3. Rothe H., Kleen W. Grundlagen und Rennlinien der Klektronenröhren. Leipzig, 1953.
4. Гвоздовер С. Д. «Изв. вузов», радиофизика, 8, 309, 1965.

Поступила в редакцию
4.10 1972 г.

Кафедра
радиотехники

УДК 535.14

А. Б. КУКАНОВ, А. В. КОНСТАНТИНОВИЧ

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ, ДВИЖУЩИМСЯ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Классическая теория движения заряда в постоянном электрическом поле в принципиальном отношении интересна потому, что в частном случае одномерного (вдоль поля) движения оно сводится к исследованию равномерно ускоренного (гиперболического) движения, замечательного постоянством ускорения в сопутствующей лоренцовой системе. Вопрос о возможности излучения при гиперболическом движении в настоящее время не вызывает сомнения [1—5], хотя раньше высказывались и противоположные мнения [6—7].

Как известно, уравнения движения заряженной частицы в постоянном электрическом поле можно записать в виде

$$x=\frac{cb}{a}\operatorname{Ar\,sh}(at),\quad y=0,\quad z=\frac{c}{a}\left(\sqrt{a^2t^2+1}-1\right),\tag{1}$$

$$a=\frac{ceE^e}{\varepsilon_0},\quad b=\frac{p_0c}{\varepsilon_0},\quad \varepsilon_0=\sqrt{p_0^2c^2+m_0^2c^4}.\tag{2}$$

Здесь m_0 — масса покоя частицы, c — скорость света в вакууме, $\vec{E}^e$— напряженность постоянного электрического поля, направленного вдоль оси z, а p_0 — начальный импульс частицы вдоль оси x.

1. Изложим сначала метод нахождения спектрально-углового распределения излучения, отличный от [4] и основанный на применении формулы

$$W=-\int(\vec{j}\,\vec{E})\,d\vec{r}.\tag{3}$$

Особенность рассматриваемой задачи состоит в том, что величина W в формуле (3) оказывается функцией времени t. Поэтому, определяя поле $\vec{E}$ как полуразность запаздывающих и опережающих потенциалов [8], для нахождения спектра излучения мы проинтегрируем (3) по t от $-\infty$ до $+\infty$.

Мы получим

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}W\,dt=\frac{1}{2c}\left(\frac{e}{2\pi a}\right)^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\xi\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\xi'\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\int\limits_{0}^{\pi}d\theta\sin\theta\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi\,\omega^2\times$$
$$\times\cos\left\{\frac{b}{a}\,\omega\sin\theta\cos\varphi\,(\xi-\xi')+\frac{\omega}{a}\sin\theta\,[\operatorname{sh}(\xi+\varphi_0)-\operatorname{sh}(\xi'+\varphi_0)]\right\}\times$$
$$\times\{b^2+\sin\theta\operatorname{sh}\xi\operatorname{sh}(\xi'+\varphi_0)+b\sin\theta\cos\varphi\operatorname{ch}\xi'\},\quad \varphi_0=\operatorname{Arth}\cos\theta.\tag{4}$$

Мы должны теперь проинтегрировать формулу (4) по ξ и ξ'. Вводя новые замены переменных $\xi+\varphi_0=\eta$, $\xi'+\varphi_0=\eta'$, преобразуем подынтегральное выражение к виду, допускающему применение формул [9]

$$K_\mu(x)\cos\left(\frac{\mu\pi}{2}\right)=\int\limits_0^\infty\cos(x\operatorname{sh}t)\operatorname{ch}(\mu t)\,dt,\quad [x>0,\ -1<Re\,\mu<1],\tag{5}$$

$$K_{\mu}(x)\sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right)=\int\limits_0^{\infty}\sin(x\,\mathrm{sh}\,t)\,\mathrm{sh}(\mu t)\,dt,\quad [x>0,\ -1<Re\,\mu<1] \tag{6}$$

и формул, получающихся из (5), (6) дифференцированием по параметру. Окончательно мы получаем следующую формулу для спектрально-углового распределения излучения электрическим зарядом, движущимся в постоянном электрическом поле:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} W dt=\frac{m_0^2 c}{2\pi^2 E^2}\int\limits_0^{\infty} d\omega\omega^2\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^{2\pi} d\varphi\left\{\left[\left(1-\frac{\nu^2}{z^2}\right)\gamma^2-1\right]R_{\nu}^2(z)+\gamma^2 R_{\nu}'^2(z)\right\}. \tag{7}$$

Здесь введены обозначения $\gamma=\frac{\sqrt{m_0^2c^4+p_0^2c^2}}{m_0c^2}$, $z=\frac{\omega}{a}\sqrt{1-y^2}$,

$\nu=bz\cos\varphi$, $R_{\nu}(z)=2e^{\frac{\nu\pi}{2}}K_{i\nu}(z)$, $R_{\nu}'(z)$ — производная по z от $R_{\nu}(z)$.

Из теоремы сохранения энергии электромагнитного поля при наличии источника имеем

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\,\frac{d}{dt}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\vec{E}^2+\vec{H}^2}{8\pi}\,d\vec{r}+\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\lim_{R\to\infty}\oint\vec{S}d\vec{f}=-\int\limits_{-\infty}^{\infty}(\vec{j}\vec{E})\,d\vec{r}\,dt. \tag{8}$$

В случае источника, движущегося по закону (1), первый интеграл слева в формуле (8) равен нулю. Отсюда следует, что вычисление глобальных потерь энергии на излучение и спектрально-углового распределения интенсивности излучения может быть проведено на основе формул

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} W dt=-\int\limits_{-\infty}^{\infty}(\vec{j}\vec{E})\,d\vec{r}dt=\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\lim_{R\to\infty}\oint\vec{S}d\vec{f}. \tag{9}$$

Естественно поэтому результат (7) совпадает с формулой (16) работы [4], полученной авторами другим путем.

2. Запись закона сохранения энергии в форме (9) важна потому, что она открывает пути подсчета углового распределения полной энергии излучения. Последняя задача в [4] не рассматривалась. Для нахождения углового распределения полного излучения следует либо изменить порядок интегрирования в формуле (4), либо проинтегрировать по времени t' (t' — время источника) выражение для интенсивности излучения, взятое на больших расстояниях от источника. В этом последнем случае мы имеем

$$a\int d\varepsilon_{\vec{n}}=\frac{e^2a}{4\pi c^3}\int d\Omega\int dt'\left\{\frac{\vec{w}^2}{\left(1-\frac{(\vec{n}\vec{v})}{c}\right)^3}+\frac{2(\vec{n}\vec{w})(\vec{v}\vec{w})}{c\left(1-\frac{(\vec{n}\vec{v})}{c}\right)^4}-\right.$$

$$\left.-\frac{\left(1-\frac{\vec{v}^2}{c^2}\right)(\vec{n}\vec{w})^2}{\left(1-\frac{(\vec{n}\vec{v})}{c}\right)^5}\right\}=\frac{e^2a^2}{32c}\int\limits_0^{\pi}\frac{d\theta}{\sin^2\theta}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\,\times$$

$$\times\left[\frac{4(1+2b^2\cos^2\varphi)}{(1-b^2\cos^2\varphi)^{5/2}}-\frac{1}{\gamma^2}\,\frac{(1+4b^2\cos^2\varphi)}{(1-b^2\cos^2\varphi)^{7/2}}\right]. \tag{10}$$

Видно, что интегрирования по θ и φ в полученном выражении полностью разделяются. Интегрируя далее по φ, найдем распределение полной энергии $a\int d\varepsilon_{\vec{n}}$ излучения по углу θ

$$a\int d\varepsilon_{\vec{n}} = \frac{2}{3}\,\frac{e^2a^2}{c}\,\gamma^2\left[\left(\gamma^2+\frac{1}{16}\right)E\left(\frac{\pi}{2},b\right)-\frac{1}{2}F\left(\frac{\pi}{2},b\right)\right]\int\limits_0^{\pi}\frac{d\theta}{\sin^2\theta}. \qquad (11)$$

Здесь $F\left(\frac{\pi}{2}, b\right)=\int\limits_0^{\pi/2}\frac{d\psi}{\sqrt{1-b^2\cos^2\psi}}$ и $E\left(\frac{\pi}{2}, b\right)=\int\limits_0^{\pi/2}\sqrt{1-b^2\cos^2\psi}\,d\psi$ — полные эллиптические интегралы соответственно 1-го и 2-го рода. Естественно, что полная энергия излучения рассматриваемого источника за бесконечное время представляет собой расходящийся результат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schott G. A. Phil. Mag., **29**, 49, 1915.
2. Fulton T., Rohrlich F. Ann. of Phys., **9**, 499, 1960.
3. Rohrlich F. Nuovo Cim., **21**, 802, 1961.
4. Никишов А. И., Ритус В. И. ЖЭТФ, **56**, 2035, 1969
5. Гинзбург В. Л. «Успехи физических наук», **98**, 569, 1969.
6. Паули В. Теория относительности. М., 1947.
7. M. v. Laue. Relativitatstheorie, 3-rd ed., Braunschweig, 1919.
8. Dirac P. A. Proc. Roy. Soc., **A 167**, 148, 1938.
9. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. 2. М., 1966.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1967.

Поступила в редакцию
15.11 1972 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК

Н. М. ИЕВСКАЯ, А. Л. КОТКИН, Б. Д. МАЛЫШЕВ, Р. М. УМАРХОДЖАЕВ

К ИЗМЕРЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЯДЕР В СРЕДНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Исследование динамической поляризации ядер в жидкости и измерение времен релаксации при работе в магнитных полях с напряженностью до 1000 *эрст* и невысокой однородностью поля затрудняется малой величиной сигналов ЯМР, наблюдаемых в отсутствие поляризации. В этих условиях для наблюдения ЯМР-сигналов более целесообразно использовать метод адиабатического быстрого прохождения, при котором амплитуда сигналов ЯМР значительно возрастает по сравнению с амплитудой стационарных сигналов [1].

Из общих соображений теории (см. А. Абрагама) следует, что на значения коэффициентов динамической поляризации не должен оказывать влияния метод наблюдения сигналов. Значения времен релаксации ядер, измеренные при поляризации и в ее отсутствие, также должны сохраняться из-за сильного различия значений времен релаксации ядер и электронов.

Наши эксперименты подтверждают, что если поляризованный и неполяризованный сигналы наблюдаются с помощью одного и того же метода, то значения коэффициентов динамической поляризации совпадают в пределах точности измерений (10%). Были использованы метод наблюдения стационарных сигналов ЯМР в слабых р. ч. полях и метод адиабатического быстрого прохождения. Коэффициенты поляризации измерялись в полях с напряженностью 500 и 1000 *эрст*. Образцами служили водные растворы соли Ферми.

Было также установлено, что времена релаксации поляризованных и неполяризованных ядер имеют одни и те же значения. Измерения проводились при адиабатическом быстром прохождении по методу точки инверсии.

Однако во время экспериментов было обнаружено, что на измеряемые значения коэффициентов динамической поляризации и времен релаксации может оказы-

[1] А. Абрагам. Ядерный магнетизм. М., ИЛ, 1963.