

$$\delta \varepsilon(0) = \frac{k_0 l \bar{\mu}^2}{4 \sin \theta_0} \sqrt{\pi} \left[\frac{\sin 2 \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right)}{4 \sin^2 \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right) + \left(\frac{k_0^2 l^2}{4} \frac{\bar{\mu}^2}{\sqrt{\pi}} \operatorname{ctg} \theta_0 \right)^2 \cos^2 \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right)} - \frac{i}{2} \right], \quad (9)$$

$$\frac{d}{dz} (\delta \varepsilon) |_{z=0} = \frac{k_0^2 l \bar{\mu}^2}{4} \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{ctg} \theta_0 \times \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2 \sin^2 2 \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right)}{\left[4 \sin^2 \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right) + \left(\frac{k_0^2 l z_1 \bar{\mu}^2}{4 \sqrt{\pi}} \operatorname{ctg} \theta_0 \right)^2 \cos^2 \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right) \right]^2} \right\}, \quad (10)$$

$$\varphi = \frac{2}{3} b \cdot \cos^3 \theta_0.$$

Выражения (9) и (10) показывают, что среда из непоглощающей становится поглощающей, а область отражения среднего поля переходит в комплексную плоскость. Это приводит к тому, что в области $z > z_1 \cos^2 \theta_0$, где невозмущенное поле экспоненциально убывало, появляется «бегучесть» [5]. Наличие тригонометрических функций в $\varepsilon_{эфф}$ связано с особенностями амплитудной и фазовой структуры стоячей волны невозмущенного поля.

Таким образом, задача вычисления среднего поля в регулярно-неоднородной среде с флуктуациями формально свелась к соответствующей задаче для регулярно-неоднородной поглощающей среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канер Э. А. «Изв. вузов», радиофизика, 2, 827, 1959.
2. Басс Ф. Г. «Изв. вузов», радиофизика, 2, 1015, 1959.
3. Бирюлин И. А. Реферат канд. диссертации. МГУ, 1966.
4. Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В. «Изв. вузов», радиофизика, 13, № 3, 1970.
5. Пермитин Г. В., Фрайман А. А. «Изв. вузов», радиофизика, 12, № 12, 1969.

Поступила в редакцию
28.6 1973 г.

Кафедра
волновых процессов

УДК 621.373

Ю. М. АЗЬЯН, О. В. СНИГИРЕВ, В. К. КОРНЕВ

О СИНХРОНИЗАЦИИ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Используя известную модель автоколебательной системы с запаздыванием [1—3], режим установившегося синхронизма можно описать следующим нелинейным интегральным уравнением:

$$F[u(t)] = 2N \int_{-\infty}^t \frac{J_{2N}(\omega_0 z)}{z} [u(t-z) + V(t-z)] dz, \quad (1)$$

где $u(t)$ — сигнал на выходе усилителя, $F[u] = ku + \beta u^3$ ($k < 0$, $\beta < 0$) — нелинейная характеристика усилителя, связывающая его входной ($F[u]$) и выходной (u) сигналы, $\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LG}}$ — частота среза LC-цепи, $J_{2N}(\cdot)$ — цилиндрическая функция первого рода порядка $2N$, $V(t) = v \cos[s\omega t - p]$ — синхронизирующее воздействие; $s=1$ при синхронизации на основном тоне и $s=n$ при синхронизации на n -ой гармонике.

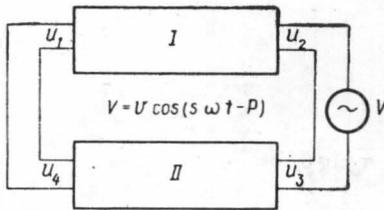


Рис. 1. Структурная схема неавтономного автоколебательного устройства. I — нелинейный усилитель, II — цепь обратной связи

Уравнение (1) может иметь весьма сложные решения, но нас будут интересовать лишь периодические с периодом $T = 2\pi/\omega$. Исходя из широкополосности исследуемой системы, имеет смысл искать периодическое решение в виде суммы нескольких колебательных компонентов с кратными частотами:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{n-1} a_{2k+1} \cos[(2k+1)\omega t + \varphi_{2k+1}], \quad (2)$$

$(n = 1, 2, \dots)$.

Подставив (2) в уравнение (1), получим

$$F \left[\sum_{k=0}^{n-1} a_{2k+1} \cos \psi_{2k+1} \right] = \sum_{k=0}^{n-1} a_{2k+1} \left\{ \cos \left[2N \arcsin \frac{(2k+1)\omega}{\omega_0} \right] \cos \psi_{2k+1} + \right. \\ \left. + \sin \left[2N \arcsin \frac{(2k+1)\omega}{\omega_0} \right] \sin \psi_{2k+1} \right\} + v \left\{ \cos \left(2N \arcsin s \frac{\omega}{\omega_0} \right) \cos \psi_s + \right. \\ \left. + \sin \left(2N \arcsin s \frac{\omega}{\omega_0} \right) \sin \psi_s \right\}, \quad (3)$$

где

$$\psi_{2k+1} = (2k+1)\omega t + \varphi_{2k+1}, \quad \psi_s = s\omega t - p.$$

Приравняв первые, и косинус-коэффициентов, и синус-коэффициентов ряда Фурье $F[u]$ слева и справа в (3), получим систему $2n$ нелинейных алгебраических уравнений относительно $2n+2$ величин:

$$a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}; \quad \varphi_3, \varphi_5, \dots, \varphi_{2n-1}; \quad v, p. \quad (\varphi_1 = 0).$$

Существование решений полученной системы уравнений при заданных значениях двух параметров v и p (или v и ω) определяет искомую область существования синхронного режима генерации.

В данной работе мы не будем касаться вопросов устойчивости найденных решений.

В однокомпонентном приближении ($n=1$) система уравнений имеет следующий вид:

$$a \cos R + v \cos(R+p) + ka + 3/4 \beta a^3 = 0,$$

$$a \sin R + v \sin(R+p) = 0,$$

где

$$R = 2N \arcsin \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (4)$$

Из решений (4) следует, что на границе полосы синхронизации фаза внешнего сигнала на входе усилителя отличается от фазы автоколебаний на выходе усилителя на $\pm \pi/2$, а амплитудные кривые внутри полосы синхронизации имеют симметричный вид (рис. 2).

Хорошо известно, что фазовые и амплитудные кривые осцилляторных (томсоновских) автоколебательных систем обладают такими же особенностями. Исходя из этого можно заключить, что резонансные свойства широкополосной системы в зоне регенерации¹ можно сопоставить с резонансными свойствами системы осцилляторной.

¹ Зоной регенерации называется область частот, где коэффициент усиления недозвужденной системы $|K(j\omega)| \geq 1$.

Амплитудные кривые, приведенные на рис. 2, позволяют дать верхнюю оценку добротности зоны регенерации. Считая, что за пределами полосы синхронизации регенерация полностью отсутствует, получим для первой зоны регенерации $Q_{экв} = \frac{1}{\xi_1 - \xi_2} < 20$, а для пятой — $Q_{экв} < 80$.

В двухкомпонентном приближении ($n=2$) система нелинейных уравнений, получаемая из (4), решалась с помощью ЭЦВМ. Результаты расчетов для мягко возбуждаемых автоколебаний [3] в безразмерных величинах показаны на рис. 3 в виде ам-

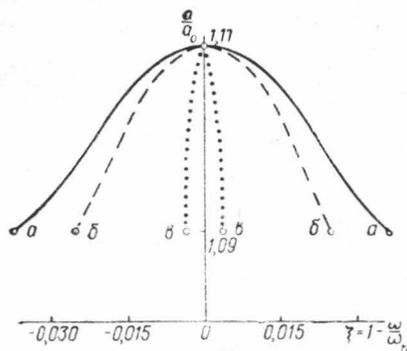


Рис. 2. Амплитудные кривые в однокомпонентном приближении $k=0,5$, $N=18$, $v/a_{01}=0,1$ для 1-й ($a-a$), 5-й ($б-б$) зон регистрации и 1-й зоны регистрации при $N=4$ ($б-б$)

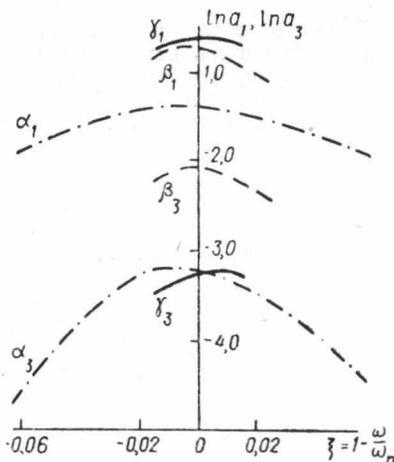


Рис. 3. Амплитудные кривые в двухкомпонентном приближении ($N=18$) при положении основного тона в 1-й зоне регистрации: $\alpha_1-\alpha_3$ ($k=-0,95$; $v/a_{01}=0,3$), $\beta_1-\beta_3$ ($k=-0,5$; $v/a_{01}=0,2$), во 2-й зоне регистрации: $\gamma_1-\gamma_3$ ($k=-0,5$; $v/a_{01}=0,14$)

плитудных кривых. Из-за наличия дисперсии запаздывания частоты колебаний второго колебательного компонента 3ω не совпадает с центром соответствующей зоны регенерации. В таком случае изменение частоты ω синхронного режима вызывает существенные изменения $a_3(3\omega)$. Но для выполнения условия одновременного баланса фаз $a_1(\omega)$ и $a_3(3\omega)$ необходимо некоторое изменение $a_1(\omega)$ в том же направлении, что и $a_3(3\omega)$ [3]. Последнее приводит к тому, что амплитудные кривые $a_1(\omega)$ при синхронизации на частоте основного тона ω имеют наклон. Направление наклона определяется положением второго колебательного компонента относительно соседних зон регенерации. Ширина полосы синхронизации пропорциональна амплитуде внешнего сигнала и уменьшается с увеличением кратности синхронизации. На границе полосы синхронизации разность фаз внешнего сигнала на входе усилителя и автоколебаний на выходе усилителя может отличаться от $\pm\pi/2$.

Полученные результаты позволяют заметить некоторые аналогии между широкополосной автоколебательной системой с дисперсией запаздывания и системой с несколькими резонансными элементами, расстроенными от целочисленного отношения собственных частот [4-6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Азыян Ю. М., Мигулин В. В. «Радиотехника и электроника», 1, 1956.
2. Азыян Ю. М., Снигирев О. В. «Вестн. Моск. ун-та», 12, № 4, 1971.
3. Азыян Ю. М., Снигирев О. В., Мкртумов А. С. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, № 1, 1972.
4. Курдюмов О. А., Минакова И. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 1, 85, 1966.
5. Шмелев А. Б. «Радиотехника и электроника», 15, 750, 1970.
6. Уткин Г. М. «Радиотехника и электроника», 4, 1993, 1959.

Поступила в редакцию
11.9 1973 г.

Кафедра
физики колебаний