ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1973

УДК539.12:530.145

Ю. И. КЛИМЕНКО, О. С. ПАВЛОВА, А. И. ХУДОМЯСОВ

К ВОПРОСУ ОБ ИНДУЦИРОВАННОМ ИЗЛУЧЕНИИ НЕЙТРАЛЬНЫХ ФЕРМИ-ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Изучается индуцированное излучение нейтральных ферми-частиц, обладающих аномальным магнитным моментом, в поле волны и в постоянных, равных по величине, ортогональных магнитном и электрическом полях. Исследуется влияние поляризации волны на мощность излучения. Рассмотрены спиновые эффекты и показано, что в результате излучения спин частицы могут приобретать преимущественную ориентацию.

В настоящей работе рассматривается влияние поляризации плоской электромагнитной волны на вынужденное излучение нейтральных ферми-частиц.

Движение нейтральных ферми-частиц, имеющих аномальный магнитный момент $\hbar c\mu$, в поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль единичного вектора $\vec{n}=(0, 0, 1)$, будем описывать обобщенным уравнением Дирака—Паули [1]

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\hat{\mathcal{H}}\psi,\ \hat{\mathcal{H}}=c(\vec{\alpha}\hat{\vec{p}})+\rho_3 mc^2+\hbar c\mu\left[\rho_3(\vec{\sigma}\vec{H})+\rho_2(\vec{\sigma}\vec{E})\right], \tag{1}$$

где $\vec{\alpha}$, $\vec{\rho}$, $\vec{\sigma}$ — матрицы Дирака, $\hat{\vec{p}}=-i\hbar\nabla$, $\vec{E}$, $\vec{H}$ — электрическое и магнитное поле волны ($\vec{E}=\vec{E}(\xi)$, $\vec{H}=\vec{H}(\xi)$).

Волновые функции нейтральной ферми-частицы, являющиеся точным решением уравнения (1), имеют вид [2]

$$\psi=\frac{N}{L^{3/2}}\begin{pmatrix}k_0+\lambda+(\vec{\sigma}\vec{n})(\vec{\sigma}\vec{k}_\perp)\\(k_0-\lambda)(\vec{\sigma}\vec{n})+(\vec{\sigma}\vec{k}_\perp)\end{pmatrix}e^{-ic\lambda t+i(\vec{k}_\perp\vec{r})-ik_3\xi}\,U(\xi),$$
$$(\vec{k}_\perp,\vec{n})=0,\ \hbar k_0=mc,\ \xi=ct-(\vec{r}\vec{n}),\ k_3=\frac{k_0^2+k_\perp^2-\lambda^2}{2\lambda}. \tag{2}$$

Величина λ является собственным значением оператора $\hat{\lambda}=\dfrac{\hat{E}-c(\hat{\vec{p}}\vec{n})}{c\hbar}$ и сохраняется во времени (интеграл движения). Нормировочный коэффициент N имеет вид

$$N = [2(k_0^2 + k_\perp^2 + \lambda^2)]^{-1/2}.$$

В формуле (2) и далее используются двухрядные матрицы Паули $\vec{\sigma}$. Спинор $U(\xi)$ двухкомпонентный и удовлетворяет уравнению

$$i\frac{dU(\xi)}{dt} = \mu(\vec{\sigma}\vec{H})\,U(\xi). \tag{3}$$

Для исследования вынужденного излучения нейтральной ферми-частицы мы будем предполагать, что на частицу помимо основной волны падает вторая волна частоты $\omega_2 = c\varkappa_2$ меньшей интенсивности (под углом θ к вектору $\vec{n}$). Эту вторую волну будем предполагать квантованной и настолько слабой по сравнению с первой, что можно рассматривать ее влияние по методу теории возмущений. Энергия возмущения равна

$$u = \frac{\mu}{L^{3/2}}\sum_{\varkappa_2}\varkappa_2\sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{\varkappa_2}}\,(\vec{B}\vec{a})\,e^{-ic\varepsilon\varkappa_2 t + i\varepsilon\vec{\varkappa}_2\vec{r}},$$

$$\vec{B} = i(\rho_3[\vec{\sigma}\vec{\varkappa}_2^0] + \rho_2\vec{\sigma}), \tag{4}$$

$\varepsilon = \mp 1$ — соответствует процессу излучения и поглощения фотона импульса $\hbar\varkappa_2$ из второй волны.

Очевидно, что под действием второй волны частица будет совершать вынужденные переходы, которые могут сопровождаться усилением или ослаблением второй волны [3]. В этом случае расчет вероятности и мощности вынужденного излучения сводится к вычислению матричных элементов перехода нейтрона, движущегося в поле плоской волны под действием такого возмущения.

Матричные элементы перехода рассчитываются по точным волновым функциям (2)—(3). При переходе из начального состояния $\vec{k}_\perp, \lambda, \zeta$ в конечное $\vec{k}'_\perp, \lambda', \zeta'$ выполняются законы сохранения:

$$\vec{k}_\perp - \vec{k}'_\perp + \varepsilon\varkappa_2\sin\theta\vec{s} = 0,\quad \vec{s} = \vec{l}_1\cos\varphi + \vec{l}_2\sin\varphi,$$

$$\frac{k_0^2 + \vec{k}'^2_\perp - \lambda'^2}{2\lambda'} - \frac{k_0^2 + k_\perp^2 - \lambda^2}{2\lambda} - \varepsilon\varkappa_2\cos\theta = -\varepsilon n\varkappa_1,\quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Здесь $\omega_1 = c\varkappa_1$ — частота первой волны, а волновой вектор второй волны $\varkappa_2$ выбран в сферической системе координат $(\varkappa_2, \theta, \varphi)$, причем частота второй волны равна $\omega_2 = c\varkappa_2$. При $\varepsilon = -1$ вторая волна усиливается (из первой волны частица поглощает n фотонов частоты $\omega_1 = c\varkappa_1$ и излучает один фотон частоты ω_2 во вторую), при $\varepsilon = +1$ усиливается первая волна (частица поглощает один фотон частоты ω_2 из второй и излучает n фотонов частоты ω_1 в первую волну) [3].

Решение уравнения (3) для волны произвольной поляризации пока не известно, однако это уравнение допускает точное решение для некоторых случаев задания поляризации волны.

Рассмотрим первую волну, поляризованную линейно, вектор-потенциал можно выбрать в виде

$$\vec{A}(\xi) = \vec{e}A,\ \vec{e} = (1, 0, 0),\ \vec{A} = -\sqrt{2}\,\frac{E_1}{\varkappa_1}\sin x_1\xi. \tag{5}$$

В этом случае имеется точное решение уравнения (3), которое можно представить в виде

$$U(\xi)=\frac{1}{2}\sum_{s=\pm 1}[1-s(\sigma[\vec{l}\vec{n}])]\,e^{is\mu A}\,U_0, \tag{6}$$

U_0—постоянный спинор, характеризующий ориентацию спина частицы, можно подчинить уравнению

$$(\vec{\sigma}\vec{l})\,U_0=\zeta U_0,\quad \zeta=\pm 1, \tag{7}$$

где $\vec{l}=(\sin\eta\cos\Phi,\ \sin\eta\sin\Phi,\ \cos\eta)$ — единичный вектор ориентации спина частицы, $\zeta=\pm 1$ определяет два возможных направления спина частицы вдоль $\vec{l}$. Решая уравнение (7), имеем

$$u_0=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\zeta\sqrt{1+\zeta\cos\eta}\,e^{-i\Phi/2}\\ \sqrt{1-\zeta\cos\eta}\,e^{i\Phi/2}\end{pmatrix}. \tag{8}$$

Учитывая вышесказанное, получим следующее выражение для вероятности индуцированного излучения (считая, что частица в начальном состоянии двигалась вдоль вектора $\vec{n}$ со средней скоростью $c\beta_3$, т. е. $\vec{k}_\perp=0$):

$$w=c^2\mu^2E_2^2\sum J_n^2(a)\,G(\tau)\,F\,\frac{|\,l_2(f_1\cos\varphi+isf_2)-i\varepsilon l_3f_3\sin\varphi\,|^2}{8\,(k_0^2+\lambda^2)\,(k_0^2+\varkappa_2^2\sin^2\theta+\lambda^2)},$$

$$F=\frac{1+\zeta\zeta'}{2}(1-\sin^2\eta\,{}^2\sin\Phi)+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}(1+\sin^2\eta\sin^2\Phi+$$

$$+\,2s\zeta\sin\eta\sin\Phi),$$

$$f_{1,3}=\lambda\lambda'(1+\cos\theta)\mp k_0^2(1-\cos\theta)-\varepsilon\varkappa_2\lambda\sin^2\theta,$$

$$f_2=k_0\sin\theta\,[\lambda+\lambda'-\varepsilon\varkappa_2(1-\cos\theta)]. \tag{9}$$

Функция $G(\tau)$ учитывает «время жизни» начального состояния (см. [4])

$$G(\tau)=4\tau\,[1+4c^2\tau^2R^2]^{-1},\quad R=\lambda-\lambda'+\varepsilon\varkappa_2(1-\cos\theta),$$

которое может быть оценено как обратная величина вероятности спонтанного излучения [2]. В формуле (9) суммирование должно проводиться по $s=\pm 1$, $\varepsilon=\pm 1$ и по всем значениям целого числа $n=1, 2, 3$, которое обозначает число фотонов, вступивших в реакцию. Параметры l_2 и l_3 характеризуют поляризацию второй волны [5]. $J_n(a)$ — функция Бесселя аргумента $a=2\sqrt{2}\,\mu\frac{E_1}{\varkappa_1}$, E_1, E_2 — среднеквадратичные амплитуды первой и второй волны соответственно. Матричные элементы матриц Паули $\vec{\sigma}$ легко вычисляются с помощью спинора [6, 7]:

$$\vec{\sigma}=\zeta\,\frac{1+\zeta\zeta'}{2}\,\vec{l}+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\,\frac{[\vec{l}\,[\vec{l}\vec{n}]]-i\zeta\,[\vec{l}\vec{n}]}{\sqrt{1-(\vec{l}\vec{n})^2}}.$$

Усреднение по начальным и суммирование по конечным спинам в формуле (9) приводит к тому, что

$$\sum_{\zeta,\zeta'}F=2. \tag{10}$$

Полная мощность излучения получается из (9) (с учетом (10)) умножением вероятности на величину $\hbar c(\lambda-\lambda'-\varepsilon\varkappa_2\cos\theta)$.

Приведенные формулы полностью описывают вероятность и мощность излучения нейтральной ферми-частицы, движущейся в поле плоской элекромагнитной волны линейной поляризации, и удобны для численных расчетов при заданных условиях эксперимента.

Если в области пересечения первой и второй волны находится не один, а N частиц, то вероятность и мощность следует умножить на N.

Точные оценки вероятности излучения удобно проводить, исходя из выражения (9), для качественного анализа заметим, что функция $G(\tau)$ принимает максимальное значение лишь в малой области параметров, лежащей около точки $R=0$. Поэтому с достаточной точностью можно считать, что значительный вклад в вероятность вносят лишь те переходы, для которых квантовые числа конечного состояния нейтральных ферми-частиц удовлетворяют помимо (4) условию $R=0$, т. е.

$$\lambda-\lambda'-\varepsilon\varkappa_2(1-\cos\theta)=0. \tag{11}$$

Совместное решение (4) и (11) приводит к выводу, что такой процесс идет лишь в случае, если $\varkappa_2$ связана с формулой

$$\varkappa_2=\frac{n\varkappa_1(1-\beta_3)}{1-\beta_3\cos\theta-\varepsilon n\dfrac{\varkappa_1}{k_0}\sqrt{1-\beta_3^2}\,(1-\cos\theta')}=\frac{1+\beta_3\cos\theta'}{1+\beta_3}\,\frac{n\varkappa_1}{1-\varepsilon p(1-\cos\theta')}, \tag{12}$$

причем p и λ могут быть выражены через β_3 соотношением

$$\lambda=k_0\sqrt{\frac{1-\beta_3}{1+\beta_3}},\quad p=\frac{\alpha}{k_0}\,n\varkappa_1=\frac{n\varkappa_1}{k_0}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{1+\beta_3}}.$$

Угол θ' связан с углом θ преобразованием Лоренца

$$\sin\theta=\frac{\sqrt{1-\beta_3^2}\sin\theta'}{1+\beta_3\cos\theta'}\qquad \cos\theta'=\frac{\beta_3+\cos\theta'}{1+\beta_3\cos\theta'}.$$

Формула (9) при этом принимает вид

$$w=\frac{1}{8}c^2\mu^2E_2^2\sum_{n,s,\varepsilon}J_n^2(a)\,FG(\tau)\,\frac{(1-\beta_3^2)^2\,[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')]^2}{(1+\beta_3\cos\theta')^2\,[1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')]}\times$$
$$\times[l_2^2\cos^2\theta'\cos^2\varphi+(l_2\sin\theta-\varepsilon sl_3\sin\varphi)^2], \tag{13}$$

а полная мощность, усредненная по начальным и просуммированная по конечным спинам, имеет вид

$$W=-\frac{1}{8}mc^4\mu^2E_2^2\,\frac{(1-\beta_3^2)^{3/2}}{1+\beta_3\cos\theta'}\sum_{n,\varepsilon}J_n^2(a)\,\frac{\varepsilon p\,[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')]\,G(\tau)}{1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')}\times$$
$$\times[l_2^2(\cos^2\theta'\cos^2\varphi+\sin^2\theta')+l_3^2\sin^2\varphi]. \tag{14}$$

Уравнение (3) также допускает точное решение в случае, когда первая волна имеет круговую поляризацию. Вектор-потенциал такой волны можно выбрать в виде

$$\vec{A}(\xi)=-\frac{E_1}{\varkappa_1}(\vec{l}_1\sin\varkappa_1\xi-g\vec{l}_2\cos\varkappa_1\xi),$$

где $\vec{l}_1$, $\vec{l}_2$ — ортонормированный репер в плоскости xy, величина $g=\pm 1$ характеризует правую ($g=+1$) и левую ($g=-1$) поляризацию волны. В этом случае уравнение (3) имеет точное решение [8]:

$$U=\left[\frac{2+\Delta}{8(1+\Delta)}\right]^{1/2}\sum_{S=\pm 1}\left[(1+Sg(\vec{\sigma}\vec{n}))\,e^{+iS\frac{\varkappa\Delta}{2}\xi}-Sa\frac{\sigma_2+iSg\sigma_1}{(2+\Delta)\sqrt{2}}\,e^{iS\frac{2+\Delta}{2}\varkappa_1\xi}\right]U_0,$$

$$\Delta=\sqrt{1+a^2/2}-1.$$

Мощность индуцированного излучения имеет вид (при условии выполнения (4) и (11)):

$$W=-\frac{mc^4\mu^2E_2^2a^2(1-\beta_3^2)^{3/2}}{16(1+\Delta)^2(2+\Delta)^2(1+\beta_3\cos\theta')}\sum_{\varepsilon,n=+1}^{4}\frac{\varepsilon Gp_n[1-\varepsilon p_n(1-\cos\theta')]\,|S_n|^2}{1+p_n(p_n-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')},$$

$$\varkappa=\frac{1+\beta_3\cos\theta'}{1-\beta_3}\,\frac{\lambda p_n}{1-\varepsilon p_n(1-\cos\theta')},$$

$$S_1=(2+\Delta)(l_2\cos\theta'+gl_3)(\vec{\sigma}\vec{n}),\qquad p_1=\frac{\varkappa_1}{k_0}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{1+\beta_3}},\tag{15}$$

$$S_2=(2+\Delta)\,l_2A_\varepsilon\sin\theta,\qquad p_2=p_1(1+\Delta),$$

$$S_3=\frac{2+\Delta}{a\sqrt{2}}A_\varepsilon(l_2\cos\theta'-gl_3),\qquad p_3=\Delta p_1,$$

$$S_4=\frac{a}{2\sqrt{2}}A_\varepsilon(l_2\cos\theta'+gl_3),\qquad p_4=(2+\Delta)\,p_1.$$

$$A_\varepsilon=\zeta\,\frac{1+\zeta\zeta'}{2}\sin\eta+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\,\varepsilon g\zeta(1+\varepsilon g\zeta\cos\eta),$$

Итак, наличие аномального магнитного момента у нейтральной ферми-частицы приводит к возможности индуцированного излучения этими частицами.

Как следует из формул (9), (15), при движении нейтральной ферми-частицы в поле плоской электромагнитной волны, мощность, а следовательно, и вероятность индуцированного излучения зависят от начальной ориентации спина, причем эта зависимость входит в члены, соответствующие перевороту спина частицы ($\zeta=\zeta'$). Таким образом, возмущающее действие второй волны приводит к возможности появления преимущественной ориентации спина нейтральной ферми-частицы. Для волны круговой поляризации наиболее ярко этот эффект проявляется при ориентации спина частицы вдоль направления распространения первой волны, а для волны линейной поляризации — ортогонально распространению.

Отметим также, что точные решения уравнения (3) в том случае, если первая волна линейной поляризации, приводят к индуцированному излучению высших гармоник, кратных основной частоте, а в случае круговой поляризации излучаются только четыре различных гармоники, не являющихся кратными основной частоте.

Из формулы (15) легко получить при $\omega_1\to 0$ мощность поляризованного индуцированного излучения нейтральных ферми-частиц в постоянных, равных по величине ортогональных полях $\vec{E}$ и $\vec{H}$:

$$W = -\hbar\mu^3 \frac{c^3E_2^2E_1}{8} \sum_\varepsilon \varepsilon \frac{(1-\beta_3)(1-\beta_3^2)\,G(\tau)\,[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')]\,\Phi}{(1+\beta_3\cos\theta')\,[1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')]},$$

$$\Phi = [l_2^2(2-\cos^2\theta') + l_3^2]\left\{\frac{1+\zeta'\zeta}{2}\sin^2\eta + \frac{1-\zeta\zeta'}{2}(1+\varepsilon g\zeta\cos\eta)^2\right\}, \quad (16)$$

$$p = 2\mu\alpha\frac{E_1}{k_0} \quad \omega = \frac{1+\beta_3\cos\theta'}{1+\beta_3}\;\frac{2\mu c E_1}{1-2\varepsilon\alpha\mu\dfrac{E_1}{k_0}(1-\cos\theta')}.$$

Таким образом, возмущающее действие второй волны и в этом случае приводит к преимущественной ориентации спина частицы. Суммарная круговая поляризация излучения отсутствует.

Рассмотрим подробно вопрос о направленности в процессе изменения ориентации спина нейтральной ферми-частицы, происходящей вследствие воздействия второй волны. Для этого из вероятности излучения выделим часть, соответствующую переходам с переворотом спина ($\zeta=-\zeta'$).

1. Первая волна линейной поляризации $\vec{l}=\vec{l_2}$ (где $\vec{l_2}$ — единичный вектор, направленный по оси y):

$$W = \frac{1}{4}c^2\mu^2E_2^2 \sum_{n,\varepsilon} J_n^2 G(\tau) \frac{(1-\beta_3^2)\,[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')]^2}{(1+\beta_3\cos\theta')^2\,[1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')]} \times$$

$$\times \{l_2^2\cos^2\theta\cos^2\varphi + (l_2\sin\theta' - \varepsilon\zeta_1\sin\varphi)^2\}.$$

2. Круговая поляризация первой волны ($\vec{l}=\vec{n}$):

$$w = \frac{c^2\mu^2E_2^2a^2(1-\beta_3^2)^2}{16(1+\Delta)^2(2+\Delta)^2(1+\beta_3\cos\theta')^6}(1+\varepsilon\zeta g)^2 \times$$

$$\times \sum \frac{G(\tau)\,[1-\varepsilon p_n(1-\cos\theta')]^2 S_n^2}{1+p_n(p_n-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')},$$

S_n определяются формулой (15), если там положить $\zeta=-\zeta'$.

3. Постоянные, равные по величине ортогональные поля ($\vec{l}=\vec{n}$):

$$w = \frac{1}{16}c^2\mu^2E_2^2 \sum_\varepsilon \frac{(1-\beta_3^2)^2\,[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')]^2\,G(\tau)}{(1+\beta_3\cos\theta')^2\,[1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')]} \times$$

$$\times (1+\varepsilon\zeta g)^2\,[l_2^2(2-\cos^2\theta') + l_3^2].$$

Таким образом, в случаях 1 и 3 возможна полная поляризация нейтральных ферми-частиц (наличие множителя $(1+\varepsilon\zeta g)$), а в случае 1 — частичная, причем степень поляризации пучка (отношение $\frac{n_1}{n_{-1}}$, где n_1 — число частиц со спином $\zeta=1$, n_{-1} — со спином $\zeta=-1$) равна

$$\frac{n_1}{n_{-1}} = \frac{l_2^2\cos^2\theta'\cos^2\varphi + (l_2\sin\theta' + \varepsilon l_3\sin\varphi)^2}{l_2^2\cos^2\theta'\cos^2\varphi + (l_2\sin\theta' - \varepsilon l_3\sin\varphi)^2}$$

и максимальна при $\theta'=\varphi=\frac{\pi}{2}$. Если вторая волна поляризована по кругу, то и в этом случае поляризация может быть полной.

Проведенные исследования показывают, что индуцированное излучение может быть использовано для получения нейтральных частиц с ориентированным спином.

Авторы благодарят проф. В. Г. Багрова за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pauli W. Rev. of Mod. Phys., **13**, 203, 1941.
2. Тернов И. М., Багров В. Г. и др. ЖЭТФ, **52**, 1584, 1967.
3. Багров В. Г., Халилов В. Р. «Изв. вузов», физика, № 9, 50, 1969.
4. Сб. «Синхротронное излучение» под ред. А. А. Соколова, И. М. Тернова. М., 1966.
5. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., 1958.
6. Багров В. Г., Клименко Ю. И., Халилов В. Р. ЖЭТФ, **57**, 922, 1969.
7. Багров В. Г., Клименко Ю. И., Павлова О. С. «Изв. вузов», физика, № 8, 50, 1970.

Поступила в редакцию
27.3 1972 г.

Кафедра
теоретической физики