

Ю. В. ОРЛОВ

ЭФФЕКТЫ ЯДЕРНОГО ФОРМ-ФАКТОРА В ПАРЦИАЛЬНЫХ АМПЛИТУДАХ РЕАКЦИИ СРЫВА

На примере расчета парциальных амплитуд реакции $A(d, p)B$ на ядрах ^{12}C и ^{16}O с переходом в $2s_{1/2}$ -состояние конечного ядра при энергиях дейтронов 14, 50 и 100 Мэв показано, что учет ядерного форм-фактора (зависимости от переданного импульса в вершинной части $A+n \rightarrow B$) в рамках потенциальной модели приводит к заметному уменьшению парциальных амплитуд, в том числе в области периферийных орбитальных моментов.

Хорошо известно, что при достаточно больших энергиях реакция (d, p) (или (p, d)) может быть описана как прямой процесс [1], отвечающий полюсному механизму (рис. 1). Дифференциальные сечения таких реакций удалось в целом успешно описать в рамках «периферийной модели» [2], которая исходит из двух основных предположений: 1) можно пренебречь вкладом в полную амплитуду реакции парциальных амплитуд с орбитальным моментом $l < L \sim k_i R$ (k_i — волновое число для относительного движения сталкивающихся частиц, R — радиус ядра) и 2) периферийные амплитуды с $l \geq L$ определяются в основном ближайшими особенностями по $z = \cos\theta$ при фиксированной энергии E сталкивающихся частиц, θ — угол рассеяния (обе величины в системе ц. м.). В соответствии с предположением 2 в расчетах по периферийной модели вершинные части полюсной диаграммы рис. 1 брались на массовой поверхности, т. е. считались константами. В данной работе показано, что учет более далеких, по сравнению с полюсной, особенностей вершинной части, приводящих к зависимости ядерной вершинной части от квадрата относительного импульса частиц A и n ,

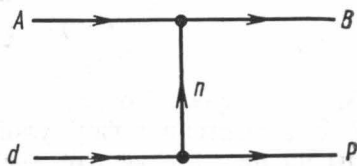


Рис. 1. Полюсная диаграмма для реакции $A(d, p)B$

$$\hbar^2 \vec{q}^2 = [(m_A \vec{p}_n - m_n \vec{p}_A) / (m_A + m_n)]^2$$

(где m_i, \vec{p}_i — масса и импульс частицы i) приводит к существенному уменьшению парциальных амплитуд реакции срыва, в том числе и для периферийных орбитальных моментов $l \geq L \approx k_i R$.

Будем учитывать лишь ядерный форм-фактор $\Gamma_B(q)$, поскольку дейтронный форм-фактор сравнительно слабо изменяется по сравнению с ядерным. Для простоты ограничимся случаем нулевого орбитального момента относительного движения частиц A и n в ядре B . Для используемой ниже модели двух тел $\Gamma_B(q)$ выражается через Фурье-компонент волновой функции связанного состояния ядра B [3—5]. Расчеты парциальных амплитуд M_l проведем в потенциальной модели, предложенной в [6] и примененной к вычислениям $\Gamma_B(q)$ для возбужденных $2s_{1/2}$ -состояний ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^{13}\text{C}$ и ${}^{17}\text{O}$ в работе [7]¹.

Параметры потенциала [6]

$$V(r) = -V_0 [1 - (1 - \exp(-r/a))^n] \quad (1)$$

определялись по энергии связи $E_{\text{св}}$ нейтрона в ядре B , так что волновая функция имеет требуемую асимптотику на больших расстояниях. Это дает основание рассчитывать на правильность поведения модельной вершинной функции при малых q^2 .

Модель с потенциалом (1) удобна для расчета парциальных амплитуд, так как входящая в инвариантную амплитуду для полюсного графика функция представляется в виде ряда полюсных слагаемых

$$\Gamma_B(q)/(q^2 + \kappa^2) = \sum_{j=0}^{\infty} F_j/[q^2 + (\kappa + j/a)^2], \quad (2)$$

где

$$\kappa = \sqrt{2\mu E_{\text{св}}}/\hbar, \quad \mu = m_A m_n / (m_A + m_n),$$

$E_{\text{св}}$ — энергия связи нейтрона в ядре B . Случаю постоянной вершинной части отвечает слагаемое в (2) с $j=0$. Коэффициенты F_j в (2) равны соответствующим слагаемым в аналогичном ряду для функции Юста $F(q)$ при $q = i\kappa$:

$$F(q) = \sum_{j=0}^{\infty} F_j(q); \quad F_0 = 1; \quad F_j \equiv F_j(i\kappa). \quad (3)$$

Значение $q = i\kappa$ отвечает связанному состоянию, так что $F(i\kappa) = 0$. В соответствии с формулой (2) парциальная амплитуда для диаграммы на рис. 1 с учетом ядерного форм-фактора выражается рядом

$$M_l(E) = \sum_{j=0}^{\infty} F_j Q_l(z_j), \quad (4)$$

где $Q_l(z_j)$ — функция Лежандра второго рода,

$$z_j = (2k_l k_{f1})^{-1} \{k_l^2 + k_{f1}^2 + (\kappa + j/a)^2\}; \quad (5)$$

$$k_l = \sqrt{2\mu_{dA} E}/\hbar, \quad k_{f1} = (m_A/m_B) \sqrt{2\mu_{dB} (E + Q)}/\hbar,$$

$$Q = (m_d + m_A - m_B - m_p) c^2 - E_B^*,$$

E_B^* — энергия возбуждения ядра B . Коэффициенты F_j (см. [6, 7] и примечание 1), знак которых определяется множителем $(-1)^j$, с увели-

¹ В формуле (1) работы [7] вместо m стоит m^2 , перед формулой (3) $V(R) = -V_0/2$. Кроме того, в рекуррентной формуле (6) выпал множитель $[j(j+t)]^{-1}$ перед знаком суммы ($t = -2iaq$ для $F_j(q)$). Расчеты в [7] произведены по правильной формуле.

² Нормировка в (3) ($F_0=1$) означает, что $\Gamma_B(q)$ нормировано на 1 в точке полюса при $q = i\kappa$.

чением j быстро возрастают по абсолютной величине, затем убывают, стремясь к нулю при $j \rightarrow \infty$. Вычисления были выполнены на машине БЭСМ-4 ВЦ МГУ для $2s_{1/2}$ -состояний конечных ядер ^{13}C и ^{17}O .

Для того чтобы потенциал (1) соответствовал потенциалу со стандартными параметрами, используемыми в ядерных расчетах, мы должны взять радиус потенциала $R=1,25 A^{1/3}$ ферми ($V(R)=-V_0/2$)

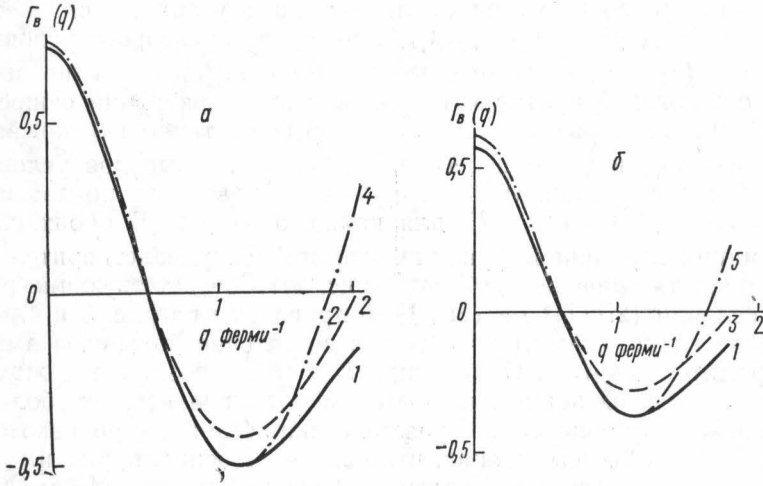


Рис. 2. Вершинная функция $\Gamma_B(q)$: а — для $2s_{1/2}$ -состояния ^{13}C , б — для $2s_{1/2}$ -состояния ^{17}O . 1 — результат интерполяции к стандартным значениям радиуса и диффузности потенциала (1); расчет с набором $(\mu_1, \mu_2^{(1)})$: 2 — $\mu_1^2 = 1,8\phi^{-2}$, $(\mu_2^{(1)})^2 = 2,18\phi^{-2}$, $f_1 = -41,11$, $f_2 = 42,55$ и 3 — $\mu_1^2 =$

$= 1,6\phi^{-2}$, $(\mu_2^{(1)}) = 1,84\phi^{-2}$, $f_1 = -38,03$, $f_2 = 38,4$; расчет с набором $(\mu_1, \mu_2^{(2)})$: 4 — $\mu_1^{(2)} = 1,8\phi^{-2}$, $(\mu_2^{(2)})^2 = 6,36\phi^{-2}$, $f_1 = -10,84$, $f_2 = 18,43$ и 5 — $\mu_1^2 = 1,6\phi^{-2}$, $(\mu_2^{(2)}) = 7,85\phi^{-2}$, $f_1 = -7,07$, $f_2 = 13,72$

и диффузность границы $d \approx 0,65$ ферми ($2d = -V(R)/V'(R)$). Далее будем использовать обозначение ϕ -ферми. Величины R и d связаны с параметрами a и n потенциала (1) соотношениями ($x = \sqrt[n]{2}$)

$$R = a [\ln x - \ln(x-1)]; \quad (6)$$

$$d = a/2n(x-1). \quad (7)$$

При $n \gg 1$ формула (16) переходит в (3) работы [7], $d \approx a/2 \ln 2$.

Для стандартных R и d из (6) и (7) следуют значения $a=0,9\phi$ и $n=14$ для ^{13}C и $n=21$ для ^{17}O . При столь больших значениях n вычисления нужно вести с очень высокой точностью, так как знакопеременные коэффициенты F_j в некоторой области $j \gg n$ становятся очень большими по абсолютной величине. Однако, как показали расчеты при $n \leq 8$ и для предельного случая прямоугольной ямы, вершинная функция изменяется в зависимости от d при фиксированном R достаточно плавно, чтобы можно было найти ее для $d=0,65\phi$ путем интерполяции. Дальнейшее упрощение достигалось аппроксимацией вершинной функции с помощью трехчленной формулы ($f_0 = 1$, $\mu_0^2 = x^2$)

$$\Gamma_B(q)/(q^2 + \kappa^2) \cong \sum_{j=0}^2 f_j/(q^2 + \mu_j^2), \quad (8)$$

параметры которой определялись из четырех условий: нормировки при $q=0$, нормировки в точке минимума при $q=q_m$, положения минимума $q=q_m$ функции $\Gamma_B(q)$ и положения точки пересечения $\Gamma_B(q)$ с осью абсцисс. После использования последних двух условий получаем два уравнения $\mu_2^2 = \Phi_1(\mu_1^2)$ и $\mu_2^2 = \Phi_2(\mu_1^2)$ для первого и второго условий соответственно (Φ_1 и Φ_2 — некоторые функции, которые мы не выписываем из соображений краткости). Решения этих уравнений существуют в ограниченных интервалах по μ_1^2 , которые частично перекрываются, однако кривые Φ_1 и Φ_2 не пересекаются (т. е. первые два условия не выполняются одновременно). Поэтому мы использовали по два набора параметров $(\mu_1, \mu_2^{(1)})$ и $(\mu_1, \mu_2^{(2)})$ для каждого ядра. В обоих случаях аппроксимация вершинной функции оказывается удовлетворительной в широкой области значений $q \leq 1 \text{ ф}^{-1}$ (рис. 2). Соответствующие результаты вычислений $(2l+1)Q_l$ и $(2l+1)M_l$ приведены на рис. 3 и 4.

Следовательно, асимптотически при достаточно больших l амплитуда M_l стремится к $Q_l(z_0)$. Однако при $l=L \approx k_i R$ различие между M_l и $Q_l(z_0)$ все еще оказывается заметным; оно тем сильнее, чем больше E . При дальнейшем уменьшении l различие нарастает, и при некотором l величина M_l даже изменяет знак, что связано с осциллирующим характером вершинной функции. Усиление различий между M_l и $Q_l(z_0)$ с ростом энергии связано с возрастающей ролью более далеких особенностей, имеющих большую «мощность». Зависимость от энергии расстояния между соседними особенностями по z определяется множителем $(k_i k_{j1})^{-1}$.

Таким образом, в рассмотренной модели с увеличением энергии E происходит лишь изменение масштаба в расположении полюсов по z : полюса смещаются в сторону физической области углов рассеяния ($-1 \leq z \leq 1$), расстояние между ними сокращается, и соответственно возрастает относительный вклад удаленных особенностей вершинной функции. Следует иметь в виду, что при увеличении E область физических значений q^2 , заключенных в пределах

$$(k_i - k_{j1})^2 \leq q^2 \leq (k_i + k_{j1})^2, \quad (9)$$

смещается в сторону больших переданных импульсов, для которых потенциальное описание $\Gamma_B(q)$ ненадежно. В связи с этим результаты для $E=100 \text{ Мэв}$ не могут претендовать на роль количественных оценок. Численные расчеты, результаты которых здесь не приведены, продемонстрировали чувствительность эффектов форм-фактора к параметрам модели. Например, увеличение диффузности при фиксированном радиусе или увеличение радиуса потенциала при фиксированной диффузности приводят к усилению роли форм-фактора. Введение форм-фактора эквивалентно плавному обрезанию парциальных амплитуд для полюсного графика в окрестности $l=L$ и может быть имитировано в периферийной модели путем использования дополнительного параметра, несколько изменяющегося с энергией. Очевидно, что в области малых l наряду с особенностями форм-фактора должны проявляться и другие удаленные особенности, связанные с диаграммами, отличными от полюсной, поэтому эффекты форм-фактора при малых l представляют лишь академический интерес. Более существенным является обнаруженное в данной работе различие M_l и $Q_l(z_0)$ в области периферийных

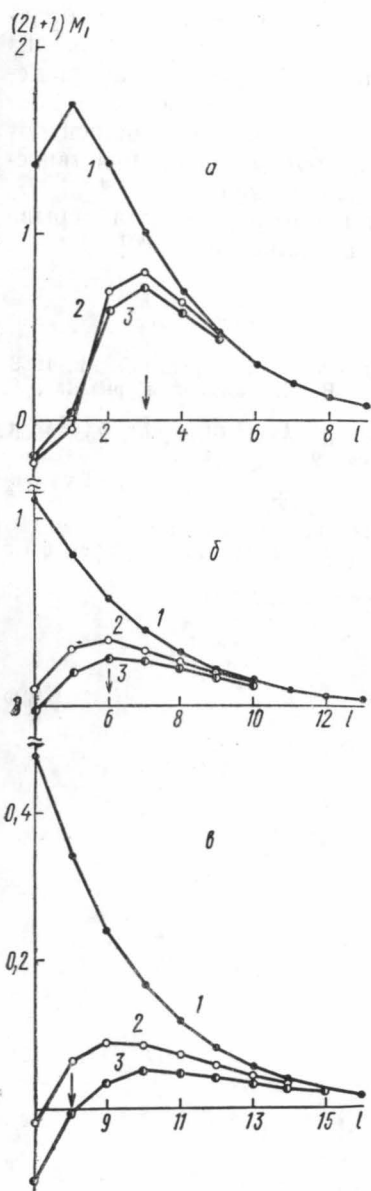


Рис. 3. Сравнение парциальных амплитуд для реакции $C^{12}(d, p)C^{13*}$ ($2s_{1/2}$, $Q = -0,368$ Мэв), рассчитанных без учета ядерного форм-фактора (1) ($M_l = Q_l$) и с учетом ядерного форм-фактора для наборов параметров $\mu_1 \mu_2^{(1)}$ (3) и параметров $\mu_1 \mu_2^{(2)}$ (2) (см. подпись к рис. 2) при энергиях $E = 14$ (а), 50 (б) и 100 Мэв (в). Стрелкой отмечены $l = L \approx k_i R$

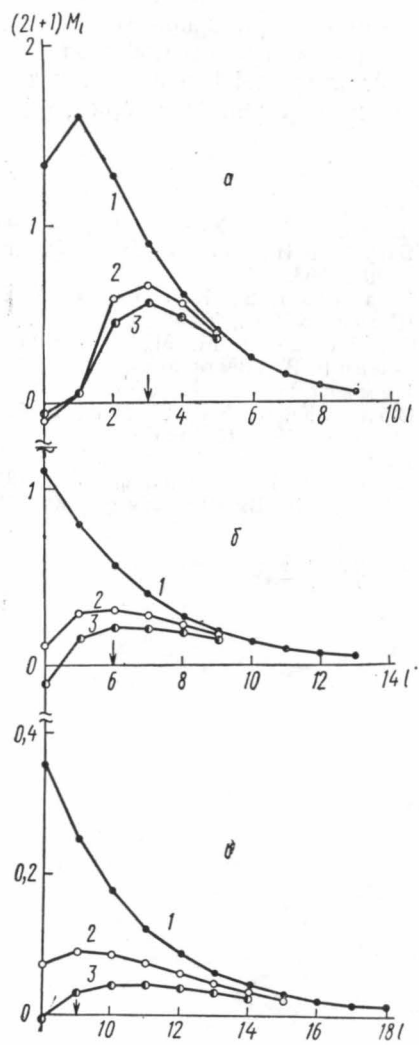


Рис. 4. Сравнение парциальных амплитуд для реакции $O^{16}(d, p)O^{17*}$ ($2s_{1/2}$, $Q = 1,046$ Мэв). Обозначения те же, что на рис. 3

$\Rightarrow L$. Следует заметить, однако, что при $E \leq 50$ Мэв это различие не очень велико и быстро уменьшается с ростом l , что позволяет понять успех периферийной модели с резким обрезанием при не слишком больших энергиях. Надо иметь в виду также, что сравнительный анализ реакций, например (t, d) и (d, p) , выполненный в периферийной модели [9] для нахождения константы связи $(t \rightarrow dn)$ при известной константе связи $(d \rightarrow np)$, носит относительный характер (не зависит от величины ядерной константы связи $B \rightarrow An$), и поэтому менее чувствителен к рассмотренным эффектам ядерного форм-фактора.

Анализ дифференциальных сечений для некоторых реакций срыва и подхвата с учетом ядерного форм-фактора выполнен в [9, 10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Шапиро И. С. ЖЭТФ, 41, 1616, 1961; Теория прямых ядерных реакций. М., 1963.
2. Борбей И., Долинский Э. И., Туровцев В. В. «Ядерная физика», 8, 492, 1968.
3. Shapiro I. S., Kolybasov V. M., Augst G. R. Nucl. Phys., 61, 353, 1965.
4. Шапиро И. С., Тимашев С. Ф. «Ядерная физика», 2, 445, 1965.
5. Аль Бейдови М. М., Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И., Туровцев В. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 6, 3, 1967.
6. Каминский В. А., Орлов Ю. В. «Ядерная физика», 4, 728, 1966.
7. Орлов Ю. В., Каминский В. А., Оревкин Ю. П. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 6, 113, 1967.
8. Барбей И., Долинский Э. И. «Ядерная физика», 10, 299, 1969.
9. Орлов Ю. В. «Ядерная физика», 18, 699, 1973.
10. Орлов Ю. В. «Ядерная физика», 18, 1028, 1973.

Поступила в редакцию
21.1 1972 г.

НИИЯФ