Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1974

Э. А. АСМАРЯН, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ

К ТЕОРИИ УШИРЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

Рассматривается уширение атомных спектральных линий, вызываемое электронами и нейтральными атомами в неравновесной частично ионизованной плазме в ударном приближении. Приведены выражения для ширины линии γ_{nm}, обусловленной флуктуациями поперечного электромагнитного и продольного полей, а также коллективными возбуждениями в плазме. Рассчитана электронная ударная ширина с учетом всех возможных переходов с уровней n, m в двух случаях неравновесного распределения электронов по скоростям. Вычислена также ширина линии излучения, обусловленная резонансным диполь-дипольным взаимодействием атомов. Полученное выражение сравнивается с результатами других авторов [8—12].

Введение

В настоящей работе определяется ширина спектральных линий излучения атомов в частично ионизованной плазме. Ширина линии излучения выражается через неравновесную спектральную функцию электрического поля. Это позволяет рассчитать ширину линии в различных неравновесных состояниях: создаваемых внешними полями, возникающих при развитии различного вида неустойчивостей, приводящих к турбулентному состоянию, в лазерах и т. д.

Спектральная функция флуктуаций электрического поля может быть представлена в виде суммы двух частей:

$$(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega,\vec{k}} = (\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega,\vec{k}} + (\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\perp}_{\omega,\vec{k}}.$$

Здесь первый член учитывает вклад флуктуаций продольного электрического поля, а второй — поперечного поля. Спектральную функцию $(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega,\vec{k}}$ в свою очередь можно представить в виде суммы трех частей, определяющих вклад атомов, электронов и ионов плазмы. Расчет уширения линий излучения атомов вследствие столкновений с ионами обычно проводится в квазистатическом приближении, так как ионы — тяжелые частицы — обладают малыми тепловыми скоростями, а поэтому поле, создаваемое ими, является медленно меняющимся. Обычно рассчитывается Штарк-эффект, создаваемый некоторым значением ионного микрополя, и результат усредняется с некоторой функцией распределения электрического поля ионов. Этот метод впервые был применен Хольцмарком [1] и используется в более поздних работах с улучшенными функциями распределения ионного поля.

Электронное уширение описывается в ударном приближении. Расчету уширения электронами в равновесном состоянии посвящено большое количество работ, выполненных различными методами [2—6]. В работе [3], например, ширина линии вычисляется с помощью метода функций Грина. Смит и др. ([4] и [5]) выражают форму линии излучения в плазме через автокорреляционную функцию электрического поля. Подход, развиваемый в этих работах, наиболее близок к использованному в настоящей статье и в работе [7]. В работе [5] рассматривается также влияние нестабильности (турбулентности) плазмы на форму линии. Уширение резонансной линии электронами плазмы, находящимися в неравновесном состоянии, рассмотрено в работе авторов [6].

При исследовании уширения нейтральными частицами различают уширение атомами постороннего газа и уширение собственным давлением, т. е. из-за резонансного взаимодействия между одинаковыми частицами.

Одной из первых работ, в которой вычислялась резонансная ширина линии в ударном приближении, надо считать работу Власова и Фурсова [8]. Та же задача рассматривалась в более поздних работах Али и Грима [9], Казанцева [10], Вдовина и Галицкого [11], Бермана и Лэмба [12]. В работах [8], [9] рассчитывается влияние двух типов столкновений: далеких и близких, причем в [8] для нахождения эффекта далеких столкновений решается уравнение Шредингера при помощи теории возмущений. Результат одного акта столкновений усредняется затем по всем видам столкновений с прицельными параметрами $\rho>\rho_0$, где ρ_0 — радиус Вайскопфа, который является пределом применимости теории возмущений. Ширина же, обусловленная сильными столкновениями, определяется как среднее обратное время между двумя столкновениями с $\rho<\rho_0$, причем вклад от этих двух типов столкновений приблизительно одинаков.

В более поздних работах [12, 13] для расчета резонансного уширения проводится численное решение уравнения Шредингера для любых прицельных расстояний, затем с помощью вычислительных изменений волновой функции определяется изменение матрицы плотности излучаемых атомов. В работе Казанцева [10] используется полученное автором кинетическое уравнение для матрицы плотности и с помощью численного интегрирования вычисляется интеграл столкновений, определяющий ширину линии.

Наконец, для вычисления ширины линии применяется метод функций Грина [11 и 14].

Во всех упомянутых работах получаются однотипные результаты, отличающиеся числовым множителем. Далее сравним результаты с полученными в настоящей работе.

Уширение спектральных линий атомов за счет флуктуаций поперечного электромагнитного поля

В работе [7] проведен расчет ширины спектральных линий атомов, определяемой спектральной функцией флуктуаций поперечного электромагнитного поля на резонансной частоте ω_{nm}. Для ширины линии $\gamma_{nm}^{\perp}$ получено выражение (см. формулу 2.39) в [7]:

$$\gamma_{nm}^{\perp} = \frac{e^2 |\vec{r}_{nm}|^2}{3\hbar^2} (\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega_{nm}}^{\perp}. \tag{1}$$

Аналогичным способом можно рассчитывать полную ширину излучения атомов, определяемую всеми возможными переходами. В результате расчета для области прозрачности получаем следующее выражение:

$$\gamma_{nm}^{\perp} = \frac{e^2}{6\hbar^2} \sum_{n_1} \left\{ |\vec{r}_{nm}|^2 \left[(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega_{nm_1}}^{\perp} + \frac{2\hbar\omega_{nn_1}^3}{c^3} \sqrt{\varepsilon'} \right] + \right.$$

$$\left. + |\vec{r}_{n_1m}|^2 \left[(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega_{n_1m}}^{\perp} - \frac{2\hbar\omega_{n_1m}^3}{c^3} \sqrt{\varepsilon'} \right] \right\}. \tag{2}$$

Здесь ε' — действительная часть диэлектрической проницаемости среды, $e\vec{r}_{nm}$ — матричный элемент дипольного момента атома. Для резонансного перехода это выражение совпадает с (1). Выражение (2) можно, естественно, выразить через вероятности перехода:

$$\gamma_{nm}^{\perp} = \frac{1}{2} \sum_{n_1} (W_{nn_1}^{\perp} + W_{mn_1}^{\perp}). \tag{3}$$

Здесь

$$W_{nn_1}^{\perp} = \frac{e^2}{3\hbar^2} |\vec{r}_{nn_1}|^2 \left[(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{nn_1}^{\perp} + \frac{2\hbar\omega_{nn_1}^3}{c^3} \sqrt{\varepsilon'} \right]. \tag{4}$$

Для области непрозрачности вероятность перехода определяется выражением

$$W_{nn_1}^{\perp} = \frac{e^2}{3\hbar^2} \int |\vec{r}_{nn_1}|^2 \left[(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega,\vec{k}}^{\perp} + \frac{4\pi\hbar\omega_{nn_1}^4 \varepsilon''^{\perp}(\omega_{nn_1}, \vec{k})}{|\omega_{nn_1}^2 \varepsilon^{\perp} - c^2k^2|^2} \right] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \tag{5}$$

Для области прозрачности (при $\varepsilon''^{\perp} \to 0$) после интегрирования по $\vec{k}$ выражение (5) переходит в (4).

В равновесном состоянии спектральная функция флуктуаций поля определяется выражением

$$(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega}^{\perp} = 4\pi^2 \left(\rho_{\omega} + \frac{\hbar\omega^3}{2\pi^2 c^3} \sqrt{\varepsilon'} \right),$$

где ρ_{ω} — температурная часть распределения Планка.

Тогда ширину линии можно записать в известном виде [15]

$$\gamma_{nm}^{\perp} = \frac{1}{2} \sum_{n_1} (B_{n_1}^{n} \rho_{\omega_{nn_1}} + B_{m}^{n_1} \rho_{\omega_{n_1m}} + A_{n_1}^{n}),$$

где A_n^m, B_n^m — коэффициенты Эйнштейна.

Для резонансного перехода

$$\gamma_{nm}^{\perp} = \frac{1}{2} A_m^n + B_m^n \rho_{\omega_{nm}}.$$

В неравновесном случае выражение для спектральной функции поля $(\delta\vec{E}\delta\vec{E})_{\omega,\vec{k}}^{\perp}$ в общем случае состоит из четырех частей, учитывающих соответственно вклады от свободно-свободных (ff), свободно-связанных (fb), связанно-свободных (bf) и связанно-связанных (bb) переходов. Все эти вклады для неравновесных состояний частично ионизованной плазмы определяются формулами (2.2)—(2.4) работы [16]. В той же работе приведено выражение для диэлектрической проницаемости. Оно имеет следующую структуру:

$$\varepsilon^{\perp} = 1 + 4\pi(\alpha^{\perp}_{ff} + \alpha^{\perp}_{fb} + \alpha^{\perp}_{bf} + \alpha^{\perp}_{bb}),$$

где α — вклады в поляризацию, соответствующие всевозможным переходам между свободными и связанными состояниями частиц плазмы.

Уширение спектральных линий атомов за счет флуктуаций продольного электрического поля

Чтобы получить выражение для вероятности перехода, определяемой флуктуациями продольного электрического поля, в (5) надо произвести замену

$$(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\perp}_{\omega,\vec{k}} \to (\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega,\vec{k}}$$

$$\frac{\omega^4\varepsilon''^{\perp}}{|\omega^2\varepsilon^{\perp} - c^2k^2|^2} \to \frac{(\varepsilon'')^{\parallel}}{|\varepsilon''(\omega, \vec{k})|^2}.$$

Здесь $(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega,\vec{k}}$ — спектральная плотность флуктуаций электрического поля, ε'' — продольная диэлектрическая проницаемость.

В результате получим

$$\gamma^{\parallel}_{nm} = \frac{e^2}{6\hbar^2}\sum_{n_1}\int\left\{|\vec{r}_{nn_1}|^2\left[(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega_{nn_1},\vec{k}} + \frac{4\pi\hbar\,(\varepsilon'')^{\parallel}(\omega_{nn_1}, \vec{k})}{|\varepsilon''(\omega_{nn_1}, \vec{k})|^2}\right] + \right.$$

$$\left. + |\vec{r}_{n_1m}|^2\left[(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega_{n_1m},\vec{k}} - \frac{4\pi\hbar\,(\varepsilon'')^{\parallel}(\omega_{n_1m}, \vec{k})}{|\varepsilon^{\parallel}(\omega_{n_1m}, \vec{k})|^2}\right]\right\}\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}. \quad (6)$$

Отсюда для резонансного перехода

$$\gamma^{\parallel}_{nm} = \frac{e^2}{3\hbar^2}|\vec{r}_{nm}|^2(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega_{nm}}.$$

Это выражение было использовано в работе [6].

В области прозрачности плазмы для продольных волн в выражении (6)

$$\frac{(\varepsilon'')^{\parallel}(\omega\vec{k})}{|\varepsilon^{\parallel}(\omega, \vec{k})|^2} \to \pi\,\mathrm{sign}\,\omega\delta(\varepsilon'^{\parallel}(\omega, \vec{k})).$$

Если в (6) произвести эту замену, то получим выражение для ширины линии, определяемой продольными волнами в плазме.

Спектральная плотность флуктуаций продольного поля определяется выражением:

$$(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega,\vec{k}} = -\frac{2e^2n}{3\pi\hbar^2|\varepsilon^{\parallel}(\omega, \vec{k})|^2}I_m\left\{\sum_{\alpha,\beta}|\vec{r}_{\alpha\beta}|^2 \times\right.$$

$$\left.\times\int\frac{[f_\alpha(\vec{P}'') + f_\beta(\vec{P}')]\,\delta(\hbar\vec{k} - (\vec{P}' - \vec{P}''))}{\omega - \omega_{\alpha\beta} - \vec{k}\vec{V} + i\Delta}d\vec{P}'d\vec{P}''\right\}. \quad (7)$$

Здесь $\sum\limits_{\alpha,\beta} = \sum\limits_{n_1 m} + \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6}\int d\vec{p}'d\vec{p}''$, где n и m относятся к дискретным внутренним состояниям атомов, $\vec{p}'$ и $\vec{p}''$ — относительные импульсы свободных заряженных частиц.

Уширение спектральных линий электронами в неравновесной плазме

Используя формулу (6), определим ширину линии γ_{nm} с учетом всех возможных переходов для разных конкретных случаев.

1. Неравновесное распределение по скорости электронов плазмы, находящейся во внешнем электрическом поле, имеет вид максвелловского с температурой, равной

$$T_{\text{эфф}} = T_0 + \frac{e^2E^2}{3m\xi\varkappa(\Omega^2+\nu^2)},$$

где T_0 — температура электронов при отсутствии внешнего поля, E, Ω — напряженность и частота этого поля, $\xi = \frac{2m}{M}$; m, M — массы электрона и атома, ν — частота электронно-атомных столкновений, $\varkappa$ — постоянная Больцмана.

Этот случай имеет место, если ν не зависит от импульса электрона.

Тогда ширина линии в столкновительном приближении (ε' в (6) равно единице) имеет вид

$$\gamma_{nm} = \frac{8\sqrt{\pi}\,n_e e^4 m^{1/2}}{3\sqrt{2}\,(\varkappa T_{\text{эф}})^{1/2}\hbar^2}\sum_{n_1}\left\{|\vec{r}_{nn_1}|^2 e^{\frac{\hbar\omega_{nn_1}}{2\varkappa T_{\text{эф}}}}\left(1+e^{-\frac{\hbar\omega_{nn_1}}{\varkappa T_{\text{эфф}}}}\right)K_0 \times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{\hbar\omega_{nn_1}}{2\varkappa T_{\text{эф}}}\right) + |\vec{r}_{n_1m}|^2 e^{\frac{\hbar\omega_{n_1m}}{2\varkappa T_{\text{эф}}}}\left(1+e^{-\frac{\hbar\omega_{n_1m}}{\varkappa T_{\text{эфф}}}}\right)K_0\left(\frac{\hbar\omega_{n_1m}}{2\varkappa T_{\text{эф}}}\right)\right\}, \tag{8}$$

где K_0 — функция Макдональда, n_e — плотность электронов.

При получении (8) интеграл по $\vec{k}$ в выражении (6) сходится как на больших, так и на малых $\vec{k}$. На малых расстояниях автоматическое обрезание происходит на дебройлевской длине волны электрона, т. е. на длине

$$\sim\frac{1}{k_{\text{max}}} = \frac{\hbar}{(8m\varkappa T_{\text{эфф}})^{1/2}}.$$

Если ω_{nm} больше ленгмюровской частоты электронов, то на больших расстояниях сходимость интеграла определяется длиной $\frac{1}{\omega_{nm}}\left(\frac{2\varkappa T_{\text{эфф}}}{m}\right)^{1/2}$. Если же ω_{nm} меньше частоты Ленгмюра, то тогда обрезание обусловлено поляризацией и происходит на расстоянии порядка радиуса Дебая.

В предельных случаях (8) принимает следующий вид:

$$\hbar\omega_{nn_1},\ \hbar\omega_{n_1m} \ll \varkappa T_{\text{эфф}},$$

тогда

$$\gamma_{nm} = \frac{8\sqrt{\hbar\pi_e}e^4m^{1/2}}{3\sqrt{2}\,\hbar^2(\varkappa T_{\text{эфф}})^{1/2}}\sum_{n_1}\left\{|\vec{r}_{nn_1}|^2\ln\frac{4\varkappa T_{\text{эфф}}}{\hbar\omega_{nn_1}} + |\vec{r}_{n_1m}|^2\ln\frac{4\varkappa T_{\text{эфф}}}{\hbar\omega_{n_1m}}\right\}, \tag{9}$$

$$\hbar\omega_{nn_1},\ \hbar\omega_{n_1m} \gg \varkappa T_{\text{эфф}};$$

в этом случае

$$\gamma_{nm}=\frac{8\pi n_e e^4 m^{1/2}}{3\sqrt{2}\,\hbar^{5/2}}\sum_{n_1}\left\{\frac{|\vec{r}_{nn_1}|^2}{\omega_{nn_1}^{1/2}}+\frac{|\vec{r}_{n_1m}|^2}{\omega_{n_1m}^{1/2}}\right\}. \qquad (10)$$

В оптической области обычно хорошо выполняется первое условие. В недавно проведенных экспериментах [17, 18] по уширению линий в разряде He—Ne лазера измерялись вероятности переходов атомов неона под действием столкновений с электронами. Из-за отсутствия данных о силах осцилляторов линий, для которых проводились измерения, мы не можем точно сравнить наши результаты с экспериментальными. Однако во всяком случае по порядку величины совпадение ширины линии, вычисленной по (9), с найденной экспериментально является удовлетворительным.

2. Неравновесное распределение электронов по скоростям дравестейновское:

$$f(\vec{p})=C_1\exp\left[-\frac{3\xi p^4}{8e^2E^2l^2m^2}\right].$$

Нормировочный коэффициент $C_1=\dfrac{(2\pi\hbar)^3 N_e\alpha^{3/4}}{VN\pi\Gamma\left(\dfrac{3}{4}\right)}$, где $\alpha=\dfrac{3\xi}{8e^2E^2l^2m^2}$, l — длина свободного пробега электронов.

В этом случае аналитический вид ширины γ_{nm} зависит от величины параметра

$$\lambda_\omega=\frac{3\xi}{32}\left(\frac{\hbar\omega}{eEl}\right)^2.$$

Пусть

$$\lambda_{\omega_{n_1m}},\ \lambda_{\omega_{nn_1}}\ll 1,$$

тогда

$$\gamma_{nm}=\frac{4\left(\dfrac{3}{8}\xi\right)^{1/4}\pi^{3/2}m^{1/2}e^4n_e}{3\Gamma\left(\dfrac{3}{4}\right)\hbar^2(eEl)^{1/2}}\sum_{n_1}\{|\vec{r}_{nn_1}|^2[1-(1+2\lambda_{\omega_{nn_1}})\ln\lambda_{\omega_{nn_1}}]+$$

$$+|\vec{r}_{n_1m}|^2[1-(1+2\lambda_{\omega_{n_1m}})\ln\lambda_{\omega_{n_1m}}]\}. \qquad (11)$$

В выражении (11) энергия, приобретаемая электроном во внешнем поле на длине свободного пробега (eEl), аналогична величине $\varkappa T_{\text{эфф}}$ в (9).

Значения γ_{nm}, вычисленные по формулам (9) и (11), для одних и тех же значений поля отличаются множителем ~ 1.

$$\lambda_{\omega_{n_1m}},\ \lambda_{\omega_{nn_1}}\gg 1.$$

В этом случае

$$\gamma_{nm}=\frac{10}{3}\left(\frac{3\xi}{32}\right)^{3/4}\frac{\pi e^4m^{1/2}n_e}{\Gamma\left(\dfrac{3}{4}\right)\hbar\,(eEl)^{3/2}}\sum_{n_1}[|\vec{r}_{nn_1}|^2\omega_{nn_1}+|\vec{r}_{n_1m}|^2\omega_{n_1m}].$$

В последнем выражении можно провести суммирование по n_1, используя правило сумм

$$\sum_{n_1} f_{n_1 n} = \frac{2m}{3\hbar} \sum_{n_1} |\vec{r}_{n_1 n}|^2 \omega_{n_1 n} = Z,$$

где Z — заряд ядра атома $f_{n_1 m}$ — сила осциллятора. Тогда

$$\gamma_{nm} = 10 \left(\frac{3\xi}{32} \right)^{3/4} \frac{\pi n_e e^4 Z}{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) (eEl)^{3/2} m^{1/2}}. \tag{12}$$

В работе [6] для ширины, определяемой одним только переходом $n \to m$, было дано

$$\gamma_{nm}^{[6]} = \frac{20}{3} \left(\frac{3\xi}{32} \right)^{3/4} \frac{\pi n_e e^4 m^{1/2} |\vec{r}_{nm}|^2 \omega_{nm}}{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \hbar\, (eEl)^{3/2}}. \tag{13}$$

Отношение выражений (12) и (13) дает

$$\frac{\gamma_{nm}}{\gamma_{nm}^{[6]}} = \frac{Z}{f_{nm}}.$$

Резонансное уширение спектральных линий атомами плазмы в ударном приближении

Резонансное уширение имеет место при взаимодействии одинаковых атомов. При столкновении двух таких атомов, один из которых возбужден, возможна резонансная передача энергии. Сечение этого процесса намного больше газокинетического, поэтому резонансная ширина линии намного больше ширины, определяемой ван-дер-ваальсовским взаимодействием.

Обычно в теории уширения спектральных линий вычисление ширины проводится в ударном и квазистатическом приближении. Ударное приближение применимо, если время $t_{\text{ст}}$ взаимодействия излучающего атома с возмущением (т. е. длительность столкновения) намного меньше времени τ свободного пробега.

Если ρ_0 — значение прицельного параметра, на котором взаимодействие наиболее существенно, то $t_{\text{ст}} \sim \frac{\rho_0}{v}$.

Так как $\tau \sim \frac{1}{n\rho_0^2 v}$, то условие $t_{\text{ст}}/\tau \ll 1$ эквивалентно условию

$$n\rho_0^3 \ll 1, \tag{14}$$

где n — плотность атомов.

Обычно за ρ_0 принимается так называемый радиус Вайнскопфа, равный в случае диполь-дипольного взаимодействия

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{e^2 |\vec{r}_{nm}|^2}{\hbar v} \right)^{1/2}. \tag{15}$$

Выражение (15) определяет минимальное расстояние, на котором при диполь-дипольном взаимодействии применима теория возмущений.

Подставляя ρ_0 в (14), получим

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \frac{e^3 |\vec{r}_{nm}|^3}{\hbar^{3/2} v^{3/2}} n \ll 1,$$

т. е. ударное приближение справедливо либо при малых плотностях, либо при больших скоростях атомов.

Таким образом, устремляя в (7) $\Delta \to 0$ и интегрируя по $\vec{P}'$ и $\vec{P}''$, для спектральной функции поля получим

$$(\delta\vec{E}\delta\vec{E})^{\parallel}_{\omega,\vec{k}} = \frac{16\pi^3 n e^2}{3\sqrt{\pi} v_{\text{т}} k} \sum_{nm} \frac{|\vec{r}_{nm}|^2}{|\varepsilon''(\omega, \vec{k})|^2} \times$$

$$\times \left[\rho_m e^{\frac{\hbar(\omega-\omega_{nm})}{M v_{\text{т}}^2}} + \rho_n e^{-\frac{\hbar(\omega-\omega_{nm})}{M v_{\text{т}}^2}}\right] \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_{nm})^2}{k^2 v_{\text{т}}^2} - \frac{\hbar^2 k^2}{4M^2 v_{\text{т}}^2}\right]. \quad (16)$$

Отсюда следует, что при интегрировании выражения (16) по k интеграл обрезается на расстояниях порядка дебройлевской длины волны $\frac{\hbar}{M v_{\text{т}}}$ атома с кинетической энергией $\frac{M v_{\text{т}}^2}{2}$. Величина $\frac{\hbar}{M v_{\text{т}}}$ при обычных тепловых скоростях ($\sim 10^5$ *см/сек*) меньше атомных размеров. С другой стороны, наше рассмотрение проводится в рамках теории возмущений (с учетом поляризации). Поэтому интеграл по k надо обрезать на $k_{\max} \sim \frac{1}{R_{\max}}$, где $R_{\max}$ определяется из условия применимости теории возмущений, которое в нашем случае имеет вид

$$\frac{2}{3} \frac{e^2 |\vec{r}_{nm}|^2}{R^3} \ll \frac{\hbar v}{R}.$$

Таким образом:

$$k_{\max} \sim \left(\frac{2}{3} \frac{e^2 |\vec{r}_{nm}|^2}{\hbar v_{\text{т}}}\right)^{1/2} = \rho_0.$$

Итак, полагая в (16) $\frac{\hbar k_{\max}}{2 M v_{\text{т}}} \ll 1$, в приближении двух уровней для ширины линии получим

$$\gamma_{nm} = \frac{4\sqrt{\pi} n e^4 |\vec{r}_{nm}|^4}{9\hbar^2 v_{\text{т}}} k_{\max}^2 (\rho_m + \rho_n) = \sqrt{\pi} \frac{n e^2 f_{nm}}{m \omega_{nm}} (\rho_n + \rho_m), \quad (17)$$

где f_{nm} — сила осциллятора для перехода $n \to m$, m — масса электрона.

Если учесть также, что плотность атомов в возбужденном состоянии мала, т. е. положить $\rho_m = 0$, $\rho_n = 1$, то получим окончательно для полной ширины

$$2\gamma_{nm} = 2\sqrt{\pi} \frac{n e^2}{m \omega_{nm}} f_{nm}.$$

Выражение (17) дает ширину, обусловленную взаимодействием на расстояниях, больших $R_{\min} = \rho_0$. Для таких столкновений Власов и Фурсов [8] получили выражение

$$2\gamma_{nm} = \frac{2\pi}{3} \frac{n e^2}{m \omega_{nm}} f_{nm}.$$

Вклад близких столкновений с $\rho<\rho_0$ можно учесть, учитывая, что полное сечение таких столкновений равно $\pi\rho_0^2$, а следовательно, ширина, определяемая ими, равна

$$2\gamma_{nm}^1=\frac{1}{t_0}=\pi\rho_0^2 vn,$$

где t_0 — среднее время между двумя столкновениями с $\rho<\rho_0$.

Тогда

$$2\gamma_{nm}^1=\frac{\pi e^2 n}{m\omega_{nm}} f_{nm}. \tag{18}$$

Полная общая ширина будет равна

$$\Gamma_{nm}=2(\gamma_{nm}+\gamma_{nm}^1)=(\pi+2\sqrt{\pi})\frac{ne^2 f_{nm}}{m\omega_{nm}}=6{,}7\,\frac{ne^2 f_{nm}}{m\omega_{nm}}.$$

В работе [8] числовой коэффициент в (4.9) равен 5,25. Здесь учтено, что вклад сильных столкновений в [8] завышен вдвое (см. [19]).

В работе Али и Грима [9], где также используется обрезание на радиусе Вайскопфа, этот коэффициент равен $\approx 6{,}9$. В более поздних работах [10—12], где проводятся численные расчеты ширины, значения коэффициента получаются несколько большими. Например, в [10] и [12] он равен 7,55, а в [11] $\approx 7{,}3$.

Определенные из экспериментов значения коэффициента также имеют некоторый разброс. Например, в экспериментальной работе [20] получено значение ≈ 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии. М., 1947.
2. Griem H. R., Kolb A. C., Shen K. J. Phys. Rev., **116**, 4, 1959.
3. Zaidi H. R. Phys. Rev., **173**, 132, 1968.
4. Smith E. W., Vidal C., Cooper J. Phys. Rev., **185**, 140, 1969.
5. Chappell W. R., Cooper J., Smith E. W. JQSRT, **10**, No. 11, 1970.
6. Асмарян Э. А., Климонтович Ю. Л. «Оптика и спектроскопия», **31**, 30, 1971.
7. Климонтович Ю. Л. «Успехи физических наук», **101**, № 4, 1970.
8. Власов А. А., Фурсов В. С. ЖЭТФ, **6**, 750, 1936.
9. Ali A. W., Griem H. R. Phys. Rev., **140**, A1044, 1965; **144**, 366, 1966.
10. Казанцев А. П. ЖЭТФ, **51**, 1751, 1966.
11. Вдовин Ю. А., Галицкий В. М. ЖЭТФ, **52**, 1345, 1967.
12. Berman P. R., Lamb W. E. Phys. Rev., **187**, 221, 1969.
13. Дьяконов М. И., Перель В. И. ЖЭТФ, **48**, 345, 1965.
14. Zaidi H. R. Phys. Rev., **173**, 123, 1968.
15. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М., 1963.
16. Климонтович Ю. Л. ЖЭТФ, **54**, 136, 1968.
17. Хайкин А. С. ЖЭТФ, **54**, 52, 1968.
18. Атутов С. А., Никитенко А. Г., Раутиан С. Г., Сапрыкин Э. Г. Письма в ЖЭТФ, **13**, 232, 1971.
19. Королев Ф. А. Спектроскопия высокой разрушающей силы. М., 1953.
20. Vaughan J. Proc. Roy. Soc., **295**, 164, 1966.

Поступила в редакцию
1.3 1972 г.

Кафедра
общей физики для мехмата