2. Gulden M. E., Nix W. D. Phil. Mag., 18, 217, 1968.
3. Майкова Э. П. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 15, № 1, 1974.

Поступила в редакцию
19.6 1972 г.

Кафедра
молекулярной физики

УДК 530.12.531.51

В. Б. БРАГИНСКИЙ, М. И. КУКЛАЧЕВ, В. П. МИТРОФАНОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕИЗОХРОННОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ МАЛЫХ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ДЕТЕКТОРЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

В настоящее время предложено несколько вариантов различных типов детекторов гравитационных волн. Однако экспериментальные трудности позволили пока реализовать лишь один из возможных вариантов [1—3]. Гравитационная волна взаимодействует с протяженным твердым телом, возбуждая в нем механические колебания на основной квадрупольной моде. Резонансная частота такого детектора определяется его размерами, и создание детекторов на частоты менее 1000 *гц* практически очень сложно. В работе [1] предложен низкочастотный ($f \simeq 1$ *гц*) механический квадрупольный детектор гравитационных волн типа двух разнесенных масс. При достаточно высокой добротности данной колебательной системы этот детектор обладает хорошей чувствительностью. Таким образом, задача сводится к измерению малых силовых воздействий на механическую колебательную систему, представляющую собой два разнесенных в пространстве маятника.

В данной работе предлагается использовать осциллятор с искусственно введенной нелинейностью. Тогда наличие неизохронности у такой системы позволяет регистрировать воздействие на нее внешней силы по изменению фазы колебаний осциллятора, так как частота собственных колебаний в случае неизохронной системы зависит от энергии, которой она в данный момент времени обладает.

Рассмотрим уравнение движения нелинейного осциллятора под действием внешней гармонической силы. Будем предполагать слабую нелинейность осциллятора, введя в выражение для потенциальной энергии дополнительный малый член четвертой степени по смещению y:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + h\frac{dy}{dt} + (1 - \gamma^2 y^2)\,ky = F_0 \sin pt. \tag{1}$$

Введя безразмерные координаты

$$x = \gamma y, \quad \tau = \sqrt{k/m}\,t = \omega_0 t, \quad A = F_0\gamma/m\omega_0^2, \quad 2\delta = h/m\omega_0, \quad \nu = p/\omega_0, \tag{2}$$

перепишем уравнение (1) в виде

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + x - x^3 = A \sin \nu\tau. \tag{3}$$

Предположим, что трение мало ($\delta \ll 1$) и малы амплитуда внешней силы и изменение безразмерной координаты x ($A \ll 1$; $x \ll 1$). Последнее предположение следует из условия слабой нелинейности системы. Решение уравнения (3) ищем в виде $x = a\cos(\nu t + \rho)$.

Для амплитуды и фазы методом асимптотических приближений [4] получаем в первом приближении систему уравнений

$$\dot{a} = -\delta a - \frac{A}{1+\nu}\cos\varphi,$$

$$\dot{\varphi} = 1 - \nu - \frac{3a^2}{8} + \frac{A}{a(1+\nu)}\sin\varphi. \tag{4}$$

Решение системы нестационарных уравнений (4) получается методами численного интегрирования. Но мы получим приближенное решение в интересующем нас частном случае обнаружения малых сил. Рассмотрим случай, когда сила действует с частотой ν, равной мгновенной частоте колебаний осциллятора в данный момент времени $t = 0$

и начальной фазой $\varphi_0=\pi$ (сила действует в фазе со скоростью маятника). Мы рассматриваем высокодобротный осциллятор, постоянная времени которого τ^* существенно больше времени воздействия внешней силы τ. При этом внешняя сила и сила трения предполагаются столь малыми, что изменение амплитуды Δa много меньше ее начального значения a_0. Соответственно изменение фазы $\Delta\varphi\ll 1$ за время действия силы. Тогда для малых φ, пренебрегая членами с φ в степени больше, чем нулевая, и учитывая, что по предположению $\nu=1-3a^2/8$, получим

$$\dot{a}=-\delta a+\frac{A}{2},$$

$$\dot{\varphi}=\frac{3}{8}(a_0^2-a^2). \tag{5}$$

Решение системы (5) имеет вид:

$$a=a_0e^{-\delta\tau}+\frac{A}{2\delta}(1-e^{-\delta\tau}),$$

$$\Delta\varphi=\frac{3}{4}\left(a_0^2\,\delta-\frac{Aa_0}{2}\right)\tau^2. \tag{6}$$

Если учитывать изменение фазы только под действием внешней силы, получим величину

$$\Delta\varphi=-\frac{3}{8}\,a_0A\tau^2. \tag{7}$$

Перепишем выражение (7), перейдя к размерным переменным и введя коэффициент нелинейности β:

$$\beta=\frac{8}{3}\,\gamma^2y^2. \tag{8}$$

Этот коэффициент удобен тем, что он является безразмерным и характеризует нелинейность системы.

Окончательно получаем

$$\Delta\varphi=-\frac{\beta F_0}{Y_0m}\,t^2. \tag{9}$$

Здесь F_0 — амплитуда внешней гармонической силы, Y_0 — амплитуда свободных колебаний осциллятора, m — его масса, β — коэффициент нелинейности.

Таким образом, воздействие на нелинейный осциллятор некоторой гармонической силы, частота которой совпадает с мгновенной частотой осциллятора в данный момент времени, приводит к изменению фазы его собственных колебаний. Если внешнее воздействие совпадает по фазе со скоростью осциллятора в начальный момент времени, набег фазы описывается формулой (9).

Характерным является пропорциональность эффекта квадрату времени измерения и обратная пропорциональность начальной амплитуде собственных колебаний осциллятора.

Сравним изменение фазы колебаний из-за нелинейности осциллятора с линейным эффектом изменения фазы под действием такой же внешней силы. Последний максимален, если внешнее воздействие совпадает по фазе с собственными колебаниями осциллятора. В этом случае изменение фазы описывается выражением

$$\Delta\varphi=\frac{\Delta y}{Y_0}=\frac{F_0t}{2m\omega_0Y_0}, \tag{10}$$

где Y_0 — амплитура собственных колебаний осциллятора, Δy — амплитуда вынужденных колебаний под действием внешней силы, частота которой совпадает с частотой собственных колебаний осциллятора, а фаза смещена на $\frac{\pi}{2}$.

Сравнивая (9) с (10), получаем, что нелинейный эффект изменения фазы превышает линейный на величину $2\beta\omega_0t$.

Приведем некоторые численные оценки параметров системы из двух разнесенных в пространстве неизохронных маятников, используемых в качестве детектора гравитационных волн. Гравитационная волна, воздействующая на массовый квадруполь, приводит к возникновению силы F, раскачивающей массы детектора (См. [1]):

$$F = mL\omega_g \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} I} \cos \omega_g t, \tag{11}$$

где m — масса квадруполя, L — расстояние между массами, ω_g — круговая частота воздействующей силы, G — гравитационная постоянная, c — скорость света, I — плотность тока энергии гравитационной волны.

Подставляем выражение (12) в формулу (10) и получаем

$$\Delta\varphi = \frac{\beta L \omega_g}{Y_0} \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3}} It^2. \tag{12}$$

Для следующих параметров установки: $L = 10^2$ *см*, $\omega_g = 100$ *рад/сек*, $\beta = 10^{-2}$, $Y_0 = 10^{-6}$ *см*, $t = 10$ *сек* и величины $I = 10^6$ *эрг/см²сек*, которая совпадает с величиной, регистрируемой Вебером в его эксперименте [2], получаем, что необходимо регистрировать величину сдвиг фазы $\Delta\varphi = 2 \cdot 10^{-6}$.

Очевидно, что значение обнаружимой силы тем меньше, чем больше величина β/Y_0. Это требует создания нелинейной колебательной системы с достаточно сильной нелинейностью при малых амплитудах колебаний.

Пробный вариант такой системы был реализован экспериментально. Дополнительная нелинейность искусственно вводилась в обычный маятник с помощью электрического поля. Конструкция системы такова: металлический параллелепипед подвешен в вакууме на трех вольфрамовых нитях. Верхняя и нижняя грани маятника сделаны ребристыми. Напротив каждой из этих граней укреплены металлические пластины с такой же насечкой. При отклонении маятника от положения равновесия происходит смещение выступов на маятнике и пластине друг относительно друга, что приводит к возникновению горизонтальной составляющей электростатической силы, возвращающей маятник к положению равновесия. Эта сила нелинейна. Очевидно, что при этом повышается также частота собственных колебаний маятника. Нелинейный маятник, использованный в эксперименте, имел следующие параметры: массу $m = 2$ *кг*, площадь основания $S = 50$ *см²*, на которой нанесено по 20 взаимно перпендикулярных борозд с шагом 2,4 *мм*. При подаче на маятник электрического напряжения $V = 3$ *кв* относительно пластин частота собственных колебаний его изменялась от 1,7 до 3 *гц*, что соответствует вносимой жесткости $K' \simeq 10^6$ *дн/см*. Коэффициент нелинейности β составлял $\simeq 0{,}01$ при амплитуде колебаний $Y_0 = 10^{-3}$ *см*.

Ожидается, что при более совершенной механической конструкции осциллятора можно достичь значений величины β/Y_0, приведенных в оценке чувствительности по формуле (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б., Руденко В. Н. «Успехи физических наук», **100**, 395, 1970.
2. Weber J. Phys. Rev. Lett., **22**, 1320, 1969.
3. Weber J. Phys. Rev. Lett., **24**, 276, 1970.
4. Митропольский Ю. А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. М., 1964.

Поступила в редакцию
11.12 1972 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 537.226+621.315.592

А. Е. БАЖАНОВА, Ю. А. ЗАРИФЬЯНЦ

КИНЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АДСОРБЦИИ КИСЛОРОДА НА ПЛЕНКАХ PbS

Влиянию адсорбции кислорода на электрические свойства пленок сульфида свинца посвящено большое число работ в связи с его исключительно важной ролью в механизме фоточувствительности. Более того, в последнее время адсорбция O_2 стала использоваться в практических целях для подбора оптимальных параметров вакуум-