

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 4 — 1974.

УДК 532.517.4,627.157

В. Н. АНУЧИН, А. М. ГУСЕВ, В. П. ПЕТРОВ, Ю. Г. ПЫРКИН, М. М. ХАПАЕВ

К ВОПРОСУ О ПРИДОННЫХ ПЛОТНОСТНЫХ ТЕЧЕНИЯХ НА СКЛОНАХ

Содержатся результаты лабораторных измерений придонных плотностных потоков. Описывается методика эксперимента. Приводятся кривые вертикального распределения скорости и прозрачности, рассматривается их зависимость от величины уклона. Дается анализ данных наблюдений и их теоретическое описание. Проводится сравнение экспериментальных данных с расчетами предлагаемой теоретической модели.

Исследование плотностных потоков необходимо для решения ряда геофизических задач. Обзор исследований таких потоков дан в работах [1 и 2], однако из этих работ следует, что пока не существует достаточно полных данных как лабораторных, так и натуральных измерений характеристик плотностного потока.

Настоящая работа посвящена лабораторному моделированию и теоретическому описанию мутьевых потоков, представляющих собой одну из разновидностей плотностных. Измерения велись на методическом лотке, дно и стенка которого стеклянные, что позволяет кроме измерений различных характеристик мутьевого потока вести визуальные наблюдения и применять фото- и киносъемку. Длина лотка 8 м, ширина 0,2 м, высота 0,4, уклон можно изменять от +0,05 до -0,05. Исследования можно проводить как для движения мутьевого потока в неподвижной воде, так и в движущейся среде. Мутьевой поток подавался из бака, расположенного над лотком, через промежуточную небольшую емкость. В процессе эксперимента поддерживалась постоянная разность между уровнем мутьевого потока в промежуточном баке и уровнем поверхности воды в лотке. В основном баке емкостью ~100 л были установлены мешалки, которые непрерывно поддерживали постоянную концентрацию взвеси в баке и препятствовали ее выпадению. В промежуточном баке контроль концентрации проводился фотоэлектрическим методом [3].

Мутьевой поток подавался из промежуточного бака в лоток через шланг в специальное выходное устройство, представляющее собой прямоугольный плексигласовый параллелепипед с вмонтированными в него сетчатыми перегородками. Выходное устройство устанавливалось на дне в головной части лотка. Изменением расхода из промежуточного бака и величины щели выходного устройства можно менять толщину слоя мутьевого потока. В конце лотка мутьевой поток улавливался ло-

вешкой и из нее сбрасывался в отстойник. В процессе эксперимента регистрировалась в нескольких створах скорость мутьевого потока на различном расстоянии от дна и скорость влечения чистой воды на разных горизонтах. Скорость регистрировалась термогидрометром, изготовленным на базе полупроводникового термистора с непосредственным подогревом. Размер чувствительного элемента такого датчика $\sim 1 \text{ мм}^3$, что позволяет получать подробную эпюру скорости мутьевого потока и слоя влечения.

Одновременно с определением скорости фотоэлектрическим методом регистрировалась прозрачность на этом горизонте. Отличием от предыдущих методов является то, что источник был выносным и свет подавался по светопроводу к точке измерения и, проходя через слой жидкости, опять по светопроводу подавался на фотодиод; ток от фотодиода записывался самописцем. Площадь сечения светопровода была около 1 мм^2 , что позволяло регистрировать прозрачность в очень тонких слоях.

В процессе эксперимента в каждом створе из мутьевого потока брались пробы, которые показали, что концентрация и средняя плотность мутьевого потока, хотя и незначительно, но уменьшается по створам, т. е. происходит выпадение наиболее крупных взвешенных частиц. Таким образом, были получены следующие характеристики распределение по вертикали скорости течения и прозрачности потока. Исследования проводились при уклонах дна, равных 0,01; 0,02; 0,03 и 0,04, и разных расходах. Температура воды и температура мутьевого потока поддерживались равной и постоянной. Из анализа эмпирических данных следует, что уже при плотности мутьевого потока, отличающегося от плотности воды только в четвертом знаке, не происходит смешения его с чистой водой. Во всех проведенных экспериментах наблюдалась резкая граница между мутьевым потоком и чистой водой. Движение головной части мутьевого потока происходило небольшими языками, число которых в процессе движения не оставалось постоянным, толщина слоя в головной части потока примерно в два раза больше толщины основной части потока. В зависимости от расхода и уклона толщина мутьевого потока изменялась.

С удалением от дна скорость мутьевого потока сначала увеличивается и достигает максимума в толще потока (максимум скорости хотя и находился всегда в толще потока, но был на разных высотах в разных опытах). Прилегающие слои чистой воды также вовлекаются в движение. При измерении скорости потока на разных расстояниях от выхода наблюдалось незначительное уменьшение ее абсолютного значения с увеличением расстояния от выхода. В зависимости от уклона скорость также менялась. На рис. 1 показана зависимость максимальной скорости потока от величины уклона. Толщина мутьевого потока в каждом отдельном опыте оставалась постоянной.

Если более внимательно рассмотрим механизм движения мутьевого потока, то увидим, что кроме силы тяжести работает также чисто струйный механизм, возникающий вследствие существования небольшого подпора в выходном устройстве. Для оценки вклада силы тяжести в движение потока был проделан специальный эксперимент. На уклоне 0,02 при одном и том же расходе вначале через входное устройство из бака подавалась чистая вода, для которой измерялась скорость движения в трех створах, затем подавался мутьевой поток, скорость его движения измерялась в тех же створах. Оказалось, что вклад силы тяжести в движение мутьевого потока составляет около 75%. Очевидно, на больших уклонах вклад силы тяжести будет больше, так как не-

большой подпор в выходном устройстве во всех опытах был одним и тем же.

Измерение распределения прозрачности по толщине потока и по длине лотка показали, что мутевой поток имеет резкую границу с чистой водой и что величина прозрачности слабо увеличивается с увеличением расстояния от выхода, то свидетельствует о наличии неболь-

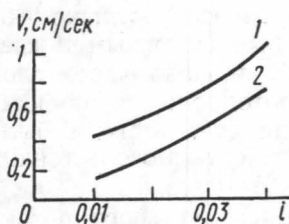


Рис. 1. Зависимость максимальной скорости течения от уклона: 1 — данные лабораторных измерений, 2 — теоретическая кривая

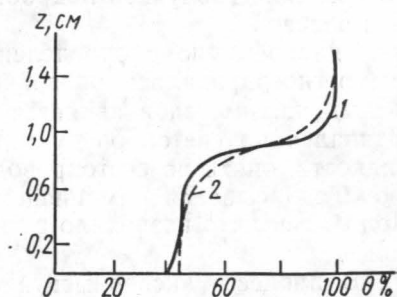


Рис. 2. Вертикальное распределение прозрачности: 1 — лабораторные измерения, 2 — аппроксимация

шого выпадения взвешенных частиц. Эпюры прозрачности хорошо аппроксимируются функцией вида

$$\theta = \theta_0 + a(x) \operatorname{th} b(x) [z - h(x)],$$

где θ — прозрачность, a и $b = \operatorname{const}$ в случае отсутствия источников и выпадения, $h(x)$ — толщина мутевого потока. Распределение прозрачности показано на рис. 2. В наших экспериментах a , b и h оставались постоянными.

При исследовании плотностных потоков важным является вопрос их подобия. При обобщении полученных результатов были подсчитаны следующие безразмерные параметры:

$$Re = \frac{vh}{\nu}, \quad Fr = \frac{v^2}{gh}, \quad k = \frac{v}{\sqrt{gh}},$$

$$R_0 = \frac{v^3 \rho}{\Delta \rho g \nu}, \quad L = \frac{\Delta \rho g i h^2}{\nu \rho},$$

где v — средняя скорость, h — толщина плотностного потока, ν — кинематическая вязкость, g — ускорение силы тяжести, i — уклон; $\Delta \rho = \rho_c - \rho_b$, ρ_c — плотность мутевого потока, ρ_b — плотность чистой воды. Результаты проведенных исследований сведены в таблицу.

Данные лабораторных измерений

i	h , см	v , см/сек	v_{\max} , см/сек	K	Re	Fr	L^{-1}	R_0
0,04	0,9	0,89	1,19	0,15	81	$9 \cdot 10^{-4}$	0,55	146
0,03	1	0,54	0,72	0,10	54	$3 \cdot 10^{-4}$	0,38	32,4
0,02	1,1	0,43	0,58	0,24	47	$1,7 \cdot 10^{-4}$	0,38	12,8
0,01	1,3	0,35	0,47	0,09	46	$0,9 \cdot 10^{-4}$	0,41	8,4

Впервые построение теоретической модели мутьевого потока при помощи слоистых течений было сделано в [4], в теоретическом моделировании плотностных потоков эта идея развивалась в [5 и 6].

В настоящей работе рассматривается совместное стационарное ламинарное движение двух жидкостей (мутьевого потока и чистой воды), разделенных устойчивой границей раздела. Поток движется по наклонной плоскости за счет действия избыточной составляющей силы тяжести, чистая вода считается неподвижной. В уравнениях Навье — Стокса применительно к мутьевым потокам пренебрегаем величинами, которыми обычно пренебрегают в теории струй и теории пограничного слоя [7, 8].

Таким образом, уравнения записываются в виде

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + w_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \frac{\Delta \rho}{\rho} g i + \nu_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + w_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = \nu_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где u_1, w_1 — составляющие скорости, ρ_1 и ν_1 — плотность и кинематическая вязкость мутьевого потока, u_2, w_2, ρ_2, ν_2 — чистой воды;

$$\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2, \quad i = \sin \alpha,$$

где α — угол наклона.

Далее записываем уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = 0, \quad (3a) \quad \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия для системы уравнений (1) — (3) задаются следующим образом:

$$u_1|_{z=0} = w_1|_{z=0} = 0, \quad (4a) \quad u_2|_{z \rightarrow \infty} = w_2|_{z \rightarrow \infty} = 0, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial z} \right|_{z=h(x)} = \kappa \left. \frac{\partial u_2}{\partial z} \right|_{z=h(x)} \quad (5)$$

(где $h(x)$ — граница раздела и $\kappa = \rho_2 \nu / \rho_1 \nu_1$),

$$u_1|_{z=h(x)} = u_2|_{z=h(x)}, \quad (6)$$

$$u_1|_{z=h(x)} = w_2|_{z=h(x)}. \quad (7)$$

Условие (5) легко выводится из рассмотрения моментов, условие (7) записывается в таком виде вследствие нашего допущения об отсутствии диффузии.

Граничные по x условия записываются в виде

$$u_1|_{x=0} = u_0(z), \quad (8a) \quad u_2|_{x=0} = 0. \quad (8)$$

Вследствие того что плотность мутьевого потока $\rho_1 = \text{const}$, т. е. нет выпадения и источников, а также вследствие отсутствия диффузии на границе раздела, можно считать расход жидкости через сечение в мутьевом потоке постоянным, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{h(x)} u_1 dz \right) = 0. \quad (9)$$

Заменяя переменную $u(x, z) = u(x, \eta)$, $\eta = \frac{z}{h(x)}$ и приводя систему (1) — (3) к безразмерному виду, получим

$$hv_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \omega_1 \frac{\partial v_1}{\partial \eta} = \frac{1}{Fr^*} + \frac{1}{Re_1} \frac{\partial^2 v_1}{\partial \eta^2}, \quad (10)$$

$$hv_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + \omega_2 \frac{\partial v_2}{\partial \eta} = \frac{1}{Re_2} \frac{\partial^2 v_2}{\partial \eta^2}, \quad (11)$$

$$h \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \omega_1}{\partial \eta} = 0, \quad (12a) \quad h \frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{\partial \omega_2}{\partial \eta} = 0, \quad (12)$$

где

$$v_1 = \frac{u_1}{v_*}, \quad v_2 = \frac{u_2}{v_*}, \quad \omega_1 = \frac{w_1}{v_*}, \quad \omega_2 = \frac{w_2}{v_*},$$

$$Re_1 = \frac{v_* h}{\nu}, \quad Re_2 = \frac{v_* h}{\nu_2}, \quad Fr^* = \frac{Fr}{j\Delta\rho/\rho_1}.$$

Так как $h = \text{const}$, а h очень мало меняется в отличие от x , в качестве первого приближения с достаточной степенью точности мы можем положить $h = \text{const}$. Тогда из (9) $\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$, из (3а) и (4а) $\omega_1 = 0$, из (6) $\frac{\partial u_2}{\partial x} = 0$, а из (3) и (7) $\omega_2 = 0$. В результате исходная система записывается в виде

$$\frac{d^2 v_1}{d\eta^2} = -\frac{Re_1}{Fr^*} \quad (13a) \quad \frac{d^2 v_2}{d\eta^2} = 0 \quad (13)$$

со следующими граничными условиями:

$$v_1|_{\eta=0} = 0, \quad (14)$$

$$v_2|_{\eta \rightarrow \infty} = 0, \quad (15)$$

$$v_1|_{\eta=1} = v_2|_{\eta=1}, \quad (16)$$

$$\left. \frac{dv_1}{d\eta} \right|_{\eta=1} = \kappa \left. \frac{dv_2}{d\eta} \right|_{\eta=1}. \quad (17)$$

Граничное условие (15) говорит о том, что за счет вязкости слой чистой воды увлекается вплоть до бесконечности, однако опыт [1, 2, 5] показывает, что толщина мутьевого потока и слоя влечения чистой воды ограничены. Поэтому граничное условие (15) может быть взято в виде

$$v_2|_{\eta=k} = 0. \quad (15')$$

Решение системы (13) с граничными условиями (14), (15'), (16) и (17) имеет вид:

$$v_1 = -\frac{L}{2} \eta^2 + L \left\{ 1 - \frac{\kappa}{2(k-1+\kappa)} \right\} \eta, \quad (18)$$

$$v_2 = -\frac{L}{2} \eta \frac{1}{k-1+\kappa} + \frac{L}{2} \frac{k}{k-1+\kappa}, \quad (19)$$

где $L = Re/Fr^*$.

Скорость мутьевого потока v имеет максимум в точке

$$\eta = 1 - \frac{\kappa}{2(k-1+\kappa)}. \quad (20)$$

Профиль скорости течения мутьевого потока и слоя влечения чистой воды, построенный по формулам (18) и (19), представлен на рис. 3. Крестиками нанесены данные наблюдений. Расчетный профиль скорости течения достаточно хорошо согласуется с результатами лабораторных измерений. Теоретическая зависимость максимальной скорости мутьевого потока от уклона показана на рис. 1. По формулам (18) и (19) также проводилась оценка величины максимальной скорости мутьевого потока, оценка показала, что скорость, рассчитанная теоретически, имеет тот же порядок, что измеренная в лаборатории, а сравнение ее со скоростью, полученной только за счет вклада силы тяжести, показывает, что они близки и по абсолютным величинам.

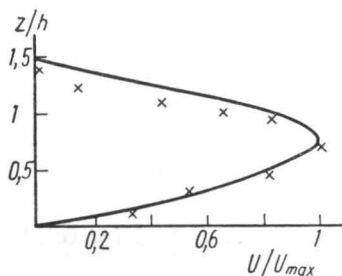


Рис. 3. Вертикальное распределение скорости (кривая — теоретический расчет, крестиками показаны данные лабораторных измерений)

ЛИТЕРАТУРА

1. Фидман Б. А. Потоки с неоднородной плотностью. Труды ГГИ, вып. 162. М., 1962.
2. Лонгинов В. В. «Океанология», 11, вып. 3, 1971.
3. Петров В. П., Савин В. Г. Фотоэлектрический метод регистрации взвесей мелкодисперсных частиц. Тр. ВОДГЕО, т. 26, 1970.
4. Tison L. J. Revue C. J., No. 10, 1959.
5. Löfquist K. The Phys. of Fluids, 9, No. 2, 1960.
6. Nielsen J. H. Basic Res. Progr. Rept. Coast. Eng. Lab. Hydraul Lab. Techn. Univ. Deum., No. 22, 1971.
7. Бай-Ши-и. Теория струй. М., 1960.
8. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1969.

Поступила в редакцию
8.6 1972 г.

Кафедра
физики моря и вод суши