статье Б. А. Фидмана [1]. Большинство авторов исследуют движение придонных мутьевых или суспензионных потоков.

Анализ данных, приведенных в литературе, показывает, что вертикальное распределение скорости течения имеет всегда максимум, находящийся в мутьевом потоке, и стремится к нулю на некоторй высоте большей толщины мутьевого потока, плотность имеет ярко выраженную стратификацию; скорость движения зависит от разности плотностей мутьевого потока и чистой воды, а также от уклона дна. В отдельных работах дается соотношение между толщиной мутьевого потока и положением максимума скорости, так, в [2] приводится соотношение

$$h_{\max} \simeq \frac{2}{3} h,$$

где $h_{\max}$ — положение максимума скорости, а h — полная толщина мутьевого потока.

На кафедре физики моря и вод суши были получены в различных створах вдоль потока вертикальные распределения скорости течения, прозрачности воды и их зависимость от уклона дна.

Распределение скорости имело максимум, находящийся в мутьевом потоке на уровне от $^2/_3 h$ до $^3/_4 h$ (h — толщина мутьевого потока). Слой увлечения чистой воды также изменялся в зависимости от положения максимума скорости. В процессе эксперимента установлено, что при разности плотностей порядка 10^{-4} существует устойчивый мутьевой поток. Аналогичный результат получен в работе [3]. Числа Рейнольдса в этих экспериментах были порядка 10^2, т. е. режим движения был чисто ламинарным. Граница между мутьевым потоком и чистой водой почти не размывалась.

Подходя к описанию мутьевых потоков на склонах с общих гидродинамических позиций, необходимо учитывать их специфику, т. е. стратификацию плотности (и, по всей вероятности, вязкости), зависимость скорости течения от уклона, а также соотношение вертикальных и горизонтальных масштабов.

При небольших разностях плотностей порядка 10^{-3} мутьевого потока и чистой воды, записывая уравнения Навье — Стокса, мы можем считать плотность по вертикали постоянной, учитывая разность плотностей в выражении для массовой силы. При столь малых разностях в плотности вязкость обеих сред можно также считать равной и постоянной. Учитывая это и считая, что применительно к мутьевым потокам в уравнениях Навье — Стокса можно пренебречь теми же членами, которыми обычно пренебрегают в теории пограничного слоя [4] и теории струй [5], для плоской стационарной задачи получим следующее уравнение движения: