

А. Л. КОТКИН

## О РАБОТЕ СПИНОВЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Проведено рассмотрение устойчивости спиновых стабилизаторов в неоднородном магнитном поле при аппроксимации функции распределения поля ступенчатой функцией. Найдены границы и частоты самовозбуждения спиновых стабилизаторов.

В ряде работ рассматривается устойчивость спиновых стабилизаторов и спиновых генераторов в неоднородном магнитном поле [1—6]. Решение этой задачи в общем виде встречается с рядом трудностей [3, 4, 5]. В [5] рассмотрен частный случай работы спиновых генераторов на двух и трех сигналах ЯМР при некоторой расстройке между ними. В [6] рассмотрена работа спиновых генераторов на двух сигналах, что можно считать моделью работы в неоднородном магнитном поле.

В настоящем сообщении дано приближенное рассмотрение работы спиновых стабилизаторов в неоднородном магнитном поле. Функция распределения поля в объеме образца аппроксимируется ступенчатой функцией. В этом случае спиновые стабилизаторы описываются конечной системой линейных дифференциальных уравнений и могут быть найдены области устойчивой их работы.

Пусть распределение магнитного поля в объеме образца задано функцией

$$H(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{при } x > 0 \\ -(-x)^\alpha & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $x$  — координата вдоль оси образца. Начало координат совпадает с центром образца. При  $\alpha=1$  получается линейный градиент поля, при  $\alpha=3$  — кубический и т. д. Плавная функция распределения поля в объеме образца может быть заменена ступенчатой с шагом  $h$ . Общая величина неоднородности поля (разница между максимальным и минимальным значениями поля) будет

$$\Delta = h(2n + 1), \quad (2)$$

где  $(2n+1)$  — количество ступеней аппроксимирующей функции. Объем образца  $m$ -ой ступени будет пропорционален  $A_m$ :

$$A_m = \left(\frac{h}{2}\right)^{1/\alpha} [ |2m+1|^{1/\alpha} - |2m-1|^{1/\alpha} ], \quad m \neq 0 \quad (3)$$

$$A_0 = 2 \left(\frac{h}{2}\right)^{1/\alpha},$$

$m$  изменяется от  $-n$  до  $n$ .

Рассмотрим спиновой стабилизатор, работающий на сигнале дисперсии (ССД) при большом коэффициенте усиления ( $k \gg 1$ ) широкополосной цепи обратной связи. Анализ устойчивости такого стабилизатора будем проводить методами теории автоматического регулирования [7]. Передаточная функция спин-системы для ССД в однородном магнитном поле  $W$  была получена в [8]. Будем считать, что прием ведется без применения модуляционной методики. Тогда

$$W = \frac{\gamma H_1 M_0}{\delta^2 + \gamma^2 H_1^2 + \Omega^2} \frac{\delta(S + \delta)^2 + \gamma^2 H_1^2 \delta - (S + \delta) \Omega^2}{(S + \delta) [(S + \delta)^2 + \gamma^2 H_1^2 + \Omega^2]}, \quad (4)$$

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $M_0$  — намагниченность образца,  $H_1$  — амплитуда резонансного в. ч. поля,  $\delta = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$  — обратное время релаксации,  $\Omega$  — расстройка,  $S$  — оператор Лапласа.

Для ССД в случае ступенчатой аппроксимации неоднородного магнитного поля передаточная функция для работы в центре линии запишется в виде

$$W_D = \sum_{m=-n}^n \frac{\gamma H_1 M_0}{\delta^2 + \gamma^2 H_1^2 + (\gamma h m)^2} \frac{A_m}{2 \left(\frac{\Delta}{2}\right)^{1/\alpha}} \frac{\delta(S + \delta)^2 + \gamma^2 H_1^2 \delta - (S + \delta) (\gamma h m)^2}{(S + \delta) [(S + \delta)^2 + \gamma^2 H_1^2 + (\gamma h m)^2]}, \quad (5)$$

$\frac{A_m}{2 \left(\frac{\Delta}{2}\right)^{1/2}}$  — весовой коэффициент соответствующей передаточной функции.

Характеристическое уравнение замкнутого ССД определяется числителем выражения

$$1 + kW_D. \quad (6)$$

Устойчивость ССД зависит от вида корней характеристического уравнения [7].

Представляет интерес сравнение устойчивости ССД и спинового стабилизатора, работающего по фазовой характеристике сигнала ЯМР (ССФ) [9], обладающих различными областями устойчивой работы в однородном магнитном поле.  $W_\Phi$  — передаточная функция спин-системы для ССФ в неоднородном поляризуемом поле не может быть получена аналогично  $W_D$  суммированием отдельных передаточных функций с соответствующими весовыми коэффициентами. Для получения  $W_\Phi$  запишем сигналы дисперсии и поглощения в неоднородном магнитном поле, аппроксимируемом ступенчатой функцией, в виде

$$u = \sum_{m=-n}^n u_{m0} + \sum_{m=-n}^n u_m, \quad v = \sum_{m=-n}^n v_{m0} + \sum_{m=-n}^n v_m, \quad (7)$$

где  $u_m$  и  $v_{m0}$  — стационарные значения сигналов на  $m$ -ой ступени поля,  $u_m$  и  $v_m$  — переменные составляющие сигналов.

Учитывая фазовую характеристику сигнала ЯМР

$$\varphi = \arctg \frac{u}{v}, \quad (8)$$

в результате линеаризации получаем передаточную функцию спин-системы

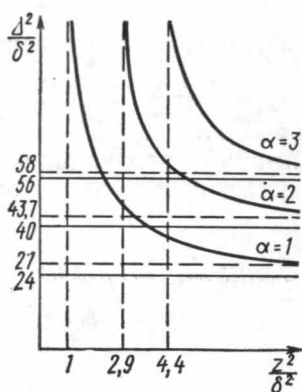
$$W_{\phi} = \frac{(\sum_m v_{m0})(\sum_m u_m) - (\sum_m u_{m0})(\sum_m v_m)}{(\sum_m v_{m0})^2 + (\sum_m u_{m0})^2}. \quad (9)$$

Поскольку мы рассматриваем работу ССФ в центре линии, т. е.  $\sum_m u_{m0} = 0$ , полученная передаточная функция с точностью до постоянного множителя совпадает с передаточной функцией спин-системы для ССД.

Таким образом, в неоднородном магнитном поле при работе в центре линии ССД и ССФ обладают одинаковыми границами устойчивости.

Рассмотрим случай аппроксимации неоднородности магнитного поля в объеме образца трехступенчатой функцией. Спиновый стабилизатор теряет устойчивость при величине неоднородности  $\Delta_{кр}$ , определяемой выражением

$$\Delta_{кр}^2 = 9h_{кр}^2 = 18\delta^2 \frac{3^{1/\alpha}}{3^{1/\alpha} - 1 - \frac{2\delta^2}{z^2}}, \quad (10)$$



где  $z^2 = \gamma^2 H_1^2 + \delta^2$  — фактор насыщения.

Выход из устойчивого состояния всегда происходит через колебательную границу устойчивости с частотой старта

$$\omega_{ст}^2 = z^2 + h_{кр}^2 - 4\delta^2. \quad (11)$$

Зависимость критической величины неоднородности  $\Delta_{кр}$  от фактора насыщения для различных значений  $\alpha$  приведена на рисунке. Пунктиром показаны соответствующие асимптоты. Из приведенного графика и выражения (10) следует: 1) чем больше  $\alpha$ , тем при больших значениях неоднородности  $\Delta$  спиновый стабилизатор остается устойчивым; 2) при  $\alpha > 1$  есть значение фактора насыщения, ниже которого спиновый стабилизатор устойчив при любых величинах неоднородности поля и 3) уменьшение  $z^2$  увеличивает область устойчивой работы спинового стабилизатора.

При работе с большим фактором насыщения  $z^2 \gg 1$  легко найти точное значение величины неоднородности  $\Delta_{кр \text{ lim}}$  при бесконечном увеличении числа ступеней аппроксимирующей функции. Для магнитного поля, заданного выражением (1)  $\Delta_{кр \text{ lim}}^2$ , запишем

$$\Delta_{кр \text{ lim}} = 8(2\alpha + 1)\delta^2. \quad (12)$$

Для случаев  $\alpha = 1, 2, 3$  точные асимптоты приведены на рисунке сплошными линиями. Точные границы устойчивости близки (разница

10%) к границам, найденным из предложенной аппроксимации неоднородного поляризуемого поля

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Anderson W. Rev. Sci. Instr., 33, 1160, 1962.
2. С ю г и с А. Диссертация. Таллин, 1969.
3. Лю б и м о в А. Н., П о м е р а н ц е в Н. М. ЖТФ, 38, 2054, 1968.
4. Лю б и м о в А. Н. Сообщение на общемосковском семинаре, 1.IV 1971 г.
5. В л а д и м и р с к и й К. В. Краткие сообщения по физике. Тр. ФИАН, № 10, 41, 1971.
6. Ф е д о р о в В. И. «Радиоспектроскопия» (Пермь), № 7, 157, 1971.
7. Основы автоматического регулирования. М., 1954.
8. У м а р х о д ж а е в Р. М., К о т к и н А. Л. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, 213, 1971.
9. У м а р х о д ж а е в Р. М., К о т к и н А. Л. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 13, № 4, 1973.

Поступила в редакцию  
19.4 1972 г.

НИИЯФ

---