# Вестник московского университета

nas -

№ 6-1973

Cur

УДК 621.378.001

## В. И. ЕМЕЛЬЯНОВ

## К ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА НА ПОЛЯРИТОНАХ

На основе флуктуационно-диссипационного подхода рассмотрено стационарное комбинационное рассеяние света на поперечных поляритонах (ВКРП) во всей области волновых векторов и частот поляритонов, включая фононный резонанс. В эффективном уравнении для медленной амплитуды стоксовой волны кроме линейного (равновесного) источника флуктуаций поляризации среды учтен также нелинейный (неравновесный) источник, определяющий ВКРП вблизи резонанса. Общая формула для выходной мощности подробно рассмотрена в резонансной области. Показано, что полученные выражения описывают последовательный переход от ВКРП к ВКР на поперечных оптических фононах.

В предыдущей работе [1] было рассмотрено спонтанное рассеяние на поперечных поляритонах (СРП) во всей области поляритонных частот  $\omega_2$ , включая фононный резонанс ( $\omega_i$ ). Настоящая работа является продолжением [1] и посвящена рассмотрению вынужденного рассеяния на поперечных поляритонах (ВКРП).

Стационарная теория ВКРП для ограниченной области частот развивалась в ряде работ (см. [2] и приведенную там литературу).

Основной задачей теории ВКРП является вычисление частотноуглового распределения мощности света на выходе из усиливающей среды. Этот расчет был приведен в работе [2] при условии, что  $\omega_2$  далека от  $\omega_i$ .

Отдельно исследован также резонансный случай  $\omega_2 = \omega_i$  при больших значениях волнового вектора поляритона —  $\vec{K_2}$  (ВКР на поперечных оптических фонотонах (ВКРП) [3, 4]). Вместе с тем отсутствует общее рассмотрение ВКРП, справедливое во всей области  $\omega_2$ ,  $\vec{K_2}$ .

Для решения этой задачи требуется определение квантовых источников флуктуаций поляризации среды. В роли их выступают прежде всего источники флуктуации линейной поляризации. Они определяют ВКРП вдали от фононного резонанса. Такие источники использовались в работе [2].

Кроме того, при действии на нецентросимметрическую среду среднего поля накачки в ней возникают дополнительные (неравновеснонелинейные) источники. Именно эти дополнительные источники определяют ВКРП в окрестности резонанса. В частности, как показано в [1], вклад от нелинейного источника флуктуаций поляризации в уравнение для стоксовой волны описывает последовательный переход от СР на поляритонах к СР на поперечных оптических фононах.

В § 1 настоящей работы результаты [1] используются для определения эффективного источника флуктуаций в эффективном уравнении для Фурье-амплитуды стоксовой волны.

Полученное эффективное уравнение описывает ВКРП по всей области  $\omega_2$ ,  $\vec{K}_2$ , включая резонанс. Его решение проведено в § 2. В результате получена формула, определяющая частотно-угловое распределение мощности света во всей области  $\omega_2$ ,  $\vec{K}_2$ .

В ходе расчета получено также общее выражение для коэффициента усиления. Для нерезонансной и резонансной области из него следуют результаты [2]. Все рассмотренное проведено в предположении прозрачности среды на частотах стоксовой волны— $\omega_1$  и накачки— $\omega_3$ . Накачка аппроксимируется линейно-поляризованной монохроматической волной.

### § 1. Уравнение для Фурье-амплитуды стоксовой волны. Эффективный источник флуктуации

Будем предполагать, что усиливающая (нецентросимметрическая) среда конечна по оси X (простирается от x=0 до x=l) и бесконечна по осям Y и Z. Вдоль оси X распространяется волна накачки

$$\vec{E}_{3}(\vec{r}, t) = \vec{e}_{3}E_{3}e^{-i\omega_{3}t+ik_{3}x} + \kappa. c.$$
(1)

Для отрицательночастотного оператора стоксова поля  $E_1^+(r, t)$ и положительночастотного оператора поляритонного поля  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ используем следующие представления:

$$\vec{E}_{1}^{+}(\vec{r},t) = \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega_{1}}{2\pi} \int \frac{d\vec{k}_{1T}}{(2\pi)^{2}} \vec{e}_{1} E_{1}^{+}(-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},x) e^{i(\omega_{1}t-\vec{k}_{1}\vec{r},\tau)-ik_{1x}x},$$
$$\vec{E}_{2}(\vec{r},t) = \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega_{2}}{2\pi} \int \frac{d\vec{k}_{2T}}{(2\pi)^{2}} \vec{e}_{2} E_{2}(\omega_{2},\vec{k}_{2T},x) e^{i(\omega_{2}t-\vec{k}_{2}\vec{r},\tau)+ik_{2x}x}.$$
(2)

Здесь

$$k_{2x} = k_3 - k_{1x}, \ \vec{k}_T = \{k_y; k_z\}, \ \vec{r}_T = \{y, z\}.$$
 (3)

Уравнения для  $\vec{E}_1^+(\vec{r},t)$  и  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$  имеют вид

. .

$$\frac{\partial^2 \widehat{\epsilon} \widehat{E}_1^+(r,t)}{\partial t^2} - c^2 \Delta \widehat{E}_1^+ = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\widehat{P}_1^{(\text{HJ. HHJ.})} + \widehat{P}_1^{(\text{HJ. HCT.})}), \qquad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \widehat{\varepsilon}}{\partial t^2} \vec{E}_2(r, t) - c^2 \Delta \vec{E}_2(r, t) = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\vec{P}_2^{(\text{HJ. HH}, \text{I})} + \vec{P}_2^{(\text{HCT.})}).$$
(5)

При определении правых частей (4) и (5) были использованы результаты работы [1]. Индуцированные части нелинейной поляризации —  $P_{1,2}^{(нл.инд.)}$  содержат квадратичный и кубический вклады

$$P_{1}^{(\text{H.T. HH}, \text{I})}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, x) = \chi E_{3}^{*}E_{2}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x) + \gamma_{1}|E_{3}|^{2}E_{1}^{+}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, x),$$

$$P_{2}^{(\text{H.T. HH}, \text{I})}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x) = \chi E_{3}E_{1}^{+}(-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, x).$$
(6)

643

Здесь

$$\begin{split} \boldsymbol{\omega}_{2} &= \boldsymbol{\omega}_{3} - \boldsymbol{\omega}_{1}, \ \vec{k}_{2T} = -\vec{k}_{1T}, \ \boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\chi}_{\alpha\beta\gamma} \left( \boldsymbol{\omega}_{2}, -\boldsymbol{\omega}_{3} \right) \boldsymbol{e}_{1\alpha} \boldsymbol{e}_{2\beta} \boldsymbol{e}_{3\gamma}, \\ \boldsymbol{\chi}_{\alpha\beta\gamma} \left( \boldsymbol{\omega}_{2}, -\boldsymbol{\omega}_{3} \right) &= \boldsymbol{\chi}_{\beta\alpha\gamma} \left( -\boldsymbol{\omega}_{1}, \ \boldsymbol{\omega}_{3} \right), \\ \boldsymbol{\gamma}_{1} &= \boldsymbol{\gamma}_{\alpha\beta\gamma\sigma} \left( -\boldsymbol{\omega}_{1}, \ \boldsymbol{\omega}_{3}, -\boldsymbol{\omega}_{3} \right) \boldsymbol{e}_{1\alpha} \boldsymbol{e}_{1\beta} \boldsymbol{e}_{3\gamma} \boldsymbol{e}_{3\sigma}, \end{split}$$

 $\chi_{\alpha\beta\gamma}, \gamma_{\alpha\beta\gamma\sigma} -$ соответственно тензоры квадратичной и кубической поляризуемости,  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 -$ единичные векторы вдоль  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ .

В выражении  $P_2^{(нл.инд.)}$  мы пренебрегли вкладом от кубической восприимчивости —  $\gamma_2 |E_3|^2 E_2$ . Учет этого члена дает пренебрежимо малую поправку<sup>1</sup>. Вклад от источника флуктуаций в нелинейную поляризацию в (4) имеет вид (см. [1]):

$$P_{1}^{(\text{HJ. HH}\mathcal{A}.)}(-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},x) = \frac{4\pi\chi''E_{3}^{*}}{\varepsilon_{2}''}P^{(\text{HCT.})}(\omega_{2},-\vec{k}_{1T},x), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_2'' = \varepsilon''(\omega_2)$  — мнимая часть диэлектрической проницаемости  $P^{(\text{ист.})}$  — источник флуктуаций поляризации среды.

Поскольку среда предполагается прозрачной на  $\omega_1$ , мы пренебрегли в (4) источником  $P_1^{(\text{ист.})}$  а в (3) — вкладом от  $P_2^{(\text{нл.ист.})}$ .

Используя (2) и (3), (6) и (7), из (4) и (5), пренебрегая

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \dot{E}_1^+ (-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, x), \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_2 (\omega_2, -\vec{k}_{1T}, x),$$

получаем

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \lambda_1\right) E_1^+ \left(-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, x\right) - \alpha_1 E_2 = F_1^{(\text{HCT})},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \lambda_2\right) E_2 \left(\omega_2, -\vec{k}_{1T}, x\right) - \alpha_2 E_1^+ = F_2^{(\text{HCT})},$$

где

$$\begin{split} \lambda_{1} &= -\frac{2\pi\omega_{1}^{2}|E_{3}|^{2}}{k_{1x}c^{2}}\gamma_{1}'', \ \alpha_{1} &= -\frac{i2\pi\omega_{1}^{2}}{k_{1x}c^{2}}\chi E_{3}^{*}, \\ F_{1}^{(\text{HCT.})} &= -\frac{8\pi^{2}\omega_{1}^{2}\chi''E_{3}^{*}}{k_{1x}c^{2}\varepsilon_{2}''}P^{(\text{HCT.})}\left(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x\right), \\ \lambda_{2} &= \frac{i\left(k_{2}^{2}c^{2} - \omega_{2}^{2}\varepsilon_{2}\right)}{2k_{2x}c^{2}}, \ \alpha_{2} &= \frac{i2\pi\omega_{2}^{2}\chi E_{3}}{k_{2x}c^{2}}, \\ F_{2}^{(\text{HCT.})} &= \frac{i2\pi\omega_{2}^{2}}{k_{2x}c^{2}}P^{(\text{HCT.})}\left(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x\right). \end{split}$$

Вдали от резонанса левые части (8) соответствуют обычной системе укороченных уравнений для Фурье-амплитуд [2]. Уравнения (8) содержат в себе описание также и резонансного случая. В окрестности резонанса  $E_2$  сильно затухает, так что на расстояниях  $\delta x$  таких, что  $1/\lambda_2^1 \ll \delta x \ll 1/g$  (g — коэффициент усиления), поле  $E_2$  «подстраивает-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Отметим, что при учете кубической восприимчивости  $\gamma_2$  в формуле (6) в выражении для  $\lambda_2$  следует произвести замену  $\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_2 + 4\pi\gamma_2 |E_3|^2$ . Оценки показывают, что  $4\pi\gamma_2 |E_3|^2/\varepsilon_2 \approx 10^4 (erE/\hbar\omega)^2 \ll 1$  (здесь  $\omega$ , er — характерные частота перехода и дипольный момент электрона в кристалле).

ся» под  $E_1^+$  и  $F_2^{(\text{ист.})}$ . Таким образом, при вычислении коэффициента усиления и выходной мощности вблизи резонанса  $E_2$  можно считать находящимися «в равновесии» (на пространственном языке) с  $E_1^+$  и  $F_2^{(\text{ист.})}$  и пренебрегать не только второй, но и первой производной  $E_2$  по координате. В этом случае уравнение для  $E_2$  в (8) приобретает вид

$$E_{2}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x) = \frac{\alpha_{2}E_{1}^{+} + F_{2}^{(\text{HCT.})}}{\lambda_{2}}.$$
 (8')

Уравнения (8) симметричны по отношению к операторам  $E_1^+$  и  $E_2$ . В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением усиления на стоксовой частоте  $\omega_1$ . Исключая поэтому из (8)  $E_2$ , получаем уравнение для Фурье-амплитуды стоксова поля (индекс 1 у оператора  $E_1^+$  в дальнейшем будем опускать)

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial x} + \lambda_{1}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x} + \lambda_{2}\right) - \alpha^{2}\right]E^{+} = F^{(\text{HCT.})},$$

$$\alpha^{2} = \frac{4\pi^{2}\omega_{1}^{2}\omega_{2}^{2}\chi^{2}|E_{3}|^{2}}{c^{4}k_{1x}k_{2x}},$$
(9)

где

$$F^{(\text{HCT.})} = \widehat{\mathscr{L}}_{x} P^{(\text{HCT.})}(\omega_{2}, -\vec{k}_{1T}, x),$$

$$\widehat{\mathscr{L}}_{x} = b + d\left(\lambda_{2} + \frac{\partial}{\partial x}\right),$$

$$b = \frac{4\pi^{2}\omega_{1}^{2}\omega_{2}^{2}\chi E_{3}^{*}}{k_{1x}k_{2x}c^{2}}, \quad d = -\frac{i8\pi^{2}\omega_{1}^{2}\chi'' E_{3}^{*}}{k_{1x}c^{2}\varepsilon_{2}^{''}}.$$
(10)

Используя для спектральной функции (*PP*)<sup>(нст.)</sup><sub>ω<sub>2</sub>, k<sub>2</sub></sub> выражение из работы [1], находим пространственно-частотную спектральную функцию эффективного источника

$$(FF)^{(\text{HCT.})}_{-\omega_1, -\vec{k_{1T}}, x-x'} - \frac{\hbar \varepsilon_2''}{2\pi} (n_2 + 1) \, \widehat{\mathscr{L}}_x \widehat{\mathscr{L}}_{x'}^* \delta(x-x'). \tag{11}$$

При выводе (11) мы пернебрегли зависимостью среднего числа фононов  $\vec{n_{k_2}}$  от  $\vec{k_2}$ , положив  $\vec{n_{k_2}} = n_2 = \text{const.}$  Это оправдано, поскольку частота длинноволнового поперечного оптического фонона слабо зависит от его волнового вектора (см., например, [5, 6]).

## § 2. Частотно-угловое распределение мощности света на выходе из среды. Коэффициент усиления

Решение уравнения (9) состоит из двух статистически независимых частей

$$E^+(-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, l) = E^+_{(rp)} + E^+_{(HCT.)},$$
 (12)

где E<sup>+</sup><sub>(гр)</sub> определяется граничными условиями (ср. [2])

$$E_{(rp)}^{+} = \frac{1}{q_1 - q_2} \left[ E_{20} \alpha_1 \left( e^{q_2 l} - e^{q_1 l} \right) + E_{10}^{+} \left( \left( q_2 + \lambda_1 \right) e^{q_1 l} - \left( \lambda_1 + q_1 \right) e^{q_2 l} \right) \right].$$
(13)

645

Здесь

$$q_{1,2} = -\frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2 \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\alpha^2}), \qquad (14)$$
$$E_{10}^+ = E_1 (-\omega_1, -\vec{k_{1T,0}}), \quad E_{20} = E_2 (\omega_2, -\vec{k_{1T,0}})$$

флуктуационные поля, создаваемые на границе x=0 пространством вне усиливающего слоя (мы предполагаем, как и в [2], что слой помещен в безграничную среду с теми же характеристиками, однако в ней отсутствуют нелинейность и поглощение на  $\omega_2$ ).

Часть поля, определяемая источниками в слое, имеет вид

$$E_{(\text{HCT})}^{+} = \frac{1}{q_1 - q_2} \int_0^l d\xi \left( e^{q_1(l-\xi)} - e^{q_2(l-\xi)} \right) F^{(\text{HCT})} (\xi).$$
(15)

В дальнейшем нам потребуется спектральная функция  $(E^+E)^{(rp)}_{-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, 0}$ . Она, как это видно из (13), выражается через  $(E_2E_2^+)_{\omega_2, \vec{k}_{2T}, 0}$ , при этом мы учли, что

$$\vec{k}_{2T} = -\vec{k}_{1T}, \ (E_{20}^+E_{10}) = (E_{10}^+E_{20}) = 0, \ (E_{10}^+E_{10}) \approx 0.$$

Спектральная функция ( $E_2 E_2^+$ ) , для области прозрачности имеет вид [1]

$$(E_2 E_2^+)_{\omega_2, k_2} = 8\pi^2 \hbar \omega_2^2 \delta (\omega_2^2 \varepsilon_2^- - k_2^2 c^2).$$

Отсюда получаем

$$(E_{2}E_{2}^{+})_{\omega_{2},\vec{k}_{2T},0} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} dk_{2x} (E_{2}E_{2}^{+})_{\omega_{2},\vec{k}_{2T}} \frac{2\pi\hbar\omega_{2}^{2}}{c^{2}k_{2x}}, \qquad (16)$$

где

$$k_{2x} = \left(\frac{\omega_2^2 \varepsilon_2'}{c^2} - k_{2T}^2\right)^{1/2}$$

Используя (11) и (16), из (12) — (15) получим спектральную функцию стоксова поля на выходе из усиливающего слоя

$$(E^{+}E)_{-\omega_{1}, -\vec{k}_{1T}, l} = (E^{+}E)^{(\mathrm{rp})} + (E^{+}E)^{(\mathrm{HCT})} = \frac{\hbar k_{2x}c^{2} |b|^{3}}{2\pi\omega_{2}^{2}} \frac{|e^{q_{2}l} - e^{q_{1}l}|^{2}}{|q_{1} - q_{2}|^{2}} + \frac{\hbar \epsilon_{2}^{''}}{2\pi} \frac{(n_{2}+1)}{|q_{1} - q_{2}|^{2}} \left\{ \frac{e^{2q_{1}^{'}l} - 1}{2q_{1}^{'}} |b + d(\lambda_{2} + q_{1})|^{2} + \frac{e^{2q_{2}^{'}l} - 1}{2q_{2}^{'}} |b + d(\lambda_{2} + q_{2})|^{2} - \frac{1}{2q_{2}^{'}} - 1}{2q_{2}^{'}} |b + d(\lambda_{2} + q_{2})|^{2} - \frac{1}{2q_{2}^{'}} |b + d(\lambda_{2} + q_{2})|^{2} - \frac{1}{2q_{2}^{'$$

Здесь b и d задаются формулами (10).

Спектральная функция  $(E^+E)_{-\omega_1, -\vec{k}_{1T}, l}$  вычислялась в работе [2]<sup>1</sup> при условии, что  $\omega_2$  далека от фононного резонанса. Результаты [2] по-

<sup>1</sup> (E+E) связана с функцией  $\phi$  работы [2] соотношением (E+E) =  $(2\pi)^{3}\phi$ .

лучаются из формулы (17), если в ней положить d=0. Дополнительные члены, определяемые d, являются доминирующими в резонансной области. Величину

$$g = 2q'_1 = \operatorname{Re}\left(-\lambda_1 - \lambda_2 + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\alpha^2}\right)$$
(18)

можно интерпретировать как коэффициент усиления. Явное выражение для g, получаемое из (18), имеет вид

$$g = -(\lambda_1 + \lambda_2') + \frac{1}{2^{1/2}} \left( (A^2 + B^2)^{1/2} + |A| \right)^{1/2}.$$
<sup>(19)</sup>

Здесь

$$A = (\lambda_1 - \dot{\lambda_2})^2 - (\dot{\lambda_2})^2 + 4 (\alpha^2)',$$
  

$$B = 2 (\dot{\lambda_2} - \lambda_1) (\dot{\lambda_2})^2 - 4 (\alpha^2)''.$$

Выражение (19) задает коэффициент усиления во всей области  $\omega_2, k_2$ . Можно показать, что вдали от резонанса из (19) следуют известные результаты [2]. Для этого проще исходить непосредственно из (18). В резонансной области  $\lambda_2 \gg \lambda_1$ ,  $2\alpha$ , и из (18), используя явное выражение для  $\lambda_1, \alpha^2, \lambda_2$ , получаем<sup>1</sup>



$$g = \frac{4\pi\omega_1^2 |E_3|^2}{k_{1x}c^2} \left\{ \frac{4\pi\varepsilon_2''\omega_2^4}{|k_2^2c^2 - \omega_2^2\varepsilon_2|^2} \left( (\chi^2)' + (\chi^2)'' \frac{k_2^2c^2 - \varepsilon_2'\omega_2^2}{\omega_2^2\varepsilon_2''} \right) + \gamma_1'' \right\}.$$
(20)

Перейдем к определению частотно-углового распределения мощности света на выходе из усиливающего слоя. Из (2) следует, что при фиксированном  $|\vec{k_1}|$ ,

$$(E^{+}E)_{-\omega_{1},\vec{r}} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{d\vec{k}_{1T}}{(2\pi^{2})} (E^{+}E)_{-\omega_{1}} \stackrel{\rightarrow}{\longrightarrow}_{-\vec{k}_{1T},l} = \frac{k_{1}^{2}}{(2\pi)^{3}} \int d\Omega_{\perp} \cos \theta_{1} (E^{+}E)_{-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},l} \equiv \int d\Omega_{1} (E^{+}E)_{-\omega_{1},\vec{r}}$$
(21)

(здесь мы использовали  $\vec{r}$  {l, y, z},  $\sin \theta_1 = \frac{(k_1^2 - k_{1x}^2)^{1/2}}{k_1}$  и  $d\vec{k}_{1T} = dk_{1y}dk_{1z} = k_1^2 \cos \theta_1 d\Omega_1$ ,  $d\Omega_1 = \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi$  (см. рис.)).

Подынтегральное выражение в (21) —  $(E^+E)^{(S_1)}$  представляет собой вклад тех волн, которые распространяются в направлении  $\vec{S}_1 = \frac{\vec{k}_1}{|\vec{k}_1|}$  в телесном углу  $d\Omega_1$ . Таким образом, мощность света,

испускаемая 1 ед. поверхности x = l в направлении  $\vec{S}_1$ , в единичные спектральный  $d_{\omega}$  и угловой  $d\Omega_1$  интервалы равна

$$W_{\vec{S}_{1},\omega_{1}} = 2 \frac{(E^{+}E)^{(\vec{S}_{1})} \overrightarrow{\sqrt{\epsilon_{1}}c}}{4\pi} = \frac{k_{1}^{2}\cos\theta_{1}c\sqrt{\epsilon_{1}'}}{(2\pi)4} (E^{+}E)_{-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},l}, \quad (22)$$
где  $(E^{+}E)_{-\omega_{1},-\vec{k}_{1T},l}$ задается формулой (17).

Рассмотрим подробнее выражение для  $W_{S_iw_i}$  в резонансной области  $\omega_2 \approx \omega_i$ ;  $\omega_i - частота поперечного фонона. В формуле (17) <math>(E^+E)^{(rp)} \sim 2g/\frac{\epsilon_2'\omega_2^2}{k_{2x}c^3}(E^+E)^{(\text{нст.})}$ . В окрестности резонанса  $2|q_2'| \approx \frac{\epsilon_2'\omega_2^2}{k_{2x}c^2} \gg 2q_1' = g$ . Поэтому в (17) можно пренебречь  $(E^+E)^{(rp)}$ , а также вторым и третьим членом в фигурных скобках.

Используя выражения для b и d — (10), из (17) и (22) получим

$$W_{\vec{s}_{1,\omega_{1}}} = \frac{e^{gl} - 1}{gl} \left\{ \frac{l}{\cos \theta_{1}} \frac{\omega_{1}^{4} \sqrt{\epsilon_{1}^{\prime} |E_{3}|^{2}}}{4\pi^{2}c^{3}} \times \left[ (\delta E \delta E)_{\omega_{2},\vec{k_{2}}} \left( (\chi^{2})' + (\chi^{2})'' \frac{k_{2}^{2}c^{2} - \epsilon_{2}'\omega_{2}^{2}}{\epsilon_{2}'\omega_{2}^{2}} \right) + 8\pi\hbar \frac{{\chi''}^{*}}{\epsilon_{2}''} (n_{2} + 1) \right] \right\}, \quad (23)$$

где мы ввели обозначение для спектральной функции поляритонов (см. [1])

$$(\overrightarrow{\delta E}\overrightarrow{\delta E})_{\omega_2, \overrightarrow{k_2}} = \frac{8\pi\hbar\varepsilon_2\omega_2^4}{|\omega_2^2\varepsilon_2 - k_2^2c^2|^2} (n_2 + 1).$$

Коэффициент усиления *g* в (23) задается формулой (20). Выражение в фигурных скобках представляет собой мощность, спонтанно излучаемую при рассеянии на поляритонах 1 ед. поверхности x=l в направлении  $\vec{S}_1$  (см. [1]).

При больших значениях  $\vec{k}_2$  ( $|\vec{k}_2| \ge 10^5 \ cm^{-1}$ ) вклад члена с ( $\vec{\delta E} \vec{\delta E}$ )<sub> $\omega_3, \vec{k}_3$ </sub> в  $W_{\vec{s}_1, \omega_1}$ , а также в g (см. (20)) пренебрежимо мал. Второй же член в фи гурных скобках с (23), как показано в [1], дает мощность, спонтанно рассеиваемую на поперечных оптических фононах. Для коэффициента g из (20) в этом случае имеем

$$g = \frac{4\pi\omega_1 |E_3|^2}{c \sqrt{\varepsilon_1'} \cos \theta_1} \gamma_1'',$$

что совпадает с результатами работ по комбинационному рассеянию на фононах [4, 3].

Таким образом, формула (23) в резонансной области описывает последовательный переход от ВКР на поляритонах к ВКР на поперечных оптических фононах.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Емельянов В. И., Климонтович Ю. Л. ЖЭТФ, 63, вып. 2, 1972.
- 2. Стрижевский В. Л., Обуховский В. В., Понат Г. Э. ЖЭТФ, 61, 537, 1971.
- Стрижевский В. Л., Обуховский В. В., Понарин А. М. ЖЭТФ, 59, 1667, 1970.
- 4. Луговой В. И. Введение в теорию вынужденного комбинационного рассеяния. М., 1968.
- 5. Слэтер Д. Диэлектрики, полупроводники, металлы. М., 1969.

6. Von Foerster T., Glauber R. I. Phys. Rev., A3, 1484, 1971.

Поступила в редакцию 28.1 1972 г.

Кафедра общей физики для мехмата