При движении по оси катода от центра к торцам ФРЭЭ распределения электронов по энергиям обедняется быстрыми электронами (рис. 3, *а*), второй максимум, уменьшаясь по величине, исчезает на краю катода. Аксиальное поведение функций распределения электронов по энергиям в разряде в аргоне аналогично. Концентрация и средняя энергия электронов уменьшаются при удалении от центра катода по оси (рис. 3, *б*). Отмеченные аксиальные закономерности сохраняются при изменении давления газа, причем аксиальная неоднородность n_e и $\bar{\varepsilon}$ в разряде в гелии сильнее проявляется при уменьшении давления и увеличении давления в разряде в аргоне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бородин В. С., Каган Ю. М. ЖТФ, **36**, 181, 1966.
2. Бородин В. С., Герасимов Г. Н., Каган Ю. М. ЖТФ, **37**, 392, 1967.
3. Десаи Ш. К., Каган Ю. М. «Оптика и спектроскопия», **27**, 34, 1969.
4. Гофмейстер В. П., Каган Ю. М. «Оптика и спектроскопия», **26**, 689, 1969.
5. Солдатов А. Н. «Оптика и спектроскопия», **31**, 181, 1971.
6. Солдатов А. Н., Климкин В. М. и др. «Изв. вузов», физика, № 6, 149, 1970.
7. Горбунова Т. М., Солдатов А. Н., Семенова О. П. Материалы III Всесоюзной конференции по физике низкотемпературной плазмы, 1971, стр. 212.
8. Жиглинский А. Г., Хлопина Т. Н. «Оптика и спектроскопия», **32**, 645, 1972.

Поступила в редакцию
11.4 1973 г.

Кафедра
электроники

УДК 530.12

Ю. Г. ПАВЛЕНКО, Е. Н. ГУМИНОВ

РАССЕЯНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

В настоящей статье рассмотрено упругое рассеяние произвольно поляризованных электронов в поле магнитного диполя. Эта задача представляет интерес при изучении взаимодействия направленных потоков частиц с магнитным полем Земли или полем, создаваемым пульсаром [1]. Анализ спиновых состояний рассеянных электронов может оказаться весьма важным для наблюдения излучения в космической среде, поскольку ориентация спинов среды существенно изменяет ее оптические свойства [2].

Прежде всего отметим, что классическая механика неприменима для задачи рассеяния в поле магнитного диполя, так как при больших значениях прицельного параметра ρ квантовомеханический угол дифракции θ_0 больше, чем угол классического рассеяния $\theta_{\text{кл}}$. Действительно, в приближении малых углов отклонения переданный импульс $\vec{q} = \vec{p}(\infty) - \vec{p}$ определяется соотношением

$$\vec{q} = -\frac{e}{c}\int\limits_{-\infty}^{\infty} [\vec{v}, \vec{H}(\vec{r})]\, dt, \qquad \vec{r} = \vec{\rho} + \vec{v}t, \qquad \vec{\rho} \perp \vec{v},$$

где $\vec{H}$ — внешнее магнитное поле, создаваемое магнитным диполем $\vec{\mu}$, $\vec{v}$ — скорость электронов на бесконечности. Учитывая, что $\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A}$, где

$$\vec{A} = \left[\vec{\nabla}\frac{1}{r}, \vec{\mu}\right] \tag{1}$$

вектор-потенциал магнитного диполя, получим

$$\vec{q} = -\frac{2e}{cv}\left(\frac{2\,[\vec{v}\vec{\rho}]\,(\vec{\mu}\vec{\rho})}{\rho^4} - \frac{[\vec{v}\vec{\mu}]}{\rho^2}\right).$$

Поскольку угол рассеяния $\theta_{\text{кл}} = \dfrac{|\vec{q}|}{p}$, то из условия $\theta_{\text{кл}} \gg \theta_0 \sim \dfrac{\hbar}{\rho p}$ [3] найдем, что при значениях прицельного параметра

$$\rho > \rho_{\max} = \frac{2e}{c\hbar v} \, |[\overrightarrow{\mu v}]|$$

классическое описание рассеяния невозможно. Для типичных пульсаров $\mu = 10^{24} \div 10^{30}$ *гс·см*^{3}, $\rho_{\max} = 10^{31} \div 10^{37}$ *см*, для Земли $\rho_{\max} \approx 10^{33}$ *см*. По этой причине рассмотрим рассеяние электронов на нейтральной ферми-частице в рамках квантовой электродинамики.

Пусть u_1, u_1' (u, u') — волновые амплитуды начального и конечного состояний ферми-частицы (электронов), в которых она имеет 4-импульсы p_1, p_1' (p, p'). Соответствующий матричный элемент

$$M_{fi} = -\frac{4\pi e}{q^2} j^\mu J_\mu,$$

$$j^\mu = \bar{u}' \gamma^\mu u, \qquad J^\mu = e\bar{u}_1' \Gamma^\mu u_1,$$

$$\Gamma^\mu = \frac{1}{4M^2} F_m(q^2) \left(\sigma^{\mu\nu} q_\nu - \frac{q^2}{P^2} P^\mu \right),$$

$$q = p' - p = p_1 - p_1', \qquad P = p_1 + p_1'. \tag{2}$$

Здесь Γ^μ — вершинный оператор нейтральной ферми-частицы [4].

Сечение рассеяния

$$d\sigma = \delta(p + p_1 - p' - p_1') \frac{e^2 M^2}{q^4 I} L_{\mu\nu} \Gamma^{\mu\nu} \frac{d^3 p'}{\varepsilon'} \frac{d^3 p_1'}{\varepsilon_1'},$$

$$L^{\mu\nu} = Sp \gamma^\mu \rho \gamma^\nu \rho', \qquad \Gamma^{\mu\nu} = e^2 S_p \Gamma^\mu \rho_1 \gamma^0 \Gamma^{*\nu} \gamma^0 \rho_1', \tag{3}$$

где $I^2 = (pp_1)^2 - m^2 M^2$, m (M) — масса электрона (ферми-частицы), ρ, ρ' (ρ_1, ρ_1') — матрица плотности начального и конечного состояния электрона (ферми-частицы). Вычисляя тензор $L^{\mu\nu}$ для неполяризованных электронов и $\Gamma^{\mu\nu}$[1] и учитывая условие калибровочной инвариантности, найдем, что

$$L_{\mu\nu} \Gamma^{\mu\nu} = 4\Gamma_2 + q^2 \Gamma_1, \quad \text{где} \quad \Gamma_1 = g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\nu}, \quad \Gamma_2 = p_\mu p_\nu \Gamma^{\mu\nu}.$$

---

[1] $L^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} q^2 + 2(p^\mu p'^\nu + p^\nu p'^\mu)$, $|\mu|^{-2} \Gamma^{\mu\nu} = S^{\mu\nu} + A^{\mu\nu}$,

$$S^{\mu\nu} = \frac{1 - aa'}{2} \left(g^{\mu\nu} q^2 - q^\mu q^\nu - q^2 \frac{P^\mu P^\nu}{P^2} \right) +$$

$$+ \left(g^{\mu\nu} - \frac{4M^2}{P^4} P^\mu P^\nu \right) (qa)\, qa') + \frac{1}{2} \Big\{ a^\mu a'^\nu q^2 -$$

$$- a^\mu \left(q^\nu + \frac{q^2}{P^2} P^\nu \right) (qa') - a'^\mu \left(q^\nu - \frac{q^2}{P^2} P^\nu \right) (qa) + (\mu \to \nu) \Big\},$$

$$A^{\mu\nu} = iM \cdot (a_\lambda + a_\lambda') \left[e^{\mu\nu\lambda\sigma} q_\sigma + \frac{\pi_{\sigma\tau}}{p^2} (P^\mu e^{\nu\lambda\sigma\tau} - P^\nu e^{\mu\lambda\sigma\tau}) \right],$$

$$\pi_\pi \sigma = \frac{1}{2} (q_\sigma P_\tau - P_\sigma q_\tau),$$

где a (a') — вектор поляризации ферми-частицы до (после) рассеяния. Полагая $a = a'$ и ограничиваясь членами $\delta(q^2)$, найдем

$$S^{\mu\nu} = q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu - q^2 \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M^2} + a^\mu a^\nu q^2 -$$

$$- (a^\mu q^\nu + a^\nu q^\mu)(qa) + \left(g^{\mu\nu} - \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M^2} \right) (qa)^2.$$

Рассмотрим рассеяние электронов в том случае, когда ферми-частица получает настолько малую отдачу $|q| \ll \varepsilon_1$, что в соотношении $q^2 = 2p_1q$ можно пренебречь величиной $\frac{q^2}{2\varepsilon_1}$ и, следовательно, в (3) можно положить $q_0 = \frac{\vec{p}_1\vec{q}}{\varepsilon_1}$ $(p_1q = 0)$. Предположим также, что не изменяется состояние поляризации, задаваемое вектором $a'^{\mu} = a^{\mu}$. В этом случае сечение рассеяния в произвольной системе отсчета принимает вид $(\varepsilon_1 - \varepsilon_1' = \varepsilon' - \varepsilon = q_0)$

$$d\sigma = \frac{e^2M^2p'}{q^4I\varepsilon_1'}(4\Gamma_2 + q^2\Gamma_1)\,dO', \tag{4}$$

где

$$|\mu|^{-2}\,\Gamma_1 = q^2 + (qa)^2, \tag{5}$$

$$|\mu|^{-2}\,\Gamma_2 = p^2q^2 - (pq)^2 - q^2\left(\frac{pp_1}{M}\right)^2 + q^2(pa)^2 - $$

$$- 2(ap)(qa)(pq) + \left[m^2 - \left(\frac{pp_1}{M}\right)^2\right](qa)^2,$$

$$\mu = \frac{e}{2M}F_m(q^2). \tag{6}$$

Запишем сечение (4) в системе покоя тяжелой частицы p_1. Согласно условию $p_1q=0$ в этой системе поле, создаваемое тяжелой частицей, имеет статический характер. Действительно, поскольку $q_0 \approx -\frac{\vec{q}^2}{2M}$, то в (4)—(6) можно положить $q = (0, \vec{q})$, $I = Mp$ и считать рассеяние упругим $(\varepsilon = \varepsilon',\ \varepsilon_1 = \varepsilon_1' = M)$. Предполагая, что в начальном состоянии ферми-частица находилась в определенном спиновом состоянии с поляризацией $a^{\mu} = (0, \vec{\xi})$, из (5) и (6) найдем

$$\Gamma_1 = -[\vec{\mu}\vec{q}]^2, \qquad \vec{\mu} = \mu\vec{\xi}, \tag{7}$$

$$\Gamma_2 = (\vec{p}\,[\vec{\mu}\vec{q}])^2. \tag{8}$$

Таким образом, из (4), (7), (8) следует, что сечение рассеяния неполяризованных электронов принимает вид

$$d\sigma_0 = \frac{e^2}{q^4}\left(4(\vec{p}\,[\vec{\mu}\vec{q}])^2 + \vec{q}^2\,[\vec{\mu}\vec{q}]^2\right)dO'. \tag{9}$$

Это сечение фактически определяет рассеяние электронов в постоянном поле неподвижного магнитного диполя. Действительно, учитывая сделанные приближения, находим

$$\Gamma^{\mu} = (0,\ -i\,[\vec{\Sigma}\vec{q}]), \qquad J^{\mu} = (0,\ -i\,[\vec{\mu}\,\vec{q}]), \qquad \vec{\mu} = \frac{e}{2M}F(-\vec{q}^2)\,\vec{\xi},$$

а для матричного элемента (2) получаем выражение

$$M_{fi} = -e\bar{u}'\vec{\gamma}\vec{A}(\vec{q})\,u, \qquad \vec{A}(\vec{q}) = -i4\pi\frac{[\vec{\mu}\vec{q}]}{\vec{q}^2}, \tag{10}$$

в котором $\vec{A}(\vec{q})$ можно рассматривать как фурье-образ вектор-потенциала магнитного диполя, зависящий от его структуры. Для точечной частицы μ является постоянной величиной. В этом случае $\vec{A}(\vec{q})$ совпадает с фурье-образом вектор-потенциала магнитного диполя (1).

В явном виде угловая зависимость сечения (9) ($\mu=\mathrm{const}$) имеет вид

$$d\sigma_0=\frac{e^2\mu^2}{\sin^2\frac{\theta}{2}}\left[\cos^2\frac{\theta}{2}\sin^2\alpha\sin^2(\varphi-\beta)+\sin^2\frac{\theta}{2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{4}\left(\sin\theta\sin\alpha\cos(\varphi-\beta)-2\cos\alpha\sin^2\frac{\theta}{2}\right)^2\right]dO'. \quad (11)$$

Здесь θ, φ (α, β) — полярный и азимутальный углы импульса рассеянного электрона (вектора $\vec{\mu}$) в системе координат с полярной осью вдоль вектора $\vec{p}$. При рассеянии скалярных частиц последний член в (9) отсутствует.

Из (11) видно, что сечение не зависит от энергии и обладает азимутальной асимметрией. При рассеянии на малые углы (11) дает

$$d\sigma_0=\begin{cases}\dfrac{4e^2\mu^2}{\theta}\sin^2\alpha\sin^2(\varphi-\beta)\,d\theta d\varphi, & \alpha\neq 0\\[2mm] \theta e^2\mu^2 d\theta d\varphi, & \alpha=0.\end{cases} \quad (12)$$

В отличие от (12) сечение рассеяния скалярных частиц в области малых углов при $\alpha=0$ пренебрежимо мало. Заметим также, что в случае скалярных частиц сечение рассеяния назад ($\theta=\pi$) также обращается в нуль. Для частиц со спином $1/2$ сечение $\dfrac{d\sigma}{dO'}\to e^2\mu^2\sin^2\alpha$ при $\theta\to\pi$.

Обратимая к исследованию поляризационных эффектов при рассеянии. При вычислении сечения рассеяния поляризованных электронов матричный элемент (10) удобно записать в виде

$$M_{fi}=-\frac{4\pi ie}{q^2}w^{*'}(2(\vec{a}\vec{p})-i\vec{\sigma}\vec{\nu}aq)\,w, \qquad \vec{\nu}=\frac{[\vec{a}\,\vec{q}]}{aq}, \qquad \vec{a}=[\vec{\mu}\,\vec{q}],$$

где w — двухкомпонентный спинор, представляющий волновую функцию в системе покоя электрона. После несложных вычислений найдем

$$d\sigma=\frac{1}{2}d\sigma_0(1+\vec{\xi}^f\vec{\xi}').$$

Здесь $\vec{\xi}'$ — поляризация рассеянного электрона, выделяемая детектором, $\vec{\xi}^f$ — вектор поляризации рассеянного электрона.

$$\vec{\xi}^f=\frac{1}{4(\vec{a}\,\vec{p})^2+a^2q^2}\{(4(\vec{a}\,\vec{p})^2-a^2q^2)\vec{\xi}^i+2(\vec{\nu}\,\vec{\xi}^i)\vec{\nu}a^2q^2+4(\vec{a}\,\vec{p})(\vec{a}\,\vec{q})[\vec{\nu}\,\vec{\xi}^i]\}, \quad (13)$$

где $\vec{\xi}^i$ — вектор начальной поляризации электрона. Очевидно, $(\vec{\xi}^f\vec{\nu})=(\vec{\xi}^i\vec{\nu})$, т. е. при рассеянии сохраняется проекция вектора поляризации на направление $\vec{\nu}$. Из (13) следует, что в процессе рассеяния не происходит поляризации первоначально неполяризованного пучка.

В заключение авторы благодарят проф. А. А. Соколова за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. «Успехи физических наук», **103**, 393, 1971.
2. Варшалович Д. А., «Успехи физических наук», **101**, 369, 1970.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1963, § 126.
4. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. М., 1971, § 139.

Поступила в редакцию
9.8 1973 г.

Кафедра
квантовой статистики