Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1974

УДК 530.12:531.18

И. М. ТЕРНОВ, В. Р. ХАЛИЛОВ

К ВОПРОСУ О «НАГРЕВЕ» ЭЛЕКТРОНОВ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

Исследуется вопрос об изменении средней энергии электрона при рассеянии на нем мощной электромагнитной волны. Найдено выражение для скорости изменения средней энергии электрона.

Развитие лазерной техники, создание источников световых импульсов большой мощности дает возможность использовать эти импульсы для «нагрева» частиц, взаимодействующих с излучением. В последнее время изучению этого вопроса посвящено значительное количество работ [1—4]. Основными механизмами, обеспечивающими изменение энергии одного электрона, следует считать допплеровский сдвиг в частотах излучения, при рассеянии электромагнитной волны от движущихся источников; сдвиг в частоте излучения за счет обычного комптоновского эффекта отдачи (квантовый механизм); вынужденное комптоновское рассеяние, необходимым условием которого является конечность спектрального и углового распределения взаимодействующих с электроном волн.

В работах [1 и 2] были рассмотрены вклады в изменение энергии электрона, обусловленные механизмами в некоторых частных случаях. В [3 и 4] подробно изучено влияние вынужденного комптоновского рассеяния на изменение энергии электрона. В настоящей заметке исследуется влияние спонтанного комптон-эффекта на «нагрев» электрона, включая вклад, обусловленный классическим допплеровским сдвигом в частотах излучения. Заметим, что энергия, приобретенная электроном отдачи, в каждом акте в результате взаимодействия с одним фотоном дается хорошо известной формулой [5]

$$E - mc^2 = \frac{\hbar^2\omega_1^2 (1 - \cos\theta)}{mc^2 + \hbar\omega_1 (1 - \cos\theta)}. \qquad (1)$$

Здесь ω_1 — частота первичного (не рассеянного) фотона, предполагается, что вначале электрон покоился. Взаимодействие электрона с мощной волной дает принципиальную возможность увеличения энергии отдачи за счет того, что в одном акте может происходить одновременно поглощение n-квантов волны. В общем случае энергия отдачи электрона равна

$$E_2 - E_1 = \frac{n\hbar\omega_0 (1-\cos\theta')}{[1+p(1-\cos\theta')](1+\beta_3)} \{\beta_3 + p(1+\beta_3)\}, \tag{2}$$

где $p = \frac{n\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{(1+\beta_3)(1+\gamma^2)}}$ — параметр, характеризующий квантовый эффект отдачи, $\beta_3 = \frac{1+\gamma^2-\alpha^2}{1+\gamma^2+\alpha^2} = \frac{v_z}{c}$ — начальная скорость электрона вдоль z (считаем, что до взаимодействия направление движения электрона и направление распространения волны совпадают (ось z), $\gamma = \frac{eE_0}{mc\omega_0}$, E_0 — амплитуда, ω_0 — частота волны, θ — угол между направлением движения рассеянного фотона и осью z, связанный с углом θ' обычными соотношениями Лоренца:

$$\cos\theta = \frac{\cos\theta' + \beta_3}{1+\beta_3\cos\theta'}, \qquad \sin\theta = \frac{\sqrt{1-\beta_3^2}\sin\theta'}{1+\beta_3\cos\theta'},$$

$\alpha = \frac{E - cp_3}{mc}$ — интеграл движения электронов в поле электромагнитной волны, E — энергия, p_3 — импульс вдоль z.

Формула (2) описывает изменение энергии электрона для каждого единичного акта взаимодействия в зависимости от угла рассеяния θ.

Процесс рассеяния — вероятностный процесс, следовательно, средняя энергия отдачи, приобретаемая электроном в единицу времени, взаимодействующим с волной в единице объема, будет равна

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \int (E_2 - E_1)\, w(n,\ \beta_3,\ \theta')\, d\Omega', \tag{3}$$

где $w(n,\ \beta_3\theta')$ — вероятность соответствующего процесса, которая дается формулой [6]

$$w = \frac{e^2}{\hbar c}\alpha^2\omega_0 \frac{1+\beta_3}{(1+\gamma^2)(1+p(1-\cos\theta'))^2}\sum_{n=1}^{\infty} n \times$$
$$\times \{q^2 J_n'^2(x) + \mathrm{ctg}^2\theta' J_n^2(x)\}.$$

Здесь $J_n(x)$ и $J_n'(x)$ — функция Бесселя и ее производная аргумента $x = nq\sin\theta'$, $q = \frac{\gamma}{1+\gamma^2}$, $d\Omega' = \sin\theta' d\theta'$ — элемент телесного угла.

Подставляя (2) и (4) в (3), для величины $d\bar{E}/dt$ найдем

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \frac{e^2}{\hbar c}\hbar\omega_0^2 \frac{\alpha^2}{1+\gamma^2}\sum_{n=1}^{\infty} n^2 [\beta_3 + p(1+\beta_3)] \times$$
$$\times \int \frac{(1-\cos\theta')\, d\Omega'}{(1+p(1-\cos\theta'))^3}[q^2 J_n'^2(x) + \mathrm{ctg}^2\theta' J_n^2(x)]. \tag{5}$$

Полученная формула содержит член, пропорциональный $\hbar$ и не зависящий от $\hbar$ ($\sim\beta_3$). Первый из них ($\sim\hbar$) (квантовый) существенно зависит от параметра p, характеризующего квантовую отдачу электрона при излучении, второй ($\sim\beta_3$) связан с допплеровским сдвигом частоты при рассеянии волны на движущемся электроне. Подробный анализ формулы (5) возможен при выполнении условия $p \ll 1$.

Оценим величину p. Пусть для простоты $\beta_3=0$, тогда $p=\frac{n\hbar\omega_0}{mc^2\sqrt{1+\gamma^2}}$. В наиболее благоприятном случае ($\gamma\gg1$) — эффективное число поглощенных квантов волны $n\sim\gamma^3$ (см., например [6]). Таким образом, для значений $\omega_0\sim10^{-15}$ $1/сек$: $p=10^{-7}\gamma^2$, и значит условие $p\ll1$ хорошо выполняется вплоть до значений $\gamma^2\sim10^5$. Заметим, что значению величины $\gamma=1$ соответствует амплитуда напряженности поля волны $E_0\sim3\cdot10^{10}$ $в/см$.

В настоящее время в наиболее мощных лазерах оптического диапазона величина E_0 и того меньше ($E_0\sim10^8$ $в/см$).

Сняв интеграл в формуле (5) по углу θ', получим

$$\frac{d\bar{E}}{dt}=\frac{e^2}{\hbar c}\hbar\omega_0^2\frac{\alpha^2}{1+\gamma^2},$$

$$\left\{\frac{2}{3}\gamma^2\beta_3+\frac{\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1-\beta_3^2}{1+\gamma^2}}f_1(\gamma)-\frac{3\beta_3}{1+\beta_3}\frac{\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1-\beta_3^2}{1+\gamma^2}}f_2(\gamma)\right\}. \quad (6)$$

В формуле (6) функции $f_1(\gamma)$ и $f_2(\gamma)$ равны:

$$f_1(\gamma)=\frac{1}{q}\sum n^2\left\{2q^2I'_{2n}(y)-(1-q^2)\int\limits_0^y I_{2n}(y')\,dy'\right\},$$

$$f_2(\gamma)=2f_1(\gamma)-\frac{1}{8q^3}\sum_n(3q^2+1)I(y)-4n^2(1-q^2)\int\limits_0^y J_{2n}(y')\,dy', \quad (7)$$

$$I(y)=y^2I'_{2n}(y)-yI_{2n}(y)+\int\limits_0^y I_{2n}(y')\,dy',$$

$$y=2nq.$$

Формулы (7) точные. Однако их аналитическое выражение возможно лишь в двух предельных случаях малых и больших значений параметра γ—$\gamma\ll1$ и $\gamma\gg1$:

$$\gamma\ll1\qquad f_1(\gamma)=\frac{2}{3}\gamma^2,\qquad f_2(\gamma)=\frac{14}{15}\gamma^2;$$

$$\gamma\gg1\qquad f_1(\gamma)\cong f_2(\gamma)=\frac{55}{\sqrt{3}\cdot24}\gamma^7. \quad (8)$$

С помощью (8) для $d\bar{E}/dt$ найдем окончательно:

$$\gamma\ll1:\qquad \frac{d\bar{E}}{dt}=\frac{2}{3}\frac{e^2}{\hbar c}\hbar\omega_0^2\,\alpha^2\left[\beta_3+\frac{\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{1-\beta_3^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{21}{5}\beta_3\frac{\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{1+\beta_3}}\right], \quad (9)$$

$$\gamma\gg1:\qquad \frac{d\bar{E}}{dt}=\frac{e^2}{\hbar c}\hbar\omega_0^2\alpha^2\left[\frac{2}{3}\beta_3+\frac{55}{\sqrt{3}\cdot24}\frac{\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{1-\beta_3^2}\gamma^4-\right.$$

$$\left.-\beta_3\frac{55\sqrt{3}}{24}\frac{\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{1+\beta_3}}\gamma^4\right]. \quad (10)$$

Относительный вклад в $d\bar{E}/dt$ членов, обусловливающих различные механизмы (допплеровский и квантовый) «нагрева», разный. Оценки одного из квантовых членов (второго в формуле (9)) даны в [1], где рассматривался случай $\beta_3=0$. Из наших формул видно, что при $\beta_3=0$ вклад от второго квантового члена существенно снижается при больших скоростях β_3. Вклады же от первого и третьего члена зависят от направления движения электрона и вектора $\vec{n}$, характеризующего направление распространения волны. Ясно, что если электрон движется навстречу волне, то вклад от первого члена (классического) будет приводить к торможению электрона (частота излучения за счет эффекта Допплера больше частоты поглощения), вклад от квантового члена, наоборот, приводит к эффективному нагреву электронов отдачи. Напомним, что по-прежнему должно быть выполнено условие

$$\frac{n\hbar\omega_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{(1+\beta_3)(1+\gamma^2)}}\ll 1;$$

Ясно также, что значение $\beta_3\sim c$ выпадает из рассмотрения, так как в этом случае энергия электронов релятивистская и без учета взаимодействия, и, кроме того, в этом случае время взаимодействия будет малым.

Однако при достаточно малых β_3 вклад от первого члена может превышать соответствующие вклады от второго и третьего члена, если только $\gamma^2\ll 1$. Следовательно, в лабораторных условиях ($\gamma^2\ll 1$) надо учитывать все возможные механизмы нагрева. Для значений $\gamma\gg 1$ (это неравенство, как предполагают, может выполняться вблизи пульсара [7]) квантовый механизм становится преобладающим.

Все вышеизложенное справедливо в случае взаимодействия с волной одного или N_0 электронов, с функцией распределения по скоростям $\sim\delta(\beta_3-\beta_0)$. Ясно, что $d\bar{E}/dt$ для N_0 электронов будет существенно зависеть от вида функции распределения f (β_3). В частности, если вначале электронный газ можно охарактеризовать некоторой эффективной температурой $T^э$ (например, задать распределение Максвелла), то при усреднении по скоростям зависимость от членов линейных по β_3 исчезнет, и конечная температура электронов будет зависеть лишь от квантового члена.

Авторы благодарят участников семинара проф. А. А. Соколова за полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тункин Ф. В., Казаков А. Е. ДАН СССР, **192**, 71, 1970; ЖЭТФ, **59**, 12, 1970.
2. Зельдович Я. Б., Левич Е. В. Письма в ЖЭТФ, **11**, 497, 1970.
3. Тернов И. М., Халилов В. Р., Журавлев А. Ф., Чижов Г. Н. «Изв. вузов», физика (в печати).
4. Халилов В. Р., Тернов И. М. «Ядерная физика» (в печати).
5. Ахиезер А. И., Берестецкий В. В. Квантовая электродинамика. М., 1969.
6. Тернов И. М., Багров В. Г., Хапаев А. М., Клоповский К. С. «Изв. вузов», физика, 8, 77, 1967.
7. Gunn J. E., Ostriker J. P. California Inst. of Technologi. Preprint.

Поступила в редакцию
5.5 1972 г.

Кафедра
теоретической физики