

Э. П. МАЙКОВА

## ЭФФЕКТИВНЫЕ ЗОНЫ ТОРМОЖЕНИЯ ДИСЛОКАЦИЙ ВБЛИЗИ ПРЕЦИПИТАТОВ ИЛИ ВКЛЮЧЕНИЙ

Известно, что вблизи преципитатов и других включений могут образовываться дислокационные кольца [1, 2]. Для определенности будем говорить о преципитате, ограничиваясь рассмотрением шаровых когерентных преципитатов. Результаты работы без изменений распространяются на другие включения, создающие в матрице такие же упругие напряжения, как преципитат.

Размеры колец зависят от упругих свойств среды, величины вектора Бюргерса дислокации, расположения плоскости скольжения относительно преципитата, величины внешнего напряжения  $\sigma^e$ , параметра несоответствия  $\varepsilon$  и радиуса преципитата  $r_0$ . Если дислокация с вектором Бюргерса  $\vec{b}$ , параллельным оси  $y$ , находится в плоскости скольжения  $z=z_0$ , то со стороны преципитата, расположенного в начале координат, на нее действует компонент напряжения

$$\sigma_{yz}^p = - \frac{6G\varepsilon r_0^3 y z_0}{(x^2 + y^2 + z_0^2)^{5/2}}, \quad (1)$$

где  $G$  — модуль сдвига среды (мы не учитываем различие в модулях сдвига среды и преципитата, т. е. пренебрегаем силами изображения). Устойчивое кольцо должно удовлетворять уравнению равновесия

$$\sigma^p + \sigma^s + \sigma^e = 0, \quad (2)$$

где  $\sigma^s$  — напряжение самодействия (явное выражение для  $\sigma^s$  можно найти в [3]).

Кольца образуются в местах, где преципитат производит большое отталкивающее действие. Из формулы (1) видно, что при увеличении  $|z_0|$  напряжение  $\sigma^p$  быстро стремится к нулю, поэтому при больших  $|z_0|$  кольца не образуются. Следовательно, имеются крайние значения  $z_0 = \zeta > 0$  и  $z_0 = \zeta' < 0$ , за которыми равновесных колец не существует. Из соотношений симметрии ясно, что  $\zeta' = -\zeta$ .

1. Эффективная зона преципитата. Изобразим на одном пространственном чертеже устойчивые равновесные кольца в различных плоскостях скольжения  $z=z_0$ . При этом получится поверхность, расположенная в слое  $-\zeta \leq z \leq \zeta$ . Область, ограниченную этой поверхностью, будем называть эффективной зоной торможения дислокаций вблизи преципитата, или эффективной зоной преципитата. Ниже будет показано, что эффективная зона — это такая область вокруг преципитата, в которую дислокации при консервативном движении не могут проникнуть. Таким образом, представление об эффективной зоне преципитата сходно с понятием эффективного сечения частицы.

Эффективная зона преципитата изображена на рис. 1. Она имеет плоские основания.

2. Зависимость размеров эффективной зоны от различных параметров. Рассмотрим, каким образом размеры зоны зависят от  $b$ ,  $r_0$ ,  $\varepsilon$  и  $\sigma^e$ . Эффективные зоны были рассчитаны для следующих пределов изменения параметров:

$$\begin{aligned} 2\text{Å} \leq b \leq 5\text{Å}, & \quad 0,01 \leq \varepsilon \leq 0,05, \\ 50\text{Å} \leq r_0 \leq 250\text{Å}, & \quad 0 \leq \sigma^e \leq 0,01 G. \end{aligned} \quad (3)$$

Для расчета устойчивых дислокационных колец была использована методика работы [3], где предполагалось, что они имеют форму окружности.

<sup>1</sup> Индексы  $y, z$  в дальнейшем опускаем.

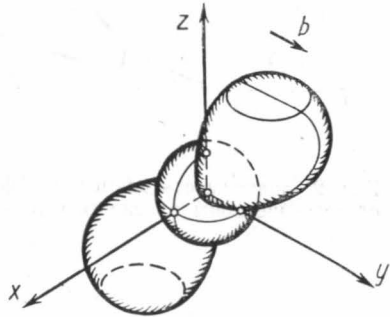


Рис. 1. Эффективная зона преципитата

На всех четырех графиках рис. 2 жирной линией изображена (в сечении плоскостью  $yoz$ ) эффективная зона, отвечающая исходным значениям параметров  $b=3 \text{ \AA}$ ,  $r_0=150 \text{ \AA}$ ,  $\varepsilon=0,03$ ,  $\sigma^e=0$ .

Из рис. 2, *a* видно, что при увеличении вектора Бюргера дислокации зона уменьшается.

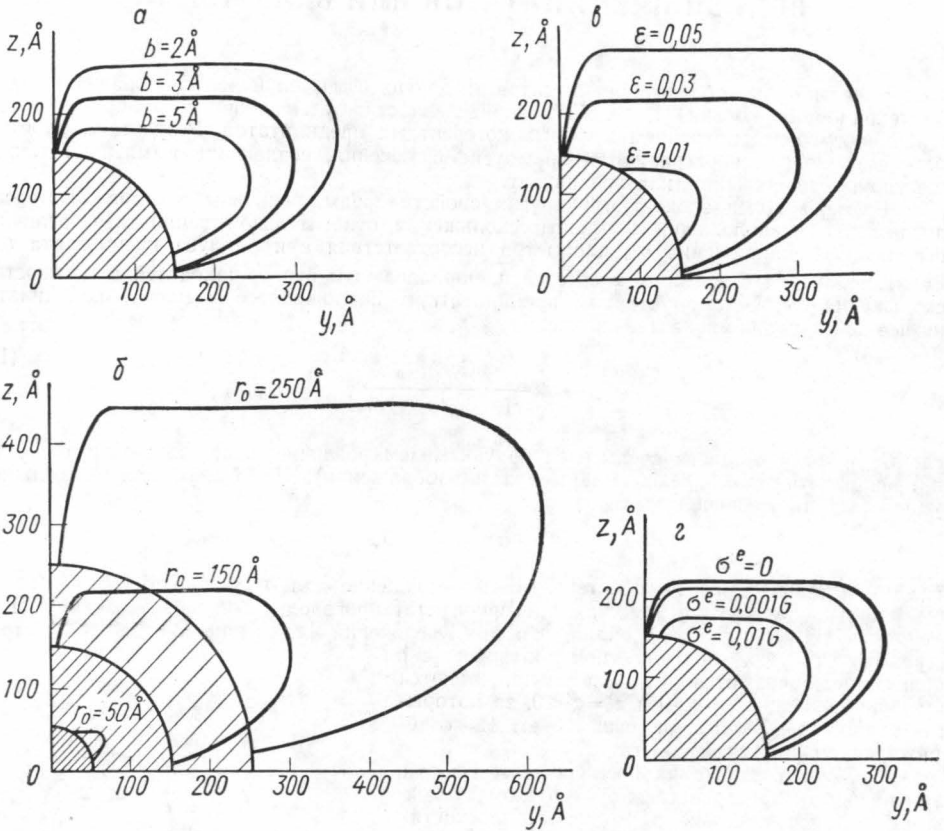


Рис. 2. Зависимость размеров эффективной зоны precipитата от параметров  $b$ ,  $r_0$ ,  $\varepsilon$  и  $\sigma^e$  (сечение зоны плоскостью  $yoz$ ): *a* — от вектора  $b$ , *б* — от радиуса  $r_0$ , *в* — от  $\varepsilon$ , *г* — от  $\sigma^e$

С ростом радиуса precipитата зона существенно увеличивается (растет быстрее, чем  $r_0$ ). При малых значениях  $r_0$  ( $\approx 50 \text{ \AA}$ ) константа  $\xi$ , характеризующая величину зоны, может быть меньше  $r_0$ . В этом случае в плоскостях, не пересекающих precipитата, устойчивые кольца не образуются, т. е. эффективная зона ущемляется в полосе  $|z| \leq r_0$  (см. рис. 2, *б*). Следует отметить, что в этом случае роль сил изображения может резко возрасти — особенно вблизи поверхности precipитата — так что при построении эффективной зоны ими нельзя пренебрегать.

Возрастание параметра  $\varepsilon$  ведет к увеличению эффективной зоны (рис. 2, *в*).

Увеличение внешнего напряжения от 0 до  $0,001 G$  приводит к небольшому сжатию зоны — ее линейные размеры уменьшаются на 5—7%. При напряжении, сравнимом с теоретическим пределом упругости —  $\sigma^e=0,01 G$  — ее линейные размеры уменьшаются всего на 20% по сравнению с ее размерами в отсутствие внешнего напряжения. Зависимость зоны от внешнего напряжения отражена на рис. 2, *г*.

В пределах (3) размеры зоны будут максимальными для следующих крайних значений параметров:  $b=2 \text{ \AA}$ ,  $r_0=250 \text{ \AA}$ ,  $\varepsilon=0,05$ ,  $\sigma^e=0$ . При этом объеме зоны достигается восемь объемов precipитата.

3. Приближенный способ оценки размеров эффективной зоны. Будем предполагать, что равновесные кольца являются окружностями. Самодействие круговой дислокации можно приближенно считать пропорциональным ее кривизне  $k$ . Нетрудно пока-

зять, что, например, для радиусов колец от 50 Å до 300 Å такая аппроксимация имеет 10-процентную точность. Учитывая зависимость  $\sigma^s$  от  $G$  и от  $k$ , положим

$$\sigma^s = a_0 b G k,!$$

где коэффициент пропорциональности  $a_0$  можно определить, решив задачу о наилучшем приближении или просто вычислив  $\sigma^s$  для окружности какого-нибудь среднего радиуса.

Ограничимся случаем  $\sigma^e = 0$ . Используя методику работы [3] и учитывая линейную зависимость  $\sigma^s$  от  $k$ , нетрудно найти максимальное значение  $z^0 = \zeta$ , при котором еще возможны равновесные кольца. При этом получается простая формула

$$\zeta = \frac{0,654}{a_0^{1/2}} \cdot \frac{r_0^{3/2} \varepsilon^{1/2}}{b^{1/2}}. \quad (4)$$

Формула (4) отражает зависимость размеров эффективной зоны от трех параметров:  $\varepsilon$ ,  $r_0$  и  $b$ . Отсюда вытекает, что  $\zeta$  убывает с увеличением  $\varepsilon$  и растет с увеличением  $r_0$  и  $b$ , причем при увеличении  $r_0$  размеры зоны растут быстрее, чем  $r_0$ . Эти результаты хорошо согласуются с данными рис. 2, в которых линейность  $\sigma^s(k)$  не предполагалась.

4. Условие подобия. Для оценки изменения эффективной зоны преципитата при изменении параметров удобно использовать условие подобия. Сначала предположим, что  $\sigma^e = 0$ . Пусть для параметров  $b, r_0, \varepsilon$  имеется эффективная зона  $S$ . Предположим, что в уравнении равновесия (2) величина  $\nu$  (коэффициент Пуассона) не меняется при переходе к новым параметрам, а  $\sigma^s$  пропорционально  $k$ . Непосредственной постановкой в уравнение равновесия можно убедиться, что справедливо следующее условие подобия: если для параметров  $b, r_0, \varepsilon$  известна зона  $S$ , то для параметров  $b', r'_0, \varepsilon'$  эффективная зона  $S'$  будет подобна зоне  $S$  и коэффициент их подобия равен

$$q = \sqrt{\frac{\varepsilon' r_0'^3 b}{\varepsilon r_0^3 b'}}. \quad \text{Аналогичное условие подобия имеет место и при наличии внеш-$$

него напряжения, если  $\sigma^{e'} = \sigma^e \frac{b'}{bq}$ .

Заметим, что условие подобия не связано с предположением о круговой форме колец. Существенно лишь, чтобы для подобных кривых в соответствующих точках самодействие было пропорциональным кривизне в этих точках.

5. Пример. В качестве примера использования представления об эффективной зоне рассмотрим задачу обхода дислокацией когерентного преципитата. Пусть в некоторой плоскости скольжения  $z = z_0$  движется краевая дислокация с вектором Бюргера  $\vec{b}$ , параллельным оси  $y$ . Дислокация движется из области  $y < 0$ . Наметим заранее расположение пересечения эффективной зоны преципитата с этой плоскостью (кольцо  $AB$  на рис. 3). При подходе к преципитату дислокация не может проникнуть внутрь этого кольца, так как самодействие незамкнутой дислокации существенно меньше самодействия кольца и поэтому суммы  $\sigma^s + \sigma^e$  недостаточно для преодоления напряжения, создаваемого частицей. Не достигнув эффективной зоны, средняя часть дислокации затормаживается, а боковые ветви проходят далеко вперед. Затем под влиянием напряжения самодействия и напряжения от преципитата изогнутые ветви дислокации сомкнутся. Произойдет отрыв петли, которая, стягиваясь, займет предельное равновесное положение на границе эффективной зоны (кольцо  $AB$ ). Если плоскость скольжения не пересекает эффективную зону, то либо вообще не происходит отрыва петли, либо оторвавшаяся петля стягивается в точку и исчезает.

Для указанных в данной работе пределов изменения параметров (3) устойчивые кольца могут образовываться на расстояниях  $z_0 \sim 3r_0$  от преципитата, а объем зоны может достигать восьми объемов преципитата. При этом размеры диаметров колец могут в три раза и более превышать диаметр преципитата.

В заключение хочу поблагодарить А. А. Предводителя за подробное обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hirsch P. B., Humphreys F. J. Physics of Strength and Plasticity, Ed. S. Argon, p. 189, The J. J. Press, 1969.

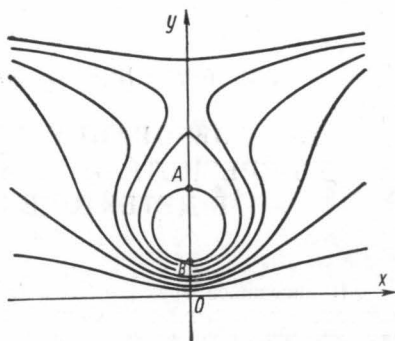


Рис. 3. Движение краевой дислокации и образование кольца вблизи преципитата (при  $z_0 > r_0$ )

Поступила в редакцию  
19.6 1972 г.

Кафедра  
молекулярной физики

УДК 530.12.531.51

В. Б. БРАГИНСКИЙ, М. И. КУКЛАЧЕВ, В. П. МИТРОФАНОВ

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕИЗОХРОННОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ МАЛЫХ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ДЕТЕКТОРЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

В настоящее время предложено несколько вариантов различных типов детекторов гравитационных волн. Однако экспериментальные трудности позволили пока реализовать лишь один из возможных вариантов [1—3]. Гравитационная волна взаимодействует с протяженным твердым телом, возбуждая в нем механические колебания на основной квадрупольной моде. Резонансная частота такого детектора определяется его размерами, и создание детекторов на частоты менее 1000  $\mu\text{г}$  практически очень сложно. В работе [1] предложен низкочастотный ( $f \simeq 1 \mu\text{г}$ ) механический квадрупольный детектор гравитационных волн типа двух разнесенных масс. При достаточно высокой добротности данной колебательной системы этот детектор обладает хорошей чувствительностью. Таким образом, задача сводится к измерению малых силовых воздействий на механическую колебательную систему, представляющую собой два разнесенных в пространстве маятника.

В данной работе предлагается использовать осциллятор с искусственно введенной нелинейностью. Тогда наличие неизохронности у такой системы позволяет регистрировать воздействие на нее внешней силы по изменению фазы колебаний осциллятора, так как частота собственных колебаний в случае неизохронной системы зависит от энергии, которой она в данный момент времени обладает.

Рассмотрим уравнение движения нелинейного осциллятора под действием внешней гармонической силы. Будем предполагать слабую нелинейность осциллятора, вводя в выражение для потенциальной энергии дополнительный малый член четвертой степени по смещению  $y$ :

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + h \frac{dy}{dt} + (1 - \nu^2 y^2) ky = F_0 \sin pt. \quad (1)$$

Введя безразмерные координаты

$$x = \gamma y, \quad \tau = \sqrt{k/m} t = \omega_0 t, \quad A = F_0 \gamma / m \omega_0^2, \quad 2\delta = h / m \omega_0, \quad \nu = \rho / \omega_0, \quad (2)$$

перепишем уравнение (1) в виде

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + x - x^3 = A \sin \nu \tau. \quad (3)$$

Предположим, что трение мало ( $\delta \ll 1$ ) и малы амплитуда внешней силы и изменение безразмерной координаты  $x$  ( $A \ll 1$ ;  $x \ll 1$ ). Последнее предположение следует из условия слабой нелинейности системы. Решение уравнения (3) ищем в виде  $x = a \cos(\nu t + \rho)$ .

Для амплитуды и фазы методом асимптотических приближений [4] получаем в первом приближении систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\delta a - \frac{A}{1 + \nu} \cos \varphi, \\ \dot{\varphi} &= 1 - \nu - \frac{3a^2}{8} + \frac{A}{a(1 + \nu)} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Решение системы нестационарных уравнений (4) получается методами численного интегрирования. Но мы получим приближенное решение в интересующем нас частном случае обнаружения малых сил. Рассмотрим случай, когда сила действует с частотой  $\nu$ , равной мгновенной частоте колебаний осциллятора в данный момент времени  $t=0$