

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 4 — 1974.

УДК 539.12.01

И. М. ТЕРНОВ, В. Р. ХАЛИЛОВ, Г. А. ЧИЖОВ

## МЕЛЛЕРОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ СЛАБОВОЗБУЖДЕННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Рассмотрено некогерентное рассеяние слабовозбужденных электронов применительно к условиям накопительных колец (эффект Тушека). Предполагается, что до рассеяния каждый из электронов находился в некотором квантовом состоянии  $n$  с заданным для данного  $n$  распределением вероятностей различных значений импульса. Исследуется влияние поперечной поляризации спинов электронов на процесс рассеяния.

Упругое рассеяние электронов в пучках при некоторых условиях является одним из основных источников потери частиц в накопительных кольцах с пучком высокой интенсивности. Этот эффект, известный в литературе как эффект Тушека, рассматривался ранее рядом авторов [1, 2, 3]. Нам представляется интересным обсудить этот эффект в связи с проведением экспериментов по проверке самополяризации электронного пучка в накопителе за счет синхротронного излучения. По видимому, такой метод проверки является наиболее удобным в настоящее время из-за заметной зависимости сечения упругого рассеяния электронов от ориентации их спинов. Теоретическое объяснение эффекта может быть дано следующим образом [1]. В пучке, размеры которого определяются единственно флуктуациями синхротронного излучения, распределение по импульсам подчинено неравенству

$$\delta q \gg \delta q_l \sim \delta q_z, \quad (1)$$

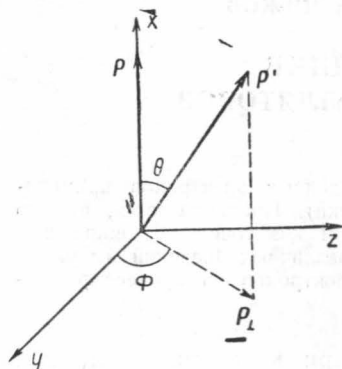
где  $\delta q$  — среднеквадратичное значение радиального,  $\delta q_z$  — вертикального,  $\delta q_l$  — продольного импульсов. Последнее измерено в системе покоя пучка. Мёллеровское рассеяние двух электронов в пучке может привести к преобразованию радиального импульса в продольный, и, если приобретенный продольный импульс больше, чем  $\Delta q = \frac{\Delta p}{\gamma}$  ( $\Delta p$  — максимальный допустимый импульс в лабораторной системе,  $\gamma = \frac{E}{mc^2}$ ), любой такой процесс будет приводить к потере двух частиц. Заметим однако, что неравенство (1) справедливо лишь для сравнительно небольших энергий электрона в пучке.

Будем считать, что все частицы в пучке имеют одну и ту же энергию и, так как выполняется неравенство (1), движение частиц происходит в плоскости  $xz$  (см. рис.).

Дифференциальное сечение упругого электрон-электронного рассеяния в системе центра масс пучка с учетом поляризационных состояний взаимодействующих частиц дается формулой

$$d\sigma_c = \frac{1}{4} r_0^2 \frac{1}{p^4 (1+p^2)} \frac{d\Phi d\theta}{\sin^3 \theta} \{ [4(2p^2+1)^2 - 3(2p^2+1)^2 \sin^2 \theta + p^4 (\sin^4 \theta + 4 \sin^2 \theta)] - \zeta \zeta' [(2p^2+1) - p^4 (4 + \sin^2 \theta)] \sin^2 \theta \}, \quad (2)$$

где  $p = \frac{p_c}{m_0 c}$ ,  $\Phi$  и  $\theta$  — углы рассеяния,  $p_c$  — импульс в системе центра масс, а векторы  $\zeta$  и  $\zeta'$  выбраны таким образом, что  $\zeta p = 0$  и  $\zeta' p' = 0$ .



Будем считать, что до рассеяния электроны в ц-системе имеют лишь радиальный компонент импульса. Так как  $|p| = |p'|$ , то  $p_{\perp} = p \sin \theta$  и продольная составляющая импульса каждого из электронов ( $z$ -компонент на рисунке) после рассеяния равна  $p'_{izc} = \pm p \sin \Phi$ , изменение продольной составляющей импульса  $|\Delta p| = p_{\perp} \sin \Phi$ .

Чтобы найти полное сечение частиц, выбывших из пучка, проинтегрируем (2) по области

$$|p_{\perp} \sin \Phi| \geq \frac{\Delta p_{\max}}{\gamma}, \quad \text{где } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_c^2}}.$$

Введя величину  $\eta = \frac{\Delta p_m}{E_0}$  (см. (2)), где  $E_0$  — энергия электронов в л-системе в единицах  $m_0 c^2$ , и переходя к лабораторной системе координат, в результате интегрирования по  $\theta$  и  $\Phi$  найдем

$$\sigma = \frac{\pi r_0^2 \sqrt{1+p_x^2}}{2E_0 \eta^2 p_x^2} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \right)^2 \left( 1 - \eta^2 \frac{1+p_x^2}{p_x^2} \right) + \eta^2 \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \left( 1 - \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \right) + \eta^2 \frac{4p_x^2+1}{p_x^2 (1+p_x^2)} \ln \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{|p_x|} \right] + \zeta \zeta' \left[ \eta^2 \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \left( 1 - \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \right) + \eta^2 \frac{4p_x^2+1}{p_x^2 (1+p_x^2)} \ln \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \right] \right\}. \quad (3)$$

Здесь  $p_x = p$  — радиальный компонент импульса электронов в лабораторной системе.

Формула (3) без члена, пропорционального  $\zeta \zeta'$ , совпадает с полученной в работе [2]. Она дает величину сечения рассеяния двух электронов с равными «поперечными» начальными импульсами  $p$ , когда конечный продольный импульс каждого электрона превышает некоторое определенное значение.

Предположим, что в системе центра масс каждый из электронов совершает колебания в радиальном направлении. Фактически именно такое положение наиболее близко соответствует реальной ситуации.

Действительно, в системе центра масс двух электронов в реальном накопительном кольце у взаимодействующих частиц существует квантовое возбуждение радиальных колебаний, связанное с флуктуационным характером синхротронного излучения. И, следовательно, в этой системе (ц.м) каждый из электронов представляет собой квантовый осциллятор в некотором состоянии  $n$ , с заданным для данного  $n$  распределением вероятности различных значений импульса [4]:

$$f(p_i^\perp) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\delta q} \frac{1}{2^n n!} e^{-\left(\frac{p_i^\perp}{\delta q}\right)^2} H_n^2\left(\frac{p_i^\perp}{\delta q}\right), \quad (4)$$

$H_n(x)$  — полином Эрмита индекса  $n$ .

Очевидно, функция (4) удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(p_i^\perp) dp_i^\perp = 1.$$

С учетом этого формула (3) будет теперь определять сечение рассеяния двух электронов для каждого данных  $p_i$ , распределение вероятностей которых дается формулой (4).

Рассматривая один из взаимодействующих электронов как рассеивающий центр, для каждого  $p_2$  из (4) другого электрона можно определить ток вероятности данного  $p_2$  по формуле  $\frac{1}{V} \frac{2p_x c}{E_0}$ , где  $V$  — объем пучка в л-системе. Тогда формула для вероятности выбывания из пучка двух взаимодействующих электронов примет вид [2]:

$$dM = \frac{2c}{VE_0} f(p_1^\perp) dp_1^\perp f(p_2^\perp) p_x \sigma(p_x) \quad (5)$$

или

$$M = \frac{2\pi r_0^2 c}{V \Delta k_{\max}} I, \quad (6)$$

$$I = \int_{\eta}^{\delta p} dp_x \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \left\{ \left(1 + \frac{p_x^2}{1+p_x^2}\right)^2 \left(1 - \eta^2 \frac{1+p_x^2}{p_x^2}\right) + \right. \\ \left. + \eta^2 \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \left(1 - \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x}\right) + \eta^2 \frac{4p_x^2 + 1}{p_x^2(1+p_x^2)} \ln \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} + \right. \\ \left. + \eta^2 \left[ \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \left(1 - \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x}\right) + \frac{4p_x^2 + 1}{p_x^2(1+p_x^2)} \ln \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \right] \right\} R(p_x), \quad (7)$$

где

$$R(p_x) = \int_{-(\delta p - p_x)}^{\delta p - p_x} f(y - p_x) f(y + p_x) dy, \quad (8)$$

$\Delta p_{\max}$  — максимальное допустимое отклонение продольного импульса от равновесного в л-системе,  $\delta p$  — максимальный радиальный импульс из (4), связанный со среднеквадратичным. В нашем случае  $\delta p = \infty$ . Формула (7) полностью описывает процесс выбывания двух частиц из пучка с учетом их спиновых состояний, с произвольной функцией рас-

пределения поперечных импульсов взаимодействующих электронов. Таким образом мы получим формулу, описывающую потерю двух взаимодействующих частиц с распределением (4). Теперь нужно просуммировать ее по всем состояниям  $n$  и  $n'$ , в которых находятся электроны с соответствующим весом. При этом оказывается неучтенным вклад от возможных интерференцированных явлений при рассеянии возбужденных осцилляторов, так как в формуле (5) стоит величина  $\sigma(p_x)$ , характеризующая сечение рассеяния свободных электронов.

В дальнейшем будем считать осцилляторы слабозбужденными и рассмотрим три различных случая  $n=n'=0$ ,  $n=0$ ,  $n'=1$  и  $n=n'=1$ .

Для этих трех значений из (8) найдем вид функции  $R(p_x)$ :

$$R_{00}(p_x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}q_0} e^{-\frac{p_x^2}{q_0^2}}, \quad q_0 = \frac{\delta q}{\sqrt{2}}, \quad (9)$$

$$R_{10}(p_x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}q_0^3} \left( p_x^2 + \frac{q_0^2}{2} \right) e^{-\frac{p_x^2}{q_0^2}}, \quad (10)$$

$$R_{11}(p_x) = \frac{3}{4} R_{00}(p_x) - \frac{1}{2\sqrt{\pi}q_0} \frac{p_x^2}{q_0^2} e^{-\frac{p_x^2}{q_0^2}} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}q_0} \frac{p_x^4}{q_0^4} e^{-\frac{p_x^2}{q_0^2}}. \quad (11)$$

При вычислении  $I$  (7) воспользуемся методом, развитым в [2]. Тогда выражение для  $I$  можно представить в виде

$$I = I_1 + \eta^2 \int_{\eta}^{\delta p} dp_x F(p_x) R(p_x) = I_1 + I_2, \quad (12)$$

где

$$I_1 = \int_{\eta}^{\delta p} dp_x \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \left( 1 + \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \right)^2 R(p_x), \quad (13)$$

$$I_2 = \eta^2 \int_{\eta}^{\delta p} dp_x \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \left\{ - \left( 1 + \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \right)^2 \frac{1+p_x^2}{p_x^2} - \eta \frac{p_x}{\sqrt{1+p_x^2}} + \right. \\ \left. + \frac{4p_x^2+1}{p_x^2(1+p_x^2)} \ln \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} + \zeta\zeta' \left[ \frac{p_x^2}{1+p_x^2} \left( 1 - \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4p_x^2+1}{p_x^2(1+p_x^2)} \ln \eta \frac{\sqrt{1+p_x^2}}{p_x} \right] \right\}. \quad (14)$$

Принимая во внимание, что  $\eta \ll 1$ , интеграл от  $I_2$  преобразуется так:

$$I_2 = R(0) \int_1^{\infty} dx \left( -\frac{1}{x^3} - \frac{\ln x}{x^3} \right) + \zeta\zeta' R(0) \int_1^{\infty} -\frac{\ln x}{x^3} dx + \eta R_1, \quad (15)$$

где  $R_1$  — некоторый интеграл, не зависящий от  $\eta$ . В частности, вычислим сначала  $I$  для третьего случая, т. е. все электроны находятся в одинаковых слабозбужденных квантовых состояниях.

Пусть  $\delta q \ll 1$ . Тогда основной вклад в  $I$  дает область малых значений  $\rho_{\perp}$ :

$$I = \frac{3}{4} \frac{1}{2\sqrt{\pi} q_0} \left\{ \ln \frac{q_0}{\eta} - \frac{c}{2} - \frac{3}{4} - \frac{\zeta \zeta'}{4} \right\} \quad (16)$$

( $c$  — постоянная Эйлера). Далее мы можем также определить и сечение рассеяния для случая, когда полное число частиц в пучке равно  $N_0$ .

В формуле (6) тогда появится множитель  $\frac{N_0^2}{2}$ . После этого можно сравнить результаты этой работы с полученными в статьях [1, 3, 5]. Для гауссова распределения формулы, приведенные в [2, 5], отличаются от (16) на коэффициент, равный  $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ . Таким образом, вклад от возбуждения осцилляторов (в случае слабого возбуждения) практически не изменяет значения  $I$  по сравнению с гауссовым распределением поперечных импульсов.

Время жизни пучка определяется из формулы

$$\frac{1}{\tau} = \alpha N_0 \quad (17)$$

с

$$\alpha = \frac{2\pi r_0^2 c}{V (\Delta \rho_{\max})^2} I. \quad (18)$$

Вычислим  $I$  при произвольных  $\delta q$ . После некоторых преобразований  $I$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} I = & \frac{3}{4} \frac{1}{2\sqrt{\pi} q_0} \left\{ \int_{\sqrt{1+\eta^2}}^{\infty} du e^{-\frac{u^2-1}{q_0^2}} \left( 4 - \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2-1} \right) - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \zeta \zeta' \right\} - \\ & - \frac{1}{2\sqrt{\pi} q_0^3} \int_{\sqrt{1+\eta^2}}^{\infty} du e^{-\frac{u^2-1}{q_0^2}} \left( 4u^2 - 4 + \frac{1}{u^2} \right) + \\ & + \frac{1}{2\sqrt{\pi} q_0^5} \int_{\sqrt{1+\eta^2}}^{\infty} du \left( 4u^4 - 8u^2 + 5 - \frac{1}{u^2} \right) e^{-\frac{2u-1}{q_0^2}}. \quad (19) \end{aligned}$$

Вычисляя имеющиеся интегралы для  $I$ , находим окончательное выражение

$$\begin{aligned} I = & \frac{3}{4} \frac{1}{2\sqrt{\pi} q_0} \left\{ \left( \ln \frac{2}{\eta} - \frac{7}{4} \right) + \left( 1 + \frac{1}{2q_0^2} \right) e^{\frac{1}{q_0^2}} \left( 1 - \Phi \left( \frac{1}{q_0} \right) \right) - \right. \\ & - \frac{1}{2q_0} \int_0^{\frac{q_0}{2}} dx e^{x^2} (1 - \Phi(x)) - \frac{1}{4} \zeta \zeta' \left. \right\} - \frac{1}{2} \left\{ e^{\frac{1}{q_0^2}} \left( 1 - \Phi \left( \frac{1}{q_0} \right) \right) \times \right. \\ & \times \left[ 1 - \frac{2}{q_0^2} \left( 1 + \frac{1}{2q_0^2} \right) \right] + \frac{1}{\sqrt{\pi} q_0^3} + \frac{1}{q_0} e^{\frac{1}{q_0^2}} \Phi' \left( \frac{1}{q_0} \right) \left. \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2\sqrt{\pi}q_0^5} \left\{ -e^{-\frac{1}{q_0^2}} + \sqrt{\pi} \left[ \left( 1 - \Phi\left(\frac{1}{q_0}\right) \right) \left( \frac{3}{2}q_0^5 - 2q_0^3 + \frac{5}{2}q_0 + \frac{1}{q_0} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \Phi'\left(\frac{1}{q_0}\right)q_0^2 \left( \frac{3}{2}q_0^2 - 2 \right) + \frac{1}{2}q_0^3\Phi''\left(\frac{1}{q_0}\right) \right] \right\} e^{\frac{1}{q_0^2}}. \quad (20)
\end{aligned}$$

Здесь  $\Phi$ ,  $\Phi'$  и  $\Phi''$  — интеграл ошибок и его производные. Разложим формулу (20) в ряд по малым  $\frac{1}{q_0}$ , считая  $q_0 \gg 1$ . Тогда, в частности, в первом порядке по  $\frac{1}{q_0}$  находим

$$I = 1 + \frac{3}{8\sqrt{\pi}q_0} \left( \ln \frac{2}{\eta} - \frac{23}{4} - \frac{\zeta\zeta'}{4} \right). \quad (21)$$

Чтобы оценить точно вклад от возбуждения в этом случае, нужно знать конкретные значения величин  $\eta$  и  $q_0$ , однако в любом случае значение  $I$  так же, как и при малых  $q_0$ , незначительно изменяется по сравнению с гауссовым распределением. Таким образом, если функция распределения вероятности различных значений импульса электрона характеризуется выражением (4), время жизни пучка практически не должно меняться по сравнению с ранее рассмотренными случаями [1, 2, 3].

Приведем значения интеграла  $I$  для случая взаимодействия электронов в состояниях с различными квантовыми числами  $n$  и  $n'$ . Вычисляя интеграл  $I$  с функцией (4), найдем

$$\begin{aligned}
I = & \frac{1}{4\sqrt{\pi}q_0} \left\{ \left( \ln \frac{2}{\eta} - \frac{7}{4} \right) + \left( 1 + \frac{1}{2q_0^2} \right) e^{\frac{1}{q_0^2}} \left( 1 - \Phi\left(\frac{1}{q_0}\right) \right) - \right. \\
& - \frac{1}{2q_0} \int_0^{q_0} dx e^{x^2} (1 - \Phi(x)) - \frac{1}{4} \zeta\zeta' \left. \right\} + \frac{1}{2} \left\{ e^{\frac{1}{q_0^2}} \left( 1 - \Phi\left(\frac{1}{q_0}\right) \right) \times \right. \\
& \times \left[ 1 - \frac{2}{q_0^2} \left( 1 + \frac{1}{2q_0} + \frac{1}{\sqrt{\pi}q_0^3} + \frac{1}{q_0} e^{\frac{1}{q_0^2}} \Phi'\left(\frac{1}{q_0}\right) \right) \right]. \quad (22)
\end{aligned}$$

В предельных случаях  $q_0 \ll 1$  и  $q_0 \gg 1$  из (22) получим соответственно

$$I = \frac{1}{4\sqrt{\pi}q_0} \left\{ \ln \frac{q_0}{\eta} - \frac{c}{2} - \frac{3}{4} - \frac{\zeta\zeta'}{4} \right\} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}q_0} \quad (23)$$

и

$$I = 1 + \frac{1}{4\sqrt{\pi}q_0} \left\{ \ln \frac{2}{\eta} - \frac{23}{4} - \frac{\zeta\zeta'}{4} \right\}. \quad (24)$$

Проведенное рассмотрение справедливо для сравнительно небольших энергий электронов. Если квантовые числа  $n$  и  $n'$  взаимодействующих частиц велики, то среднеквадратичный импульс  $q_0$  можно оценить по формуле (для  $n \sim 10^8$ )

$$q_0 = \sqrt{\frac{\bar{p}^2}{(m_0c)^2}} \approx 3a \cdot 10^{-5} \sqrt{\beta \left( n + \frac{1}{2} \right)} \sim 0,5 \div 1, \quad q < 1.$$

В этом случае для  $I$  можно дать лишь грубую оценку, когда углы рассеяния малы. (Заметим, что основной вклад в рассеяние вплоть до значений  $q_0 \sim 1$  дает область малых углов и малых  $n$  в распределении (4)). Для этого воспользуемся известной аппроксимацией функции  $f$  при больших  $n$  [6]

$$f \approx \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{2n - p^2} \cos^2 \left( \frac{1}{2} p \sqrt{2n - p^2} - \frac{1}{2} n\pi + n \arcsin \frac{p}{\sqrt{2n}} \right),$$

$$q_0 \sim 1, p^2 \ll 2n.$$

Тогда, считая, что  $n \sim n'$ , для функции  $R(p_x)$  приближенно найдем

$$R(p_x) \approx \frac{1}{16n^{3/2}\pi^2 \sqrt{2}} \left( \ln \frac{p_x}{2^{3/2}n^{1/2}} - \frac{1}{4n} \right).$$

(Здесь мы заменили  $\cos^4 \left( \frac{1}{2} \dots \right)$  его максимальным значением  $\frac{1}{4}$  и провели интегрирование по области  $-\sqrt{2n} < p < \sqrt{2n}$ ).

Для  $I$  приближенно найдем

$$I \approx \left| \frac{1}{2^{9/2}n^{3/2}\pi^2} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} \ln^2 2n - \ln^2 \eta \right) - \frac{1}{4n} \left( \frac{1}{2} \ln 2n - \ln \eta \right) \right\} \right|,$$

т. е. с ростом  $n$  значение  $I$  сильно уменьшается. Подчеркнем еще раз, что полученная формула является грубым приближением к реальным условиям, так как в случае больших  $n$  вклад от областей с большим  $p$  может стать существенным.

В заключение следует сказать следующее. Случаи гауссова и прямоугольного распределения поперечного импульса электронов не приводят к существенным различиям в значениях интеграла (2), по крайней мере для предельных случаев  $q_0$ . Константа  $\alpha$ , связанная со временем жизни пучка, имеет одно и то же значение для обоих этих случаев. Если же функция распределения поперечного импульса электронов дается выражением (4) (осциллятор), то получающееся значение  $I$  для рассеяния слабозбужденных осцилляторов также мало изменяется (однако уменьшается) по сравнению с ранее рассмотренными случаями (прямоугольное и гауссово распределение).

Относительный вклад членов, зависящих от поляризации электронов, в сечение рассеяния такой же, как и в работе [5]. Он может быть заметным в нерелятивистской области  $\delta q \ll 1$  и существенно падает для значений  $\delta q \gg 1$ .

Приведем краткую сводку результатов эксперимента *b* Орсе (Франция). Радиационная поляризация электронного пучка измерялась по зависимости интенсивности рассеянных электронов, регистрируемых двумя счетчиками по схеме совпадений, от времени. Согласно теории радиационной поляризации [8] через время  $t \ll \tau$  ( $\tau = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{m^2 c^3}{\hbar^2} \gamma^2 \times$   
 $\times \left( \frac{H}{H_0} \right)^3$  — время релаксации пучок должен быть поляризованным на 96% ( $H_0 = \frac{m^2 c^3}{e\hbar}$ ,  $H$  — напряженность магнитного поля). Это в свою очередь должно привести к падению интенсивности рассеянных электронов со временем. Счетчиками регистрировались электроны, изменившие свою энергию в результате рассеяния в среднем на 7%. Среднеквадратичное значение радиального импульса электронов соответствовало значению  $\delta q \leq 1$ . Энергии электронов в пучке до 536 Мэв. Тогда

из формул (16) и (18) найдем относительный вклад спиновых членов в  $\alpha$ :

$$\alpha \approx \frac{2\pi r_0^2 c}{V (\Delta p_m)^2} \cdot \frac{3}{4 \sqrt{2\pi}} (1 - 0,22 \zeta_1 \zeta_2).$$

Это соответствует уменьшению интенсивности рассеянных электронов через время  $t \gg \tau \approx 1$  час на 22%, что и наблюдалось в эксперименте.

Первые эксперименты по исследованию эффекта Тушека показали, что значение экспериментально измеренной константы  $\alpha$  меньше теоретической примерно в 40 раз [1]. Различие в значении константы было отнесено к пересмотру объема  $V$ , занимаемого взаимодействующими электронами. В нашей работе показано, что учет возбужденных состояний электронов ведет к уменьшению константы  $\alpha$ .

Учет интерференционных явлений при рассеянии осцилляторов предполагается провести несколько позднее.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bernardini C., Gorazza G. F., Giugno G. D. Touschek. Phys. Rev. Lett., **10**, 407, 1963.
2. Uta Völkel. Preprint Desy. 67/5, März. 1967.
3. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. М., 1956.
4. Соколов А. А., Тернов И. М., Лоскутов Ю. М. Квантовая механика. М., 1962.
5. Байер В. Н., Хозе В. А. «Атомная энергия», **25**, 440, 1968.
6. Ватсон. Теория бесселевых функций. М., 1957.
7. Международная конференция по ускорителям. Итака. США, 1971 г.
8. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **153**, 1052, 1963.

Поступила в редакцию  
8.6 1972 г.

Кафедра  
теоретической физики