

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1974

В. М. БЕРЕЗИН, В. С. МИРЕП

О ВЛИЯНИИ ФУНКЦИИ ОЗОННОГО НАГРЕВАНИЯ НА ТЕРМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ И ДИНАМИКУ ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ

Анализируется диссипативный механизм ограничения колебаний и явление автосинхронизации в параметрических генераторах, содержащих нелинейный элемент, обладающий резко изменяющейся диссипативной проводимостью. Показано, что стационарные характеристики колебательных процессов в таких системах слабо зависят от соотношения между амплитудой колебания накачки и амплитудами генерируемых компонентов.

При изучении термического режима и динамики верхней атмосферы очень важно знать влияние и вклад различных ее составляющих O_3 , CO_2 , H_2O , O_2 на формирование термического режима и циркуляции. Наиболее активно принимает участие в формировании полей температуры и ветра озон O_3 , как фактор нагревания в области поглощения солнечной энергии в ультрафиолетовом диапазоне длин волн. Наиболее важным охладителем верхней атмосферы является CO_2 [1] в области инфракрасного диапазона длин волн. В данной работе оценивается вклад озонного нагревания в формирование температуры и ветра в стратосфере и мезосфере.

Воспользуемся исходной системой уравнений термогидродинамики в сферической системе координат, описывающей поля ветра, температуры и геопотенциала, усредненные по долготе.

Система уравнений имеет вид:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} - 2\Omega \bar{V} \sin \varphi - \frac{\bar{u}\bar{v}}{a} \operatorname{tg} \varphi = -F(\varphi, \pi, t), \quad (1)$$

$$2\Omega \bar{u} \sin \varphi + \frac{\bar{u}^2}{a} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \varphi} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \pi} - \frac{R}{H} \bar{T} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\bar{v} \cos \varphi) + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \pi} - \frac{\bar{\omega}}{H} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{T}}{dt} + \bar{\omega} \frac{R}{c_p H} \bar{T} = \frac{\bar{q}_n}{c_p}, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \pi}, \quad (6)$$

$$\pi(p) = -H \ln \frac{p}{p_s}, \quad (7)$$

где \bar{u} , \bar{v} , $\bar{\omega}$ — соответственно средняя по долготе зональная, меридиональная и вертикальная скорости ветра, \bar{T} и $\bar{\Phi}$ — средние по долготе температура и геопотенциал, φ — широта; $\bar{\Phi} = gz$, $\omega = \frac{d\pi}{dt} \approx \frac{dz}{dt}$,

H — высота однородной атмосферы, p — давление, p_s — стандартное давление, a — средний радиус Земли, R и c_p — газовая постоянная и удельная теплоемкость при постоянном давлении для сухого воздуха, F — дивергенция вихревого потока углового момента, деленная на $a \cos \varphi$, \bar{q}_n — чисто радиационное нагревание на единицу массы в 1 сек (функция нагревания).

Указанная система записана при следующих предположениях.

Div вихревого потока углового момента пропорциональна зональной скорости:

$$F(\varphi, \pi, t) = k_m \bar{u}.$$

Рассматриваются геострофическое и гидростатическое приближения.

Движения рассматриваются в области $30 \text{ км} \leq z \leq 80 \text{ км}$, и влияние динамики нижней атмосферы не учитывается.

Температура и геопотенциал рассматриваются как малые возмущения относительно устойчивого стационарного состояния, являющегося только функцией высоты:

$$\bar{T} = \bar{T}_0(\pi) + T^*(\varphi, \pi, t), \quad (8)$$

$$\bar{\Phi} = \Phi_0(\pi) + \Phi^*(\varphi, \pi, t),$$

$$\frac{d\Phi_0}{d\pi} - \frac{R}{H} T_0 = 0.$$

Согласно данным работы [1] основными компонентами радиационного баланса между 30 и 90 км являются поглощение q_s солнечной энергии озоном и излучение q_r инфракрасной радиации в полосе 15 мкм, причем охлаждение, вызываемое CO_2 , согласно [1, 2] выражается приближенно в виде

$$\frac{q_r}{c_p} = k_0 - k_R T,$$

где

$$k_0 = 7,68 \cdot 10^{-5} \text{ град/сек}, \quad k_R = 5,26 \cdot 10^{-7} \text{ сек}^{-1}.$$

Будем считать, что озон удовлетворяет фотохимической теории. Тогда [3]

$$q_s \approx \frac{h\nu}{\rho c} n_3 J_3 \approx \frac{\text{const}}{\rho} J_3^{1/2} e^{\frac{\Delta Q}{2R_* T}}, \quad (9)$$

где c — скорость света, $\bar{\nu}$ — среднее волновое число спектра поглощения озона, J_3 — скорость поглощения фотонов молекулой озона, $\Delta Q = 6 \text{ ккал/моль}$ — энергия реакции $\text{O} + \text{O}_3 \rightarrow 2\text{O}_2$, R_* — универсальная газовая постоянная.

Таким образом, функция нагревания в рассматриваемой нами области атмосферы ($30 \text{ км} \leq z \leq 80 \text{ км}$) имеет вид

$$\frac{\bar{q}_n}{c_p} = \frac{q_s}{c_p} - k_R \bar{T} + k_0. \quad (10)$$

При радиационно-фотохимическом равновесии, которое характеризуется температурой T_e , полное нагревание равно нулю:

$$\frac{q_s(T_e)}{c_p} - k_R T_e + k_0 = 0. \quad (11)$$

Предположим, что $\bar{T} = T_e + \delta T$, δT — настолько малая величина, что в разложении функции $q_s(\bar{T})$ по степеням δT можно ограничиться двумя членами:

$$q_s(\bar{T}) = q_s(T_e) + \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e} \delta T. \quad (12)$$

Согласно (8)

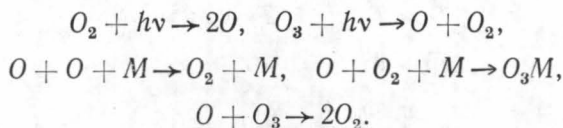
$$\bar{T} = T_0 + T^* = T_e + \delta T, \quad (13)$$

откуда

$$\delta T = (T_0 - T_e) + T^*.$$

В качестве температуры основного состояния T_0 берется T_e , усредненное по широте.

При определении T_e и n_3 учитывалось пять реакций, включающих лишь кислородные соединения и невзаимодействующие третьи частицы [3]:



$T_e, \text{°K}$	$q_s(T_e)/c_p,$ град/сутки	$1/c_p \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e} =$ $= T_e \text{ сек}^{-1}$
220	$3,89 \cdot 10^{-5}$	$1,213 \cdot 10^{-6}$
230	$4,42 \cdot 10^{-5}$	$1,262 \cdot 10^{-6}$
240	$4,94 \cdot 10^{-5}$	$1,295 \cdot 10^{-6}$
250	$5,47 \cdot 10^{-5}$	$1,32 \cdot 10^{-6}$
260	$6 \cdot 10^{-5}$	$1,339 \cdot 10^{-6}$
270	$6,52 \cdot 10^{-5}$	$1,349 \cdot 10^{-6}$
280	$7,05 \cdot 10^{-5}$	$1,356 \cdot 10^{-6}$
290	$7,57 \cdot 10^{-5}$	$1,358 \cdot 10^{-6}$
300	$8,1 \cdot 10^{-5}$	$1,358 \cdot 10^{-6}$

Для расчетов использовались известные [4] уравнения фотохимии и радиации, в предположении, что $n_2/n_m = 0,21 = \text{const}$.

Из (9) следует, что

$$\left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e} = - \frac{\Delta Q}{2R_* T_e^2} q_s(T_e). \quad (14)$$

Преобразуем функцию нагревания (10) с учетом (11), (12), (13) и (14) получим

$$\frac{\bar{q}_n}{c_p} = - \left[k_R - \frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e} \right] [(T_0 - T_e) + T^*]$$

или

$$\frac{\bar{q}_n}{c_p} = - k_R (T_0 - T_e) - k_R T^*, \quad (15)$$

где

$$k_{R^*} = k_R - \frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e} \quad (16)$$

Значения $-\frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e}$ и $\frac{q_s}{c_p}$ рассчитаны по формулам (11) и (14) и приведены в таблице.

Из таблицы видно, что функция $-\frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e}$ мало меняется в зависимости от температуры. Будем считать ее постоянной и равной среднему значению величины

$$-\frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right)_{\bar{T}=T_e} = 1,321 \cdot 10^{-6} \text{ сек}^{-1}.$$

Величину k_{R^*} согласно (16) будем считать постоянной и равной $1,851 \cdot 10^{-6} \text{ сек}^{-1}$.

В выражении (15) для функции нагревания слагаемое

$$-k_{R^*}(T_0 - T_e) = \frac{Q}{c_p}$$

есть полное внешнее нагревание, так как оно целиком зависит от солнечного излучения и газового состава атмосферы вне рассматриваемой области.

Задание функции Q/c_p довольно сложно. Используем простую модель, предложенную в работе [3]:

$$\frac{Q}{c_p} = \begin{cases} \bar{F}(\varphi, t) \sin \frac{\pi(z-4)}{5} & \text{при } 4 \leq z \leq 9 \\ 0 & \text{при } z > 9 \text{ и } z < 4, \end{cases} \quad (17)$$

где z — безразмерная величина, причем каждая единица соответствует по шкале высот $H=8 \text{ км}$.

Выражение (17) соответствует сделанному ранее предположению об отсутствии влияния нижних слоев атмосферы на рассматриваемую область. Ниже мы рассмотрим реакцию верхней атмосферы на сезонные колебания внешнего нагревания. Поэтому положим в (17)

$$\bar{F}(\varphi, t) = f(\varphi) \cos \sigma t,$$

где $\sigma = 1,995 \cdot 10^{-7} \text{ сек}^{-1}$ — годовая частота.

Рассчитаем поля температуры и ветра, определяемые нагреванием (17), по полной системе уравнений гидротермодинамики (1)–(7). При этом учтем, что одним из двух компонентов полного нагревания является

функция озонного нагревания $\frac{q_s}{c_p}$.

Представим $\frac{Q}{c_p} = \frac{\alpha q_s}{c_p} + \frac{q_r}{c_p}$, где α — параметр, характеризующий

количество озона ($\alpha=1; 0,5; 0,1$).

Таким образом, озонное нагревание считается внешним параметром, зависящим от содержания озона в рассматриваемой области атмосферы.

Задачу будем решать в линейном приближении при отсутствии вертикального потока массы вблизи поверхности Земли и на бесконечности, т. е.

$$\rho\bar{\omega}|_{z=0} = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} (\rho\bar{\omega}) = 0$$

и при обращении в нуль меридиональной скорости на полюсах:

$$\bar{v} = 0 \text{ при } \varphi = \pm \frac{\pi}{2},$$

причем $\bar{v} \neq 0$ на экваторе (условие перетекания масс через экватор).

Для этого введем безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{z}{H}, & u &= \frac{\bar{u} \operatorname{ctg} \varphi}{2\Omega a}, \\ Y &= \sin \varphi, & v &= \frac{\bar{v} \cos \varphi}{a\sigma}, \\ \tau &= \sigma t, & \omega &= \frac{\bar{\omega}}{H\sigma}, \\ q &= \frac{R}{4\Omega^2 a^2 \sigma} \frac{Q}{c_p}, & T &= \frac{RT^*}{4\Omega^2 a^2}. \end{aligned}$$

В качестве малого параметра выберем безразмерную амплитуду внешнего нагревания

$$\varepsilon = \max |q| = \frac{R}{4\Omega^2 a^2 \sigma} \max \left| \frac{Q}{c_p} \right| = 0,15$$

при условии, что максимальное нагревание на полюсах равно 8 град/день.

Исключив из уравнений геопотенциал $\bar{\Phi}$, разложим искомые функции в степенные ряды по ε и ограничимся линейным приближением. Далее введем функцию тока Ψ , такую, чтобы удовлетворялось уравнение непрерывности (4), т. е. положим

$$\omega = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad v = \Psi - \frac{\partial \Psi}{\partial Z}.$$

Исключая из уравнений временную зависимость, придем к системе уравнений для действительной и мнимой частей $\bar{\Psi}$ и Ψ комплексной функции тока:

$$\begin{aligned} R_s \rho \frac{1-Y^2}{Y^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial Z^2} - \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial Z} + (1-p) \frac{\sigma}{k_M} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial Z} \right) = \\ = p \frac{1-Y^2}{Y^2} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial Y}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $p = \frac{k_M}{k_{R^*}}$ — число Прандтля;

$$R_s \rho \frac{1-Y^2}{Y^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial Z} = (1-p) \frac{\sigma}{k_M} \left(\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial Z^2} - \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial Z} \right),$$

$R_s = \frac{gH^2}{4\Omega^2 a^2} \left(\frac{R}{c_p H} + \frac{1}{T_0} \frac{dT_0}{d\pi} \right)$ — параметр устойчивости.

В (18) можно пренебречь членами, содержащими Ψ , что приводит к уравнению

$$R_s p \frac{1-Y^2}{Y^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial Z^2} - \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial Z} = p \frac{1-Y^2}{Y^2} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial Y}. \quad (19)$$

Решение (19) будем искать в виде

$$\bar{\Psi} = \sum_{m=0}^{\infty} \eta_m(Y) \Psi_m(Z), \quad \tilde{q} = \sum_{m=0}^{\infty} s_m(Z) \frac{d\eta_m}{dY}.$$

Разделив переменные, получим уравнения

$$(1-Y^2) \eta_m'' + \lambda Y^2 \eta_m = 0, \quad \eta_m|_{Y=\pm 1} = 0; \quad (20)$$

$$\Psi_m'' - \Psi_m' - R_s p \lambda \Psi_m = -\lambda p s_m, \quad (21)$$

$$\Psi_m|_{Z=0} = 0, \quad e^{-Z} \Psi_m|_{Z \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad (22)$$

где λ — постоянная разделения.

Решение для Ψ ищем в виде разложения по собственным функциям (20):

$$\Psi = \sum_{m=0}^{\infty} \chi_m(Z) \eta_m(Y), \quad \text{что приводит к краевой задаче:}$$

$$\chi_m'' - \chi_m' - R_s p \lambda \chi_m = -p(1-p) \frac{\sigma}{k_M} \lambda (s_m - R_s \Psi_m),$$

$$\chi_m|_{Z=0} = 0, \quad e^{-Z} \chi_m|_{Z \rightarrow \infty} \rightarrow 0.$$

Для отыскания собственных функций η_m и собственных значений λ в уравнении (20) воспользуемся методом Галеркина.

В результате для λ получим уравнение

$$\lambda^3 - 352\lambda^2 + 15444\lambda - 102960 = 0.$$

Решив данное уравнение методом вилков, найдем наименьшее собственное значение $\lambda = 8,128$, что позволяет вычислить систему коэффициентов a_0, a_1, a_2 и получить значения собственной функции $\eta_0(Y)$ и ее производной $\frac{d\eta_0}{dY}$

$$\eta_0(Y) = (a_0 + a_2 Y^2 + a_4 Y^4) (1 - Y^2).$$

Значение $\frac{d\eta_0}{dY} = 0$ на экваторе и максимально на полюсах. Это дает возможность задать простую зависимость функции внешнего нагрева от широты :

$$\tilde{q} = s_0(Z) \frac{d\eta_0}{dY} = A_0 \sin \frac{\pi(Z-4)}{5} \frac{d\eta_0}{dY}.$$

Все ряды по Y превращаются в одночлены

$$\Psi = \eta_0(Y) \Psi_0(Z), \quad \Psi = \eta_0(Y) \chi_0(Z).$$

Решение уравнения (21) проводим методом вариации постоянной.

Вычислив $\Psi_0(Z)$ и $\chi_0(Z)$, получим выражение для амплитуды и фазы температуры, а также получим выражение для компонентов ветра. Ввиду громоздкости формул, описывающих компоненты скорости ветра и температуру, мы их не приводим, тем более, что получить их не представляет особого труда. Расчеты всех искомых величин проводились на ЭВМ.

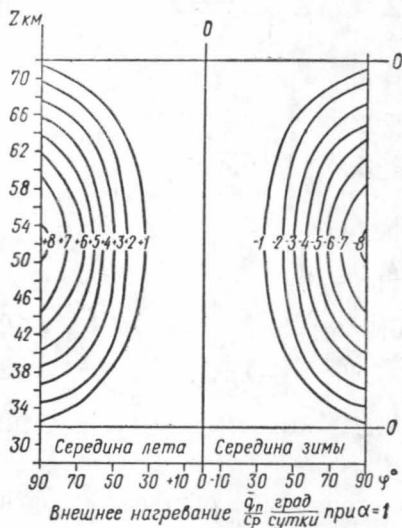


Рис. 1. Внешнее нагревание q_n/c_p град/сутки при $\alpha=1$

На рис. 2 приведены рассчитанные линии равного озонного нагревания для $\alpha=1$. Функция $\frac{q_s(T)}{c_p}$ в этом случае соответствует полной

На рис. 1 приведены рассчитанные линии равного полного нагревания для зимы и лета. Из рис. 1 видно, что температура растет начиная с 30 км до стратопавзы, затем уменьшается. Максимальное нагревание летом 8 град/день приходится на область стратопавзы, зимой же область стратопавзы самая холодная (—8 град/день). Это вполне соответствует выводу Маргетройда и Гуди [1] о том, что летом стратопавза является источником энергии, а зимой — стоком. Симметричность картины относительно экватора является следствием выбора модели.

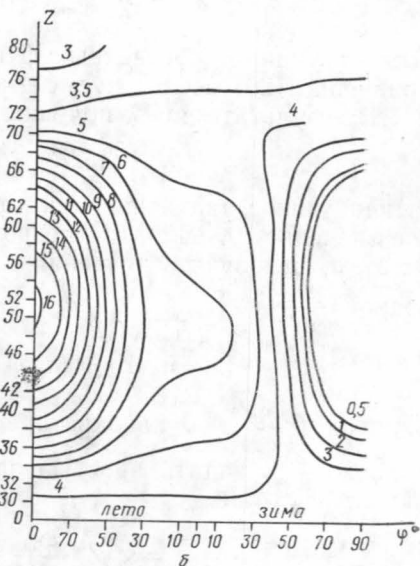
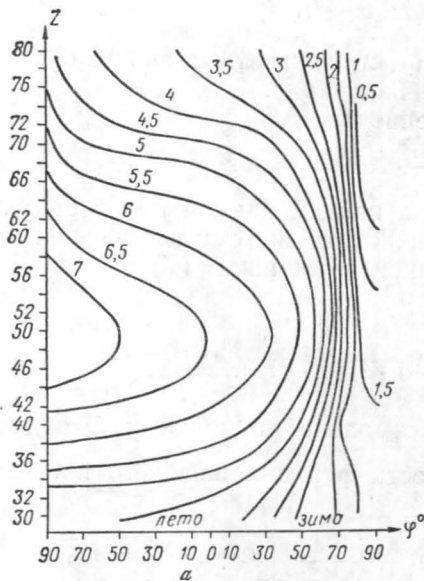


Рис. 2. Озонное нагревание: а — $\frac{q_s(T_e)}{c_p}$ град/сутки при радиационном равновесии; ветер отсутствует: б — $\frac{q_s}{c_p}$ град/сутки при наличии циркуляции

температуре $T = T_e + \delta T$, которая определяется годовым ходом инсоляции. Из рис. 2,а видно, что максимум озонного нагревания порядка 7—8 град/сутки для летнего периода приходится на область 48—52 км.

Наибольший интерес представляет рассмотрение функции озонного нагревания при наличии циркуляции в атмосфере. Из рис. 2,б отчетливо видно, что максимум нагревания 16 град/сутки находится в области 50—52 км, убывая летом к зимнему полюсу. На этом рисунке четко

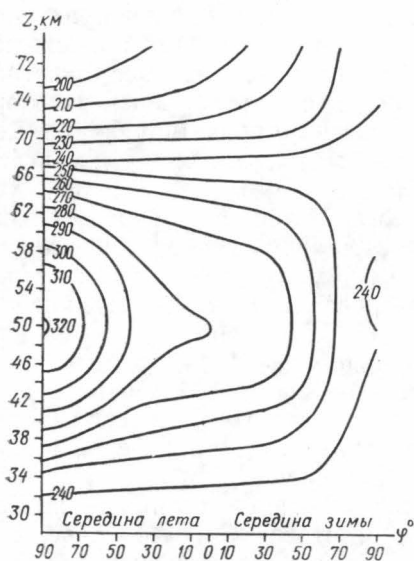


Рис. 3. Распределение температуры $T^{\circ}\text{K}$ при $\alpha=1$

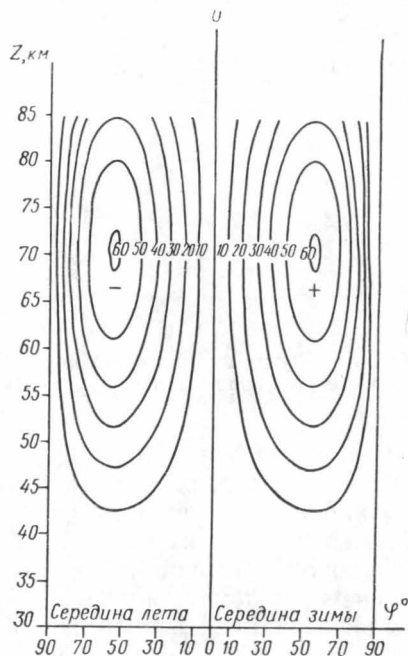


Рис. 4. Распределение средней зональной скорости ветра

обозначается область полярной ночи, которая начинается с 67° с. ш. на высотах порядка 50 км. Выше 70 км наблюдается эффект обращения годового хода нагревания; область 70—80 км оказывается зимой более теплой, чем летом, что соответствует хорошо известным наблюдениям. Указанное явление не наблюдается при отсутствии циркуляции (рис. 2,а). Эффект обращения имеет тесную связь с циркуляцией, которая вызывается озонным нагреванием, на что указывал Хргиан [2]. Результаты, полученные на рис. 2, б, хорошо согласуются с данными, полученными в работе [5], где рассчитывались сезонные изменения функции нагревания стратосферы над северным полушарием по экспериментальным данным о вертикальном распределении озона.

На рис. 3 показано поле результирующей температуры $T = T_0 + T^*$ для лета и зимы при полном озонном нагревании ($\alpha=1$). Максимальная температура летом 320°K приходится на высоты 50—52 км. Полученное распределение температуры хорошо согласуется с экспериментальными данными работ [6, 7].

Результаты расчета меридионально-высотного разреза зонального ветра представлены на рис. 4. Поле зонального ветра (восточный ветер летом, западный зимой) хорошо согласуется с результатами, получен-

ными Маргетройдом [7], особенно в области, характеризующей летний период. Приведенное поле ветра является основной характеристикой циркуляции верхней стратосферы и мезосферы, хотя величины максимумов и их положение нельзя считать установленным окончательно [8]. Определенный интерес представляет зависимость между фазами функции озонного нагревания и зонального ветра. Расчеты, проведенные нами, показали, что зональная скорость отстает по фазе от функции нагревания.

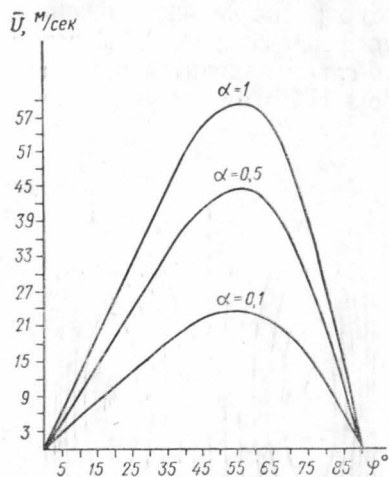


Рис. 5. Распределение векторов скоростей в меридиональной плоскости при $\alpha=1$

ние по абсолютной величине меридиональной скорости. Изменение α в сторону уменьшения ведет к тому, что разность фаз уменьшается. Указанное опережение по фазе происходит за счет того, что озон, который переносится из более богатых слоев снизу из стратосферы, вызывает дополнительное изменение функции нагревания, которое вызывает изменение в циркуляции. В области ниже 30 км циркуляция, определяемая функцией озонного нагревания в стратосфере и мезосфере, направлена встречно основной циркуляции и будет ее тормозить.

Выражаем благодарность А. М. Обухову, А. Х. Хргиану за интерес к работе, помощь, обсуждение полученных результатов, а также Л. А. Дикому и Г. И. Кузнецову за ряд полезных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Murgatroyd, Goody. J. Roy. Met. Soc., 85, 1958.
2. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. Л., 1969.
3. Conway, Leovy. J. Atm. Sci., No. 4, 1969.
4. Dütsch H. U. J. Geophys. Res., 75, No. 9, 1970.
5. Бекорюков В. И. и др. Сезонные изменения функции нагревания стратосферы над Северным полушарием. «Труды ЦАО», вып. 76, 1967.
6. Дубенцов В. Р. «Метеорология и гидрология», № 9, 1961.
7. Murgatroyd. Roy. Met. Soc., 83, No. 358, 1958.
8. Watten E. S. J. Meteor., 18, 1961.

Поступила в редакцию
30.4 1972 г.

Кафедра
физики атмосферы