

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 2 — 1974

УДК 621.373.421

А. Х. Ш. БУХАРИ, И. И. МИНАКОВА

СИНХРОНИЗАЦИЯ НА КРАТНЫХ ЧАСТОТАХ АВТОГЕНЕРАТОРА СО СЛОЖНЫМ НЕЛИНЕЙНЫМ КОНТУРОМ

В работе проводится теоретическое и экспериментальное исследование закономерностей синхронизации автогенератора, в контур которого включена нелинейная емкость запятого p - n -перехода с автосмещением. Получены амплитудные и частотные кривые стационарного режима. Экспериментально исследован спектральный состав при режимах частичного увеличения частоты.

Появление в последние годы генераторов на новых активных элементах (генераторы на туннельных и лавинно-пролетных диодах, диодах Ганна и т. п.), расширение областей использования генераторов с нелинейными контурами и резонаторами делает необходимым более подробное исследование закономерностей поведения таких генераторов. При этом в связи с развитием применения многоустойчивых элементов в вычислительной технике [1] особый интерес имеет изучение неавтономных режимов.

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследовалось воздействие с двойной частотой на автогенератор со сложным нелинейным контуром. Под сложным нелинейным контуром понимается контур с включенным в него нелинейным реактивным элементом с цепью автосмещения. Полагая, что цепь автосмещения рассматривается как безинерционный детектор, можно считать, что автосмещение, задаваемое на реактивный элемент, определяется только амплитудой колебаний с частотой близкой к частоте контура [2]. При этом дифференциальное уравнение, описывающее поведение автогенератора в неавтономном случае при мягком режиме может быть представлено в виде:

$$\ddot{x} + 2(\delta_0 + \delta_2 x^2) \dot{x} + \omega_0^2 [(x - A) + \beta (x - A)^2 + \gamma (x - A)^3] = P \cos 2pt. \quad (1)$$

При такой аппроксимации характеристики активного элемента автогенератора, при заданной кратности воздействия, невозможно возникновение резонансных комбинационных частот в системе за счет активной нелинейности. Наличие нелинейного реактивного элемента контура определяет взаимодействие в системе при кратной частоте и зависимость резонансной частоты контура от амплитуды колебаний.

Предполагая, что система является квазиконсервативной и квазилинейной, решение уравнения (1) в полосе синхронизации и вблизи от нее ищем в виде:

$$x = A \sin(pt - \varphi) + \lambda \cos 2pt, \quad (2)$$

где $p \approx \omega_0$ и $\lambda = \frac{p}{\omega_0^2 - 4p^2}$ амплитуда вынужденных колебаний для нерезонансного случая, A и φ — медленно меняющиеся функции времени.

Из уравнений (1) и (2) можно получить укороченные уравнения:

$$\frac{dA}{dt} = -A \left[\delta_0 + \frac{1}{4} \delta_2 (A^2 + 2\lambda^2) \right] - \frac{\lambda}{2p} [2\beta' - 3\gamma' A] A \sin 2\varphi, \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Delta - \frac{3}{8p} \gamma' (A^2 + 2\lambda^2) + \frac{1}{2p} [2\beta' - 3\gamma' A] A - \frac{\lambda}{2p} [2\beta' - 3\gamma' A] \cos 2\varphi, \quad (4)$$

где $\beta' = \omega_0^2 \beta$, $\gamma' = \omega_0 \gamma$ и $\Delta = \frac{p^2 - \omega_0^2}{2p}$ — расстройка между частотой старта свободных автоколебаний ω_0 и частотой синхронизованных колебаний p .

При асинхронном воздействии $|p \neq \omega_0|$ укороченные уравнения могут быть получены из (3) и (4) при равенстве нулю членов, содержащих $\sin 2\varphi$ и $\cos 2\varphi$.

В стационарном режиме из (3) и (4) можно найти зависимость амплитуды синхронизованных колебаний от расстройки:

$$\Delta = \frac{3}{8p} \gamma' [5A^2 + 2\lambda^2] - \frac{1}{p} \beta' A \pm \sqrt{\left(\frac{2\beta'\lambda - 3\gamma'\lambda A}{2p} \right)^2 - \frac{1}{16} \delta_2^2 (A^2 + 2\lambda^2 - A_0^2)^2}. \quad (5)$$

При фиксированной амплитуде в области автопараметрической синхронизации стационарные точки симметричны по расстройке относительно скелетной кривой (при равенстве нулю выражения под корнем). Линия резонансных частот нелинейного контура из (5) получается в виде

$$\omega_{рез}^2 = \omega_0^2 + \frac{3}{4} \gamma' (5A^2 + 2\lambda^2) - 2\beta' A. \quad (6)$$

Резонансная частота нелинейного контура $\omega_{рез}$ равна частоте синхронизованных колебаний ω_r при расстройке, соответствующей скелетной кривой. Сравнивая (5) и (6) с соответствующими формулами, полученными для случая постоянного смещения на нелинейном реактивном элементе [3, 4], увидим, что наличие автосмещения существенно усложняет форму скелетной линии и амплитудных кривых. Это усложнение определяется наличием дополнительного члена $(2\beta' - 3\gamma' A)A$, появляющегося в формулах при учете автосмещения. При асинхронном воздействии частота автоколебаний также определяется по формуле (6).

На рис. 1 представлены графически составляющие уравнения скелетной кривой, пропорциональные β' и γ' , а также скелетные кривые для случая $\lambda=0,1$ и $\lambda=0,5$ при $\beta' < 0$ и $\gamma' < 0$.

Можно рассмотреть синхронизацию автогенератора при $\gamma' = 0$, т. е. когда колебательный контур автогенератора имеет нелинейную емкость, характеристика которой содержит только квадратичный член β' . Это

случай более простой, однако при автосмещении на нелинейном реактивном элементе, даже в отсутствие кубического члена, остается зависимость частоты контура от амплитуды. В этом случае укороченные уравнения (3) и (4), а также уравнения (5) и (6) упрощаются.

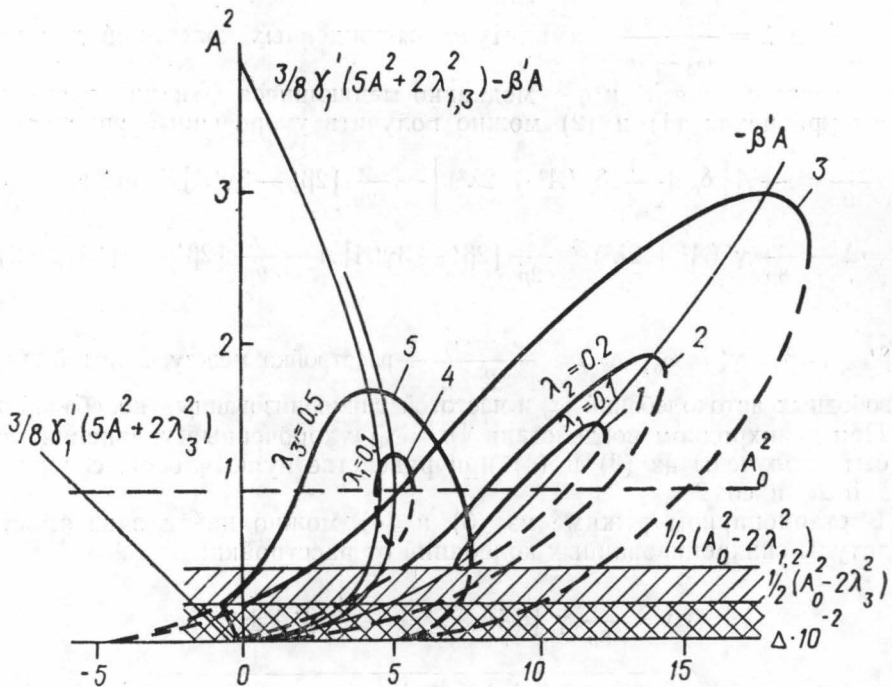


Рис. 1

При $\psi' = 0$ уравнение для амплитуды в области автопараметрической синхронизации в зависимости от расстройки (5) приобретает вид

$$\Delta = -\frac{1}{p} \beta' A \pm \sqrt{\left(\frac{\beta' \lambda}{p}\right)^2 - \frac{1}{16} \delta_2^2 (A^2 + 2\lambda^2 - A_0^2)^2}. \quad (7)$$

При этом скелетная кривая (6) определяется формулой $\Delta_{\text{ск}} = -\frac{1}{p} \beta' A$. Резонансная частота нелинейного контура (6) зависит от амплитуды синхронизованных колебаний:

$$\omega_{\text{рез}}^2 = \omega_0^2 - 2\beta' A. \quad (8)$$

На рис. 1 приведены амплитудные кривые, рассчитанные по (7) для трех значений амплитуды внешнего воздействия. В этом случае условия устойчивости имеют сравнительно простой вид

Амплитудное условие устойчивости при $\psi' = 0$

$$A^2 \geq \frac{1}{2} (A_0^2 - 2\lambda^2). \quad (9)$$

Фазовое условие устойчивости (условие вертикальных касательных):

$$A^2 \geq [A_0^2 - 2\lambda^2] - \frac{4\beta'}{\delta_2^2 p^2 A} (p^2 - \omega_r^2). \quad (10)$$

Последний член выражения (10) зависит от амплитуды A , поэтому условие (10) при разных λ дает сложную кривую.

На рис. 1 для всех кривых при $\gamma' = 0$ изображены амплитудные условия устойчивости. Для кривых 1, 2 и 3 области амплитудной неустойчивости заштрихованы. Область неустойчивости для кривых 1, 2 почти совпадает. Для кривой 1 на левой и правой границах устойчивость найденных стационарных амплитуд определяется фазовым условием (10). Для кривых 2 и 3 на правой границе устойчивость определяется фазовым условием (10), а на левой границе амплитудным (9).

Ширину полосы автопараметрической синхронизации определяют в общем случае условия амплитудной и фазовой устойчивости. Однако для приближенной оценки полосы можно предположить, что на границе амплитуда A^2 определяется условием $A_{ac}^2 = A_0^2 - 2\lambda^2$, т. е. равна амплитуде при асинхронном воздействии. Тогда граничное значение расстройки области автопараметрической синхронизации можно получить из (7):

$$\Delta_{гр} = -\frac{\beta'}{\rho}(A \pm \lambda). \quad (11)$$

Реальная ширина полосы синхронизации, особенно при одном из направлений изменения расстройки, может быть только больше, чем определяемая из (11).

При резонансной частоте нелинейного контура (8) максимальное значение амплитуды в области автопараметрической синхронизации $A_{ac}^2 > 0$ и $\beta' < 0$ определяется из выражения

$$A_{max}^2 = [A_0^2 - 2\lambda^2] - \frac{4\lambda\beta'}{\delta_{2\rho}}. \quad (12)$$

Таким образом, приращение амплитуды в полосе синхронизации относительно амплитуды асинхронного режима A_{ac}^2 не зависит от величины потерь в контуре автогенератора. В этом отношении поведение системы в синхронном режиме аналогично поведению системы при параметрической синхронизации [3].

На рис. 1 приведены также амплитудные кривые (4 и 5) для случаев $\beta' < 0$ и $\gamma' < 0$ (см. формулу (5)) при параметрах системы, соответствующих кривым 1 и 3. Из приведенного графика видно, что форма и наклон амплитудных кривых могут существенно зависеть при фиксированных β' и γ' от соотношений A_0 и λ .

В последнем случае также исследованы условия устойчивости найденных стационарных значений. Фазовое условие весьма громоздко. На рис. 1 оно использовано просто при условии вертикальных касательных, которое при $\gamma = 0$ приобретает вид

$$A^2 \left[1 - \frac{3\gamma'A}{2(4\beta' - 3\gamma'A)} \right] > \frac{1}{2}(A_0^2 - 2\lambda^2). \quad (13)$$

При постоянных β' , γ' , A_0 и для разных значений λ это условие дает сложную кривую. При $\lambda = \text{const}$ условие (13) может быть рассчитано.

Приближенно ширина полосы синхронизации может быть получена из выражения (5) при условии $A^2 = A_{ac}^2$. Как следует из (5) и рис. 1, при одинаковых знаках β' и γ' происходит компенсация влияния на частоту контура нелинейных членов характеристики реактивного элемента. В результате такой компенсации реальная полоса синхронизации при $\gamma' \neq 0$ уменьшается.

Максимальная амплитуда в полосе автопараметрической синхронизации может быть определена из выражения

$$A_{\max}^2 = [A_0^2 - 2\lambda^2] - \frac{2\lambda}{\delta_2 p} (2\beta' - 3\gamma'A). \quad (14)$$

Как видно из формул (12) и (14), при $\beta' < 0$ и $\gamma' < 0$ наличие члена, содержащего $\gamma' \neq 0$, вызывает уменьшение приращения амплитуды внутри полосы синхронизации. Изменение амплитуды биений вблизи полосы синхронизации было рассчитано для малых амплитуд воздей-

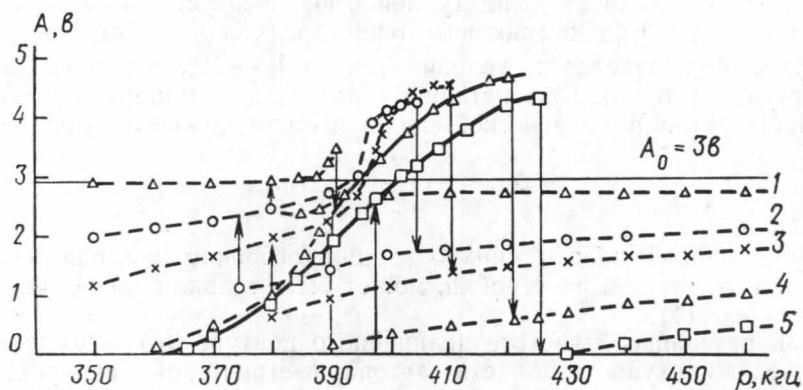


Рис. 2. 1 — $E_{вн} = 0,2$, 2 — $E_{вн} = 0,6$, 3 — $E_{вн} = 0,8$, 4 — $E_{вн} = 1,2$, 5 — $E_{вн} = 1,5 в$

ствия, используя метод поэтапного укорочения [5]. Полученные выражения довольно сложны, но расчет, проведенный для конкретного случая, дает возможность сделать заключение о том, что при подходе к амплитудной кривой со стороны ее неустойчивой части амплитуда биений должна увеличиваться.

Экспериментальное исследование проводилось в диапазоне 200—250 кгц. В качестве нелинейного реактивного элемента контура автогенератора был использован полупроводниковый диод с автосмещением. При этом были исследованы стационарные режимы работы автогенератора при воздействии внешней гармонической силы, включенной в нелинейный контур.

На графике (рис. 2) приведены амплитуды синхронизованных колебаний в полосе синхронизации (сплошная линия) и амплитуды основного тона автоколебаний вне полосы при различных амплитудах внешнего воздействия. Амплитудные кривые синхронизованных колебаний имеют наклон вправо. При этом амплитуда синхронизованных колебаний увеличивается при увеличении частоты внешнего воздействия. На правой границе области, при срыве синхронного режима, амплитуда автоколебаний уменьшается скачком и после скачка наблюдается режим биений. При увеличении амплитуды внешнего воздействия амплитудная кривая смещается в сторону больших частот соответственно смещению резонансной частоты контура.

Вдали от области синхронизации при асинхронном воздействии в системе наблюдается режим биений. В этой области амплитуда и частота автоколебаний существенно зависят от амплитуды внешнего воздействия.

При амплитудах внешнего воздействия больше $E_{вн} \geq 1,0$ в, при частотах $2p \ll 2\omega_{г.}$, вдали от области синхронизации в системе существуют только вынужденные колебания частоты $2p$, автоколебания асинхронно погашены. По мере увеличения амплитуды воздействия область асинхронного гашения автоколебаний расширяется и при $E_{вн} \geq 1,4$ в автоколебания погашены как справа, так и слева от синхронной области. В пределах области синхронизации есть возбуждение колебаний половинной частоты внешнего воздействия. При некоторых значениях

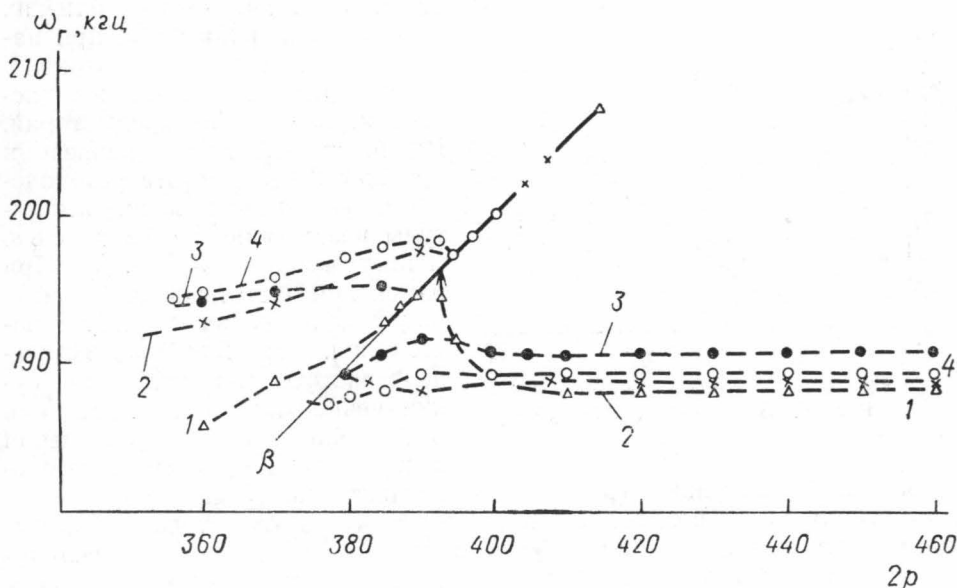


Рис. 3. 1 — $E_{вн}=0,8$, 2 — $E_{вн}=0,6$, 3 — $E_{вн}=0,2$ и 4 — $E_{вн}=0,4$ в

амплитуды воздействия $1,0 \text{ в} < E_{вн} < 1,4 \text{ в}$ в области биений может возникнуть прерывистая генерация. Изменение амплитуды автоколебаний в синхронном режиме соответствует теории.

Как видно из рис. 2, в исследуемой системе в асинхронном режиме при изменении частоты воздействия в сторону высших частот, амплитуда автоколебаний увеличивается. Изменение амплитуды автоколебаний при изменении расстройки вблизи границ области синхронизации отличается от закономерностей асинхронного воздействия, что приводит к появлению неоднозначности зависимости амплитуд автоколебаний от расстройки в области биений. При подходе к области синхронизации со стороны высших частот амплитуда автоколебаний уменьшается в силу асинхронного гашения. Вблизи области синхронизации амплитуда автоколебаний изменяется более сильно и закон изменения амплитуды при малых и больших амплитудах воздействия отличается друг от друга. При амплитудах воздействия (от 0,2 до 0,6 в) перед скачком (который получается при уменьшении частоты воздействия из области биений на верхнюю ветвь кривой, также в область биений) амплитуда автоколебаний плавно увеличивается, а при амплитудах воздействия (от 0,8 до 1,5 в) четко уменьшается. При амплитудах воздействия (больше 1,0 в) скачок происходит из области биений в область синхронизации на верхнюю ветвь кривой.

Таким образом, экспериментальные амплитудные кривые качественно хорошо совпадают с теоретическими в области синхронизации и в области асинхронного воздействия. В области биений, вблизи области синхронизации, закономерность изменения амплитуды автоколебаний более сложная и не определяется полученными теоретически выражениями.

На рис. 3 изображена зависимость частоты автоколебаний ω_r от частоты воздействия $2p$ при разных амплитудах внешнего воздействия. Из графиков видно, что при увеличении и уменьшении частоты воздей-

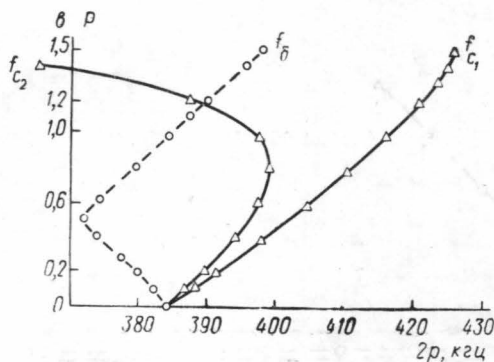


Рис. 4. $\Delta_c = f_{c_1} - f_{c_2}$, $\Delta_n = f_{c_1} - f_\delta$

ствия в области частот, близких к полосе синхронизации, при наличии биений частота автоколебаний при одной и той же расстройке зависит от предыстории. Вдали от области синхронизации при $2p \gg 2\omega_{r_0}$, частота автоколебаний ω_r при изменении амплитуды воздействия от 0,2 до 0,8 в, меняется мало ($\approx 5-7\%$). При изменении частоты воздействия в широких пределах ω_r , почти постоянная. При $2p \ll 2\omega_{r_0}$ изменение частоты автоколебаний существенно как при изменении расстройки, так и при изменении амплитуды воздействия. Сопо-

ставление амплитудных (рис. 2) и частотных (рис. 3) кривых в областях асинхронного воздействия показывает, что в этих случаях изменение частоты автоколебаний целиком определяется изменениями величины λ и A при изменении расстройки. Частота автоколебаний может быть рассчитана по формуле (7).

Изменение частоты вблизи области синхронизации не описывается приведенной выше теорией, так как в этой области наблюдается частичное увеличение частоты, особенно сильное в случае нелинейного контура. При уменьшении частоты воздействия вообще может не установиться синхронный режим. При малых амплитудах воздействия (меньше 0,6 в) вблизи области синхронизации ($2p \approx 2\omega_{r_0}$) частота автоколебаний ω_r уменьшается, но сохраняется режим биений. Срыв колебаний и переход с нижней ветви на верхнюю ветвь кривой также в область биений происходит при $2p \approx 2\omega_{r_0}$, но при $2p < 2\omega_{r_0}$. При скачке частота автоколебаний существенно увеличивается. При больших амплитудах воздействия (больше 0,6 в) ω_r при уменьшении $2p$ меняется немонотонно и плавно подтягивается к половинной частоте воздействия. При $\omega_r = p$ происходит скачок частоты и амплитуды автоколебания из области биений в область синхронизации. При скачке частота автоколебаний увеличивается. При увеличении частоты воздействия при подходе к границе области синхронизации слева частота автоколебаний плавно увеличивается. При увеличении расстройки режим синхронизации устанавливается при любых амплитудах воздействия.

На рис. 4 показана зависимость граничных частот области синхронного режима f_{c_1} и f_{c_2} в зависимости от амплитуды внешнего воздействия. Здесь же показана граница частот режима биений f_δ , которая соответствует скачкам частоты и амплитуды при уменьшении частоты воздействия. При амплитудах воздействия до 0,5 в полоса синхронизации Δ_c растет почти линейно, одновременно смещаясь в сторону

высоких частот. При больших амплитудах воздействия левая граница полосы f_{c2} , после перегиба, плавно поворачивает и идет в сторону более низких частот. Δ_c начинает быстро нарастать, существенно быстрее линейного закона, так как при больших амплитудах воздействия сильнее проявляется нелинейность в системе. При асинхронном гашении вне области полоса существенно расширяется. Частота правой границы полосы f_{c1} , которая соответствует срыву синхронного режима, практически линейно нарастает при увеличении амплитуды воздействия.

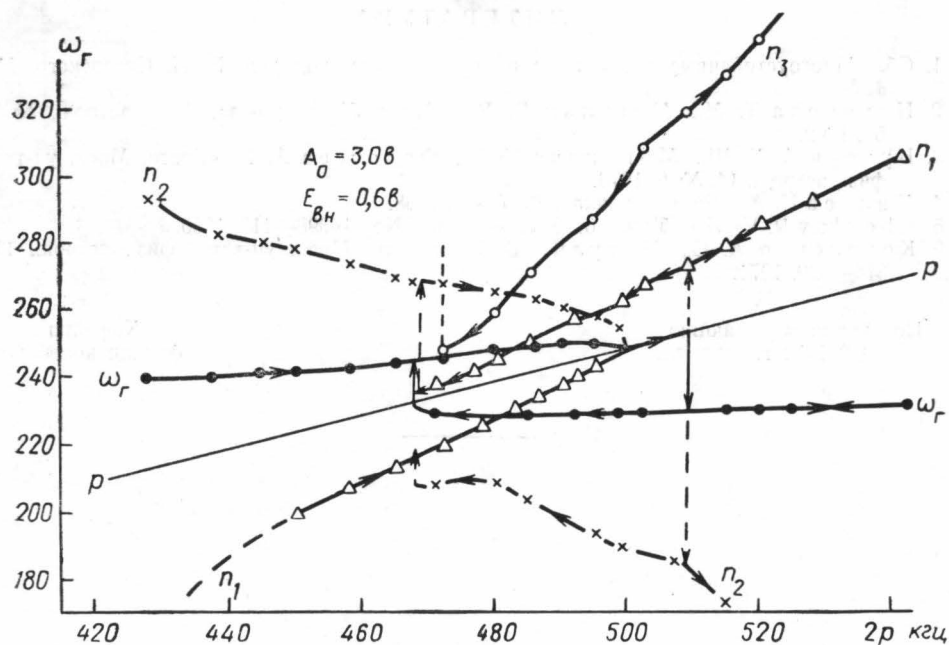


Рис. 5. $n_1 - 2p - \omega_r$, $n_2 - 3\omega_r - 2p$, $n_3 - 4p - 3\omega_r$

Экспериментально показано, что граница f_b соответствует примерно половине частот внешнего воздействия. При этом, как видно из рис. 4, граница f_b сначала отклоняется влево в сторону низких частот, имеет перегиб при $E_{вн} = 0,5$ в и при $E_{вн} > 0,5$ в идет вправо в сторону больших частот.

Для объяснения такого поведения частоты границы при разных амплитудах воздействия была измерена полная амплитуда биений перед скачком и после скачка. Эксперимент показал, что влияние вынужденных колебаний на амплитуду биений и, следовательно, на частотные отношения в системе при $E_{вн} > 0,5$ в существенно. Характер изменения частоты и амплитуды колебаний хорошо объясняется закономерностями изменения амплитуды биений.

С точки зрения исследования закономерностей установления синхронного режима представляло интерес более подробное исследование спектрального состава автоколебаний в области частичного увлечения частоты. На рис. 5 приведены результаты одного из экспериментов, где были измерены частоты спектральных составляющих колебаний при подходе к границе полосы слева и при подходе к скачку из области биений в область биений справа. На рис. 5 отчетливо видно, что каждая из измеренных частот является одной из близких к резонансу ком-

бинационных частот автоколебания и его гармоник и внешней силы и ее гармоник. Составляющая n_1 на границе полосы синхронизации и при подходе к скачку имеет амплитуду, сравнимую с амплитудой частоты ω_r (ослабление 3—5 дцб), составляющая n_2 выражена слабее (18—20 дцб). В отличие от случая синхронизации на основном тоне [6] амплитуды большинства составляющих увеличиваются при приближении к границе полосы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. «Многоустойчивые элементы и их применение», под ред. В. П. Сигорского. М., 1971.
2. Ильинова Т. М., Мигулин В. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 1, 55, 1962.
3. Бухари А. Х. Ш., Минакова И. И., Федосеев А. Г. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 14, № 6, 1973.
4. Миляев Н. А. «Радиотехника», 23, 7—13, 1968.
5. Khoklov R. V. IRE, Trans. on circuits theory, No. 4, 398—413, 1960.
6. Коваленко А. С., Мигулин В. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 12, 314—320, 1971.

Поступила в редакцию
8.8 1972 г.

Кафедра
физики колебаний