тить также (см. рис. 2), что смешение морской воды с придонным потоком происходит медленнее, чем в верхней приповерхностной части.

Таким образом, из результатов измерений следует, что в приустьевой зоне р. Дунай наблюдаются придонные плотностные течения в виде суспензионных потоков.

К сожалению, из-за метеорологических условий не удалось наблюдать развитие придонного плотностного течения в чистом виде, однако из приведенных измерений следует, что плотностные течения, образующиеся в приустьевых зонах морей, могут оказывать существенное влияние на гидрологические характеристики этих областей моря.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Шепард Ф. П. Геология моря. Л.—М., 1951.
2. Анучин В. Н., Гусев А. М., Михайлова Н. А., Петров В. П., Пыркин Ю. Г. Экспериментальное исследование плотностных придонных потоков в натурных условиях и моделирование их на лабораторных установках. Материалы Международного симпозиума по стратифицированным течениям. Новосибирск, 1972.
3. Leahy R. G. Sediments and turbidity currents Oceanus, 6, No. 2, Woods Hole Oceanogr. Inst., 1959.
4. Stetson H. C., Smith I. E. Amer J. Soi., 1938.
5. Georgiev B. V. Some experimental investigation on turbulent diaracteristics of sratified flous. Материалы Международного симпозиума по стратифицированным течениям. Новосибирск, 1972.
6. Lofquist K. The Phys. of Fluids, 3, No. 2, 1960.



Поступила в редакцию
4.7 1973 г.



Кафедра
физики моря и вод суши



УДК 533.70



Е. В. СТУПОЧЕНКО


# О КИНЕТИКЕ РЕЛЕЕВСКОГО ГАЗА С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛЕГКИХ ЧАСТИЦ

Вопросы кинетики газовых систем с существенно неравновесными функциями распределения возникают в различных областях физики и химии. Ниже рассматривается релеевский газ с произвольным распределением легких частиц по скоростям (реализующемся, например, при воздействии источников частиц).

Пусть $f(E, t)$ — плотность распределения тяжелых частиц ($R$ — частиц) в пространстве энергии $E = \frac{M\vec{c}^2}{2}$, где $M$ — масса $R$-частицы, $\vec{c}$ — ее скорость. При достаточно малом значении отношения $\frac{m}{M}$, где $m$ — масса частицы легкого газа (в котором $R$-частицы составляют небольшую примесь), газокинетическое уравнение переходит в уравнение Фоккера — Планка

$$\frac{\partial f(E,\ t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial E}\left\{\frac{\langle\Delta\rangle}{\tau} f(E,\ t)\right\} + \frac{\partial^2}{\partial E^2}\left\{\frac{\langle\Delta^2\rangle}{2\tau} f(E,\ t)\right\}, \tag{1}$$

где $\tau$ — время свободного пробега $R$-частицы, $\Delta \equiv \Delta E$ — изменение $E$ при столкновении, $< \ >$ обозначает усреднение по всем возможным столкновениям.

Так как

$$\Delta E = Mc\,|\Delta\vec{c}\,|\cos\beta + M\,\frac{|\Delta\vec{c}\,|^2}{2},$$

где $\beta$ — угол между векторами $\vec{c}$ и $\Delta\vec{c}$, то

$$\frac{\langle\Delta\rangle}{\tau} = Mc\,\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|\cos\beta\rangle}{\tau} + M\,\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|^2\,\rangle}{2\tau}, \tag{2}$$

$$\frac{\langle\Delta^2\rangle}{\tau} = M^2c^2\,\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|^2\cos^2\beta\,\rangle}{2\tau}, \tag{3}$$

(в (3) отброшены члены высшего порядка малости по параметру $m/M$).

Пусть $F(\vec{c}_2)$ — функция распределения в пространстве скоростей $\vec{c}_2$ легких частиц, нормированная на плотность $n_2$ числа частиц (систему считаем пространственно однородной и изотропной). Предполагая закон центральных сил, имеем

$$\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|\cos\beta\,\rangle}{\tau} = \iiint |\Delta\vec{c}\,|\cos\beta\,F(\vec{c}_2)\,|\vec{c}_2 - \vec{c}\,|\,bdbd\varepsilon d\vec{c}_2, \tag{4}$$

где $b$ — прицельное расстояние и $\varepsilon$ — угловой параметр столкновения.

Подставляя в (4) $|\Delta\vec{c}\,| = 2M_2\,|\vec{c}_2 - \vec{c}\,|\sin\dfrac{\chi}{2}$, где $M_2 = \dfrac{m}{M+m} \simeq \dfrac{m}{M}$, $\chi$—угол отклонения относительной скорости частиц в результате столкновения, и делая замену переменной $\vec{g} = \vec{c}_2 - \vec{c}$, получаем

$$\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|\cos\beta\rangle}{\tau} = 2\,\frac{m}{M}\iiint F(\vec{g}+\vec{c})\,g^2\cos\beta\sin\frac{\chi}{2}\,bdbd\varepsilon d\vec{g}. \tag{5}$$

Основной вклад в (5) дает второй член разложения

$$F(\vec{g}+\vec{c}) = F(\vec{g}) + \left(\frac{\partial F(\vec{g})}{\partial\vec{g}},\ \vec{c}\right) + \ldots \tag{6}$$

Поэтому с точностью до высших порядков отношения $m/M$ получаем

$$\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|\cos\beta\rangle}{\tau} = \frac{2}{3}\,\frac{m}{M}\,cI_j, \tag{7}$$

где

$$I_1 = \iiint \frac{\partial F(g)}{\partial g}\,4\pi g^4\sin^2\frac{\chi}{2}\,bdbd\varepsilon dg, \tag{8}$$

$$(F(g) \equiv F(\vec{g})).$$

При получении (7) использованы соотношения

$$\iint \cos\beta\sin\frac{\chi}{2}\,bdbd\varepsilon = \cos\alpha\iint \sin^2\frac{\chi}{2}\,bdbd\varepsilon, \tag{9}$$

где $\alpha$ угол между $\vec{g}$ и $\vec{c}$, вытекающее из симметрии распределения векторов $\Delta\vec{c}$ (как функции параметров $b$ и $\varepsilon$) относительно оси $\vec{g}$; $\sin\dfrac{\chi}{2} = \cos\gamma$, где $\gamma$ — угол между $\vec{g}$ и $\Delta\vec{c}$;

$$\langle\cos^2\alpha\rangle = \frac{1}{3}.$$

Аналогичным методом получаем с тем же приближением

$$\frac{\langle\,|\Delta\vec{c}\,|^2\rangle}{\tau} = 4\left(\frac{m}{M}\right)^2 I_2, \tag{10}$$

где

$$J_2 = \iiint F(g)\, 4\pi g^5 \sin^2 \frac{\chi}{2}\, bdbd\varepsilon dg \tag{11}$$

и

$$\frac{\langle\, |\overrightarrow{\Delta c}|^2 \cos^2 \beta \rangle}{\tau} = \frac{1}{3} 4 \left( \frac{m}{M} \right)^2 J_2 \left( \frac{1}{3} \frac{\langle\, |\overrightarrow{\Delta c}|^2 \rangle}{\tau} \right). \tag{12}$$

Уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial f(E,\ t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial E} \{(aE + 3/2\, b) f(E,\ t)\} + \frac{\partial^2}{\partial E^2} \{bEf(E,\ t)\}, \tag{13}$$

где

$$a = \frac{4}{3} \frac{m}{M} J_1, \qquad b = \frac{4}{3} M \left( \frac{m}{M} \right)^2 J_2. \tag{14}$$

Его стационарным решением (если нет источников $R$-частиц) является максвелловское распределение $f \sim \sqrt{E} \exp\left( -\frac{E}{kT^*} \right)$, где

$$kT^* = -\frac{b}{a} \quad (a < 0). \tag{15}$$

Уравнение (13), учитывая (15), по форме совпадает с полученным в [1] для модели твердых сфер и в [2] для общего вида центральных сил в случае максвелловского термостата с тем существенным отличием, что роль температуры «термостата» в (13) играет величина $T^*$ равная согласно (15), (14)

$$kT^* = -m \frac{J_2}{J_1}. \tag{16}$$

Поэтому теорема [1 и 2] о сохранении масквелловской формы распределения релаксирующих $R$-частиц обобщается на случай «немаксвелловского термостата». Температура подсистемы $R$ меняется по закону $T(t) = T^* + (T_0 - T^*)\, e^{-\frac{t}{\tau_0}}$, где $T_0$ — начальное значение $T$ и $\tau_0 = -\frac{1}{a}$ — время релаксации. При произвольном начальном условии решение (13) выражается через обобщенные полиномы Лагерра $L_n^{1/2}\left( \frac{E}{kT^*} \right)$. Можно показать, что максвелловская форма распределения $R$-частиц сохраняется и при меняющихся со временем $a$ и $b$ $(F(\vec{c}_2,\ t))$.

Равенство (16) можно рассматривать как обобщение (в рамках данной диффузионной задачи) известного газокинетического определения температуры

$$3/2\, kT = \frac{m\overline{c_2^2}}{2}, \tag{17}$$

где $\overline{x}$ — среднее значение $x$ по распределению $F(\vec{c}_2)$.

Заметим, что определение (17) практически полезно в случае слабо возмущенных максвелловских распределений. Совокупность $R$-частиц, рассматриваемая как измерительный прибор, в общем случае сильных возмущений в распределении легких частиц «фиксирует» величину $T^* \neq \frac{m\overline{c_2^2}}{3k}$.

Как принципиальный момент отметим, что $T^*$ зависит от закона взаимодействия $R$-частиц с частицами «термостата». Для модели твердых сфер, учитывая независимость $\chi$ от $g$ и преобразуя $I_1$ интегрированием по частям, получаем

$$kT^* = \frac{m}{4} \frac{\overline{c_2^3}}{\overline{c_2}}. \tag{18}$$

При $F(\vec{c}_2)$ — максвелловской (18) и (16) переходят в (17).

## ЛИТЕРАТУРА


1. Andersen K., Shuler K. E. J. Chem. Phys., **40**, 633, 1964.
2. Сафарян М. Н., Ступоченко Е. В. «Журн. прикладной механики и технической физики», **4**, 29, 1964.



Поступила в редакцию
6.9 1973 г.



Кафедра
молекулярной физики