

Е. Ю. СМЕРНОВА

ЭФФЕКТИВНОСТЬ УМНОЖИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА НА СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЕ

При прямоугольной аппроксимации петли гистерезиса сегнетоэлектрика получены формулы для мощности и к. п. д. умножителя n -кратности.

Как известно, задача умножения частоты переменного тока в пассивных системах сводится к нелинейному преобразованию исходной синусоидальной функции и выделению из полученной периодической несинусоидальной функции нужной гармоники. В качестве нелинейного преобразователя могут быть использованы устройства с нелинейностями различной физической природы: электронные, газоразрядные и полупроводниковые приборы, ферромагнитные и сегнетоэлектрические реактивные элементы и т. д. Мы рассмотрим перспективы использования в качестве нелинейных элементов умножителей сегнетоэлектрических конденсаторов, имея в виду создание умножителя технического переменного тока в большое число раз.

Возможность использования нелинейных свойств сегнетовой соли для умножения частоты впервые была показана В. П. Вологдиным [1]. В этой работе приведена принципиальная возможность умножения частоты переменного тока с использованием сегнетоэлектрика, для оценки мощности устройства приведена формула

$$P_{\text{вых}} = Q\epsilon_m f m, \quad (1)$$

где Q — максимальный заряд на конденсаторе, ϵ_m — амплитуда напряжения на конденсаторе, f — входная частота, m — число фаз (число ударов за полупериод) и указаны ориентировочные оценки необходимого объема сегнетоэлектрика, для получения требуемой мощности умноженной частоты.

В работах [2, 3] исследовались утроители частоты на сегнетоэлектрике, рассматривались различные схемы утроителей, экспериментально подбирались оптимальные режимы работы.

Несмотря на большое число работ по умножению частоты с помощью нелинейных реактивных элементов и при наличии исследований, непосредственно посвященных умножителям на сегнетоэлектриках, многие существенные вопросы их работы остались недостаточно проанализированными. Среди них такие, как оптимальные характери-

стики умножителя большой кратности, выявление основных параметров сегнетоэлектрика применительно к умножителям и формулировка требований к соотношениям между параметрами. Кроме того, при анализе умножителя на сегнетоэлектрике учет гистерезиса наряду с нелинейностью имеет принципиальное значение.

Исследование этих вопросов и оценка возможности применения для целей умножения существующих в настоящее время материалов представляет несомненный интерес, поскольку такой умножитель должен обладать простотой и низкой стоимостью. Исследование процесса умножения частоты на сегнетоэлектрике представляет интерес и с физической точки зрения, поскольку особенности колебательных процессов в системах с гистерезисом изучены мало.

В настоящей работе проанализированы процессы в умножителе с учетом неоднозначности характеристики нелинейного элемента, оценена возможность применения современных образцов сегнетоэлектрических конденсаторов, определена предельная эффективность умножителя и сформулированы требования к элементам, применяемым в умножителях.

Аппроксимация характеристики нелинейного элемента и метод расчета

В сегнетоэлектрическом конденсаторе нелинейность вольткулонной характеристики обусловлена зависимостью диэлектрической проницаемости ϵ диэлектрика от напряженности электрического поля E , которая пропорциональна приложенному напряжению U . На рис. 1, *a* показаны вольткулонные характеристики сегнетоконденсатора ВК-2-БШ (промышленный образец), снятые при различных амплитудах синусоидального переменного напряжения частотой 50 *гц*. Зависимость $q(U)$ неоднозначна, и в общем случае аналитическое описание ее сложно. В простейших случаях гистерезисом пренебрегают и аппроксимируют зависимость $q(U)$ однозначной кривой (полиномом определенной степени, кусочно-линейной характеристикой и т. д.), а влияние гистерезиса учитывают, вводя дополнительные потери ($\operatorname{tg} \delta$). Попытки аналитического представления петли гистерезиса в основном относятся к режимам малых воздействий, предполагают малость нелинейных членов и пригодны для анализа процессов, близких к гармоническим (например, [4]).

Мы будем аппроксимировать характеристику нелинейного элемента, имея в виду его работу в схеме умножителя частоты, т. е. в сильно нелинейном режиме при больших амплитудах внешнего воздействия.

Как видно из рис. 1, *a*, форма и ширина петли гистерезиса при малой ее величине сильно зависят от амплитуды приложенного напряжения и почти постоянны при больших амплитудах. Поскольку оптимальный режим умножения предполагает предельное использование изменения электрического поля в диэлектрике, то в таком режиме амплитуды переменного тока велики и можно за исходную принимать предельную петлю гистерезиса, считая ее неизменной и характерной для данного материала. Будем аппроксимировать характеристику нелинейного элемента $q(U)$ идеализированной равновеликой по площади прямоугольной петлей гистерезиса шириной $2U_0$ (смысл обозначения $2U_0$ ясен из рис. 1, *b*), считая, что умножитель должен работать при $U_0 \ll \epsilon_m$, величина коэрцитивной силы U_0 не зависит от амплитуды приложенного напряжения и предполагая, что петля прямоугольная. Таким образом, нелинейный элемент рассматривается, как импеданс, который

в установившемся режиме очень высок в течение одной части полупериода и очень низок в течение остальной его части. Предполагается, что переход из одного состояния в другое происходит мгновенно. Величина фазового угла, при котором происходит этот переход, определяется параметрами схемы. Ясно, что умножитель с реальной характеристикой будет обладать не большей, а меньшей эффективностью.

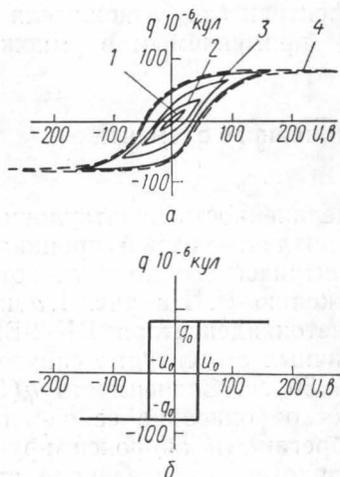


Рис. 1. Характеристики сегнетоэлектрических конденсаторов. *a* — вольткулонные характеристики реального образца при различных напряжениях на его обкладках: 1 — 20, 2 — 50, 3 — 100, 4 — 250 в; *б* — идеализированная прямоугольная петля гистерезиса

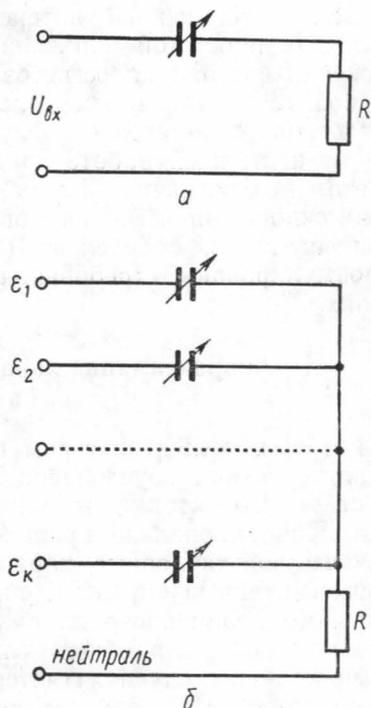


Рис. 2. Нелинейная цепь с сегнетоэлектрическим конденсатором: *a* — однофазная схема, *б* — многофазная схема

Рассмотрим работу такого идеализированного элемента в схеме, показанной на рис. 2, *a*. Если схема питается синусоидальным напряжением (рис. 3, *a*), то напряжение на нелинейном элементе, имеющем идеализированную характеристику (рис. 1, *б*), и ток в схеме будут изменяться, как показано на рис. 3, *б* и *в*. Реальные осциллограммы напряжения питания частотой 50 гц, напряжения на конденсаторе и тока цепи с конденсатором, характеристика которого показана на рис. 1, *a*, представлены соответственно на рис. 4 ($\epsilon_m = 160$ в, $q_0 = 80 \cdot 10^{-6}$ кул, $R = 500$ ом). Сходство кривых, показанных на рис. 3 и рис. 4, позволяет говорить о правомерности аппроксимации реальной кривой прямоугольной петлей гистерезиса.

Проанализируем работу схемы рис. 2, *a* в качестве умножителя частоты. Периодический ток в цепи определяется выражениями следующего вида:

$$\begin{aligned}
 i(\theta) &= \frac{\varepsilon_m \sin \omega t - U_0}{R}, & \varphi < \omega t < \varphi + \theta, \\
 i(\theta) &= 0, & \theta + \varphi < \omega t < \pi + \varphi, \\
 i(\theta) &= \frac{\varepsilon_m \sin \omega t + U_0}{R}, & \pi + \varphi < \omega t < \pi + \varphi + \theta, \\
 i(\theta) &= 0, & \pi + \theta + \varphi < \omega t < 2\pi + \varphi,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где ε_m — амплитуда питания, R — сопротивление нагрузки, $2U_0$ — ширина петли гистерезиса, φ — угол, определяемый отношением ширины петли гистерезиса к амплитуде напряжения на конденсаторе так, что $\sin \varphi = \frac{U_0}{\varepsilon_m}$ и определяющий сдвиг импульсов тока, вызванный наличием гистерезиса, θ — длительность протекания тока в нагрузке, определяемая из очевидного соотношения:

$$q_0 = \int_{\varphi}^{\varphi+\theta} i(\theta) dt.$$

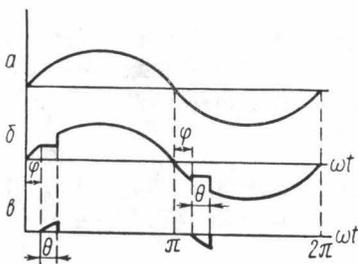


Рис. 3. Напряжение питания $u_{вх}$ (а), напряжение на нелинейном элементе, имеющем идеализированную характеристику, (б) и напряжение на нагрузке (в) в схеме, изображенной на рис. 2, а

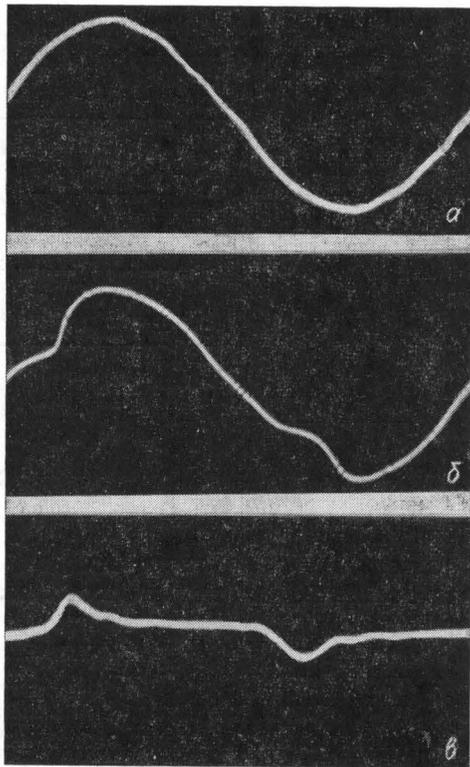


Рис. 4. Напряжение питания (а), напряжение на нелинейном конденсаторе (б), напряжение на нагрузке (в)

Подставляя $i(\theta)$ из (2) и интегрируя, получаем

$$q_0 = \frac{\varepsilon_m}{R\omega} [\cos \varphi - \cos(\varphi + \theta) - \theta \sin \varphi], \tag{3}$$

где q_0 — величина заряда, соответствующая насыщению. Поскольку ток $i(\theta)$ содержит только нечетные гармоники, его можно представить в виде

$$i(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_{2n+1} \cos(2n+1)\omega t + b_{2n+1} \sin(2n+1)\omega t],$$

где $2n + 1 = 1, 3, 5 \dots$ — номер гармоники, a_{2n+1}, b_{2n+1} — коэффициенты Фурье:

$$a_{2n+1} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\theta) \cos(2n + 1) \omega t dt,$$

$$b_{2n+1} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\theta) \sin(2n + 1) \omega t dt,$$

$i(\theta)$ определяется из (2). Проводя соответствующие вычисления, находим амплитуды нечетных гармоник:

$$a_{2n+1} = \frac{\varepsilon_m}{\pi R} \left\{ \frac{\cos 2n\varphi [\cos 2n\theta - 1] - \sin 2n\varphi \sin 2n\theta}{2n} - \frac{\cos 2(n+1)\varphi [\cos 2(n+1)\theta - 1] - \sin 2(n+1)\varphi \sin 2(n+1)\theta}{2(n+1)} - \frac{4 \sin \varphi \sin(2n+1)\varphi}{2n+1} \right\},$$

$$b_{2n+1} = \frac{\varepsilon_m}{\pi R} \left\{ \frac{\sin 2n\varphi [\cos 2n\theta - 1] + \sin 2n\theta \cos 2n\varphi}{2n} - \frac{\sin 2(n+1)\varphi [\cos 2(n+1)\theta - 1] + \sin 2(n+1)\theta \cos 2(n+1)\varphi}{2(n+1)} - \frac{4 \sin \varphi \cos(2n+1)\varphi}{2n+1} \right\}. \quad (4)$$

Очевидно, умножение частоты может быть получено и в такой простой схеме, но необходима фильтрация нежелательных частот. Кроме того, чтобы получить синусоидальный выход, необходимо запасать энергию на требуемой частоте.

Многофазное устройство (рис. 2, б) также дает возможность получить синусоидальный выход (анализ дуальной схемы на железе дан в [5]). Напряжения в фазах сдвинуты относительно друг друга на угол $\psi_k = \frac{2\pi}{k}$ и равны:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_m \sin \omega t, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_m \sin (\omega t + \psi_k), \\ &\dots \dots \dots \\ \varepsilon_k &= \varepsilon_m \sin [\omega t + (k - 1) \psi_k]. \end{aligned} \quad (5)$$

Очевидно, если число фаз $k = 2n + 1$ и угол сдвига между соседними фазами $\psi_k = \frac{2\pi}{2n+1}$, все гармоники, не кратные $2n + 1$, в нагрузке отсутствуют.

Полезная мощность в активной нагрузке умножителя:

$$P_H = (2n + 1)^2 \frac{a_{2n+1}^2 + b_{2n+1}^2}{2R}.$$

Понятно, что максимальная амплитуда $2n + 1$ -ой гармоники в активной нагрузке будет при $\theta = \frac{\pi}{2n + 1}$. Для обеспечения оптималь-

ного θ необходимо определенное соотношение между R и ε_m , определяемое из (3) подстановкой $\theta = \frac{\pi}{2n+1}$:

$$R_{\text{опт}} = \frac{\varepsilon_m}{\omega q_0} [\cos \varphi - \cos(\varphi + \theta) - \theta \sin \varphi]. \quad (6)$$

Подставляя в выражение для мощности (4) с учетом $\theta = \frac{\pi}{2n+1}$, получим

$$P_n = \frac{\varepsilon_m^2}{2R} \left\{ \frac{\sin^2 n\theta}{(n\theta)^2} + \frac{\sin^2(n+1)\theta}{[(n+1)\theta]^2} - 2 \frac{\sin n\theta}{n\theta} \cdot \frac{\sin(n+1)\theta}{(n+1)\theta} \cos \theta \right\}. \quad (7)$$

Подставляя $R = R_{\text{опт}}$ из (6), получаем выражение для мощности]

$$P_n = K(n, \theta) \varepsilon_m \omega q_0, \quad (8)$$

где

$$K(n, \theta) = \frac{\frac{\sin^2 n\theta}{(n\theta)^2} + \frac{\sin^2(n+1)\theta}{[(n+1)\theta]^2} - 2 \frac{\sin n\theta}{n\theta} \cdot \frac{\sin(n+1)\theta}{(n+1)\theta} \cos \theta}{\cos \varphi - \cos(\varphi + \theta) - \theta \sin \varphi}.$$

Оценим к. п. д. Мощность, потребляемая в одной фазе, равна

$$P_{\text{потр}_1} = \frac{1}{T} \int_{-\pi}^{\pi} i(\theta) \varepsilon_m \sin \omega t dt. \quad (9)$$

Мощность, потребляемая в $2n+1$ фазах, равна $P = (2n+1)P_1$, и после преобразований

$$P_{\text{потр}} = \frac{\varepsilon_m^2}{2R} \left[1 - \frac{\sin 2\theta}{2\theta} - \frac{1 - \cos 2\theta}{2\theta} \sin 2\varphi + \sin \varphi \frac{\cos(\varphi + \theta) - \cos \varphi}{\theta} \right]. \quad (10)$$

К. п. д. равен

$$\eta = \frac{\frac{\sin^2 n\theta}{(n\theta)^2} + \frac{\sin^2(n+1)\theta}{[(n+1)\theta]^2} - 2 \frac{\sin n\theta}{n\theta} \cdot \frac{\sin(n+1)\theta}{(n+1)\theta} \cos \theta}{1 - \frac{\sin 2\theta}{2\theta} \cos 2\varphi - \frac{1 - \cos 2\theta}{2\theta} \sin 2\varphi + \sin \varphi \frac{\cos(\varphi + \theta) - \cos \varphi}{\theta}}. \quad (11)$$

Анализ результатов

Обратимся к выражению (8) для мощности в нагрузке и сравним его с формулой, данной в работе [1]. В [1] предполагалось, что длительность импульсов тока очень мала, и в этом случае мощность множителя от кратности умножения не зависит и определяется амплитудой импульса. Увеличение числа фаз приводило к пропорциональному увеличению амплитуды гармоник.

Уменьшение длительности импульса связано с уменьшением его амплитуды и с уменьшением выходной мощности, амплитуда импульсов тока равна $\varepsilon_m \sin \theta$ и весьма мала при малых θ . Поэтому, как уже

говорилось, оптимальной является $\theta = \frac{\pi}{2n+1}$, и при $\theta < \theta_{\text{опт}}$ мощность падает. В однофазной системе увеличение номера гармоники требует уменьшения длительности импульса, и оптимальная мощность гармоники падает пропорционально $\frac{1}{(2n+1)^2}$. Работа при малых длительностях импульсов θ действительно обеспечит постоянный уровень мощности выделяемых гармоник, независимо от кратности умножения, но мощность эта будет мала и не оптимальна для всех $\theta \neq \frac{\pi}{2n+1}$.

Как следует из (8), зависимость мощности от ε_m , ω , q_0 имеет такой же характер, как и в формуле (1). Предельная мощность в нагрузке при применении наилучшего способа фильтрации побочных гармоник (многофазная система) определяется максимальным зарядом на конденсаторе q_0 , амплитудой питания ε_m и частотой внешнего воздействия ω . Этим подтверждается то, что принципиально можно получить сколь угодно большую мощность, увеличивая число нелинейных элементов, т. е. объем диэлектрика [1].

Выходная мощность также увеличивается с увеличением допустимой амплитуды питания.

Мощность в многофазной системе, как показывает расчет по формуле (8), постоянна для любой кратности умножения. Это связано с тем, что расчет при увеличении номера гармоники автоматически предполагает увеличение числа фаз, т. е. числа нелинейных элементов.

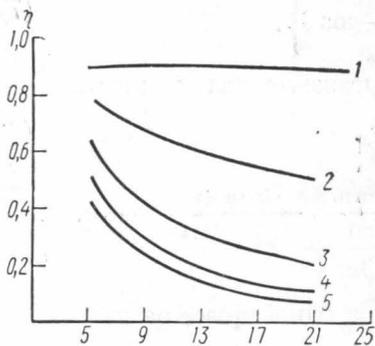
Рис. 5. Зависимость к.п.д. умножителя от кратности умножения при различных отношениях $U_0/\varepsilon_m = \sin\varphi$: 1 — $\sin\varphi=0$, 2 — $\sin\varphi=0,05$, 3 — $\sin\varphi=0,1$, 4 — $\sin\varphi=0,173$ и 5 — $\sin\varphi=0,25$

Обратимся к выражению (11), определяющему к.п.д. устройства. Как следует из выражения (11), к.п.д. зависит лишь от угла θ и отношения U_0/ε_m (ширина петли гистерезиса). На рис. 5 показана зависимость к.п.д. от номера гармоники для различных U_0/ε_m . К.п.д. падает с увеличением номера гармоники в тем большей степени, чем больше отношение U_0/ε_m . При $\varphi=0$ (в пренебрежении гистерезисом) $\eta=0,9$, что объясняется присутствием в нагрузке гармоник, кратных $2n+1$. Для конденсатора, характеристика которого изображена на рис. 1, а, $U_0=40$ в, и чтобы получить, например, 9-ю гармонику с $\eta=0,5$, необходимо подать на конденсатор напряжение 400—500 в, которого он, к сожалению, не выдерживает.

Таким образом, работать в режиме многократного умножения можно лишь при больших по сравнению с шириной петли гистерезиса напряжениях на конденсаторе, и сегнетоэлектрические конденсаторы, используемые в умножителях, должны обладать достаточной электрической прочностью.

При прямоугольной аппроксимации петли гистерезиса реального сегнетоэлектрика получены формулы (8) и (11) максимальной мощности и к.п.д. умножителя на сегнетоэлектрике в схеме В. П. Вологодина.

Определены параметры материала варикондов, лимитирующие эффективность умножителя. Показано, что получение в рассматриваемой схеме, например, 9-й гармоники с к.п.д. $>60\%$, возможно, если



отношение амплитуды рабочего напряжения к величине коэрцитивной силы ϵ_m/U_0 сегнетоэлектрика будет не менее 10.

Автор выражает благодарность научному руководителю проф. М. Д. Карасеву за предложение темы и постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вологдин В. П. «Электричество», № 8, 28, 1946.
2. Казарновский Д. М., Сидоренко В. П. «Изв. АН СССР», сер. физич., 21, 455, 1957.
3. Казарновский Д. М. Емкостные преобразователи частоты. Л., 1968.
4. Nayshi T. J. of Fran. Inst., 281, 379, 1966.
5. Johnson J., Rauch S. E. Proc. IEEE, 43, 168, 1955.

Поступила в редакцию
8.6 1972 г.

Кафедра
физики колебаний