Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 4 — 1974.

УДК 530.145

Ю. И. КЛИМЕНКО, О. С. ПАВЛОВА, А. И. ХУДОМЯСОВ

ОБ ИНДУЦИРОВАННОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В ПОЛЕ ДВУХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Получены общие выражения для мощности индуцированного излучения релятивистских электронов, движущихся в поле двух электромагнитных волн при облучении третьей электромагнитной волной меньшей интенсивности. Показано также, что индуцированное излучение приводит к преимущественной ориентации спина электрона.

§ 1. Вынужденное излучение электрона, движущегося в поле двух электромагнитных волн. Постановка задачи

Рассмотрим электрон, движущийся в поле плоской электромагнитной волны, бегущей вдоль единичного вектора $\mathbf{n}$ и описываемый векторным потенциалом $\mathbf{A}=\mathbf{A}(\xi)$, $\xi=ct(\mathbf{n}, \mathbf{r})$.

Волновые функции электрона, являющиеся точным решением уравнения Дирака, в рассматриваемой задаче имеют вид [1, 2]

$$\Psi(\mathbf{r}, t)=\frac{N}{L^{3/2}}\begin{pmatrix} k_0+\lambda+(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\pi}) \\ (k_0-\lambda)(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})+(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\pi})\end{pmatrix} U e^{-ic\lambda t+i(\mathbf{k}_\perp\mathbf{r})-if(\xi)}. \tag{1}$$

Здесь и далее используются двухрядные матрицы Паули $\boldsymbol{\sigma}$. Нормировочный коэффициент N и фазовый множитель $f(\xi)$ имеют вид

$$N=\{2\left[k_0^2(1+\gamma^2)+k_\perp^2+\lambda^2\right]^{-1/2},\ \ \gamma^2=\frac{e^2\mathbf{A}^2}{m^2c^4},$$

$$f(\xi)=\frac{1}{2\lambda}\int(k_0^2+\boldsymbol{\pi}^2-\lambda^2)\,d\xi,\ \ \boldsymbol{\pi}=\mathbf{k}_\perp+\frac{e\mathbf{A}}{\hbar c},\ \ \hbar k_0=mc. \tag{2}$$

Входящая в волновую функцию величина $\lambda=K-k_3$ является интегралом движения, $E=c\hbar K$ — полная энергия, $\mathbf{k}_\perp$ — двухмерный волновый вектор, лежащий в плоскости перпендикулярной $\mathbf{n}$, а k_3 — составляющая волнового вектора вдоль $\mathbf{n}$.

Двухкомпонентный спинор U подчиняется уравнению

$$(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{l})U=\zeta U,\ \ \zeta=\pm 1, \tag{3}$$

где произвольное направление $\mathbf{l}$ задается углами η и Φ: $\mathbf{l}(\sin\eta\cos\Phi, \sin\eta\sin\Phi, \cos\eta)$. Следовательно, с помощью спинора U можно разделить все решения (1) по состояниям поляризации спина на произвольное направление $\mathbf{l}$ (3). Решая (3), имеем

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \zeta \sqrt{1+\zeta\cos\eta}\, e^{-i\Phi/2} \\ \sqrt{1-\zeta\cos\eta}\, e^{i\Phi/2} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Представим волну $\mathbf{A}(\xi) = \mathbf{A}_1(\xi) + \mathbf{A}_2(\xi)$ как суперпозицию двух волн с частотами $\omega_1 = c\varkappa_1$ и $\omega_2 = c\varkappa_2$, распространяющимися в одном направлении $\mathbf{n}$ и поляризованными по кругу:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= -\frac{E_1}{\varkappa_1}(\mathbf{e}_1 \sin\varkappa_1\xi - g_1\mathbf{e}_2\cos\varkappa_1\xi), \\ \mathbf{A}_2 &= -\frac{E_2}{\varkappa_2}[\mathbf{e}_1\sin(\varkappa_2\xi+\alpha) - g_2\mathbf{e}_2\cos(\varkappa_2\xi+\alpha)], \end{aligned} \tag{5}$$

где $\mathbf{l}_1$ и $\mathbf{l}_2$ — ортонормированный базис в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волн (ортогональной к вектору $\mathbf{n}$), множитель $g_i = \pm 1$ $(i=1,\ 2)$ определяет круговую поляризацию волн, правую и левую соответственно, E_i $(i=1,\ 2)$ — среднеквадратичная амплитуда волны.

Для исследования индуцированного излучения электрона предположим, что на частицу помимо двух основных волн падает под углом θ к направлению $\mathbf{n}$ третья электромагнитная волна меньшей интенсивности. Эту волну будем предполагать квантованной и настолько слабой интенсивности, чтобы можно было рассмотреть ее влияние по методу теории возмущений.

Очевидно, возмущающее действие третьей волны приведет к вынужденному излучению электрона.

Для решения вопроса о мощности индуцированного излучения необходимо, как известно [4], вычислить матричные элементы. Такие вычисления принципиально ничем не отличаются от соответствующих расчетов при исследовании спонтанного излучения электронов, движущихся в плоской электромагнитной волне, и хорошо известны в литературе [5].

Матричные элементы переходов рассчитываются по точным волновым функциям (1). При переходе из начального состояния $\mathbf{k}_\perp$, λ, ζ в конечное $\mathbf{k}'_\perp$, λ', ζ' выполняются законы сохранения:

$$\mathbf{k}'_\perp - \mathbf{k}_\perp - \varepsilon\varkappa\sin\theta\,\mathbf{S} = 0,\ \mathbf{S} = \frac{\boldsymbol{\varkappa} - \mathbf{n}(\boldsymbol{\varkappa}\mathbf{n})}{\sqrt{\varkappa^2 - (\mathbf{n}\boldsymbol{\varkappa})^2}},$$

$$-\varepsilon\varkappa\cos\theta - \frac{k_0^2(1+\gamma^2) + k_\perp^2 - \lambda^2}{2\lambda} + \frac{k_0^2(1+\gamma^2) + \mathbf{k}'^2_\perp - \lambda'^2}{2\lambda'} = -\varepsilon(n\varkappa_1 + \nu\varkappa_2),$$

$$\gamma^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 = \frac{e^2E_1^2}{m^2c^2\omega_1^2} + \frac{e^2E_2^2}{m^2c^2\omega_2^2}, \quad \begin{aligned} n &= 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \\ \nu &= 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \end{aligned} \tag{6}$$

При $\varepsilon = -1$ идет процесс излучения, т. е. из первой волны электрон поглощает n фотонов частоты ω_1, а из второй — поглощает ν фотонов частоты ω_2 и излучает один фотон частоты ω в третью волну. Следовательно, при излучении третья волна усиливается. $\varepsilon = \pm 1$ соответствует поглощению одного фотона частоты ω из третьей и излучению $n+\nu$ фотонов частоты ω_1 и ω_2 в первую и во вторую. В этом случае первая и вторая волны усиливаются.

Вследствие нестационарности внешнего поля энергия электрона не сохраняется во времени, и поэтому при рассмотрении мощности индуцированного излучения энергию излученного фотона следует определять как разность средних энергий начального и конечного состояний электрона.

Определяя среднюю энергию данного состояния как

$$\bar{E} = \int \Psi^{+'} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi d^3x = \hbar c \frac{k_\perp^2 (1+\gamma^2) + k_\perp^2 + \lambda^2}{2\lambda}, \tag{7}$$

видим, что она не зависит от времени и, следовательно, состояние квазистационарно. Таким образом, под энергией частицы в данном состоянии нужно понимать выражение (7). Тогда, например, при излучении разность энергий начального ($\mathbf{k}_\perp$, λ, ζ) и конечного ($\mathbf{k}'_\perp$, λ', ζ') состояний имеет вид

$$E_1^0 + E_2^0 + \hbar c \frac{k_0^2 (1+\gamma^2) + k_\perp^2 + \lambda^2}{2\lambda} - \Big\{ E_1^0 + E_2^0 - \hbar c (n\varkappa_1 + \nu\varkappa_2) +$$
$$+ \hbar c \frac{k_0^2 (1+\gamma^2) + k_\perp'^2 + \lambda'^2}{2\lambda'} \Big\} = \hbar c \Big\{ n\varkappa_1 + \nu\varkappa_2 -$$
$$- \frac{k_0^2 (1+\gamma^2) + k_\perp'^2 + \lambda'^2}{2\lambda'} + \frac{k_0^2 (1+\gamma^2) + k_\perp^2 + \lambda^2}{2\lambda} \Big\}. \tag{8}$$

Здесь E_1^0, E_2^0 — энергия первой и второй волны. Энергией третьей возмущающей волны пренебрегаем.

§ 2. Вероятность и полная мощность вынужденного излучения электрона

После простых вычислений получим следующие общие выражения для вероятности индуцированного излучения в единицу времени для одного электрона (предполагается, что в начальном состоянии электрон двигается вдоль вектора $\mathbf{n}$ со средней скоростью $v = c\beta_3$):

$$w = 8\pi e^2 \sum_{n,\nu} N^2 N'^2 G \frac{M(\varkappa)}{\hbar\varkappa L^3} | l_2 B_2 + \varepsilon l_3 B_3 |^2,$$

$$Bi = \sum_s I_s(c) F_i(s, n, \nu),$$

$$F_2 = \varepsilon k_0 (\lambda' + \lambda) [g_1\gamma_1 I'_{n-s}(a) I_{\nu+sg}(b) + g_2\gamma_2 I_{n-s}(a) I_{\nu-sg}(b)] \times$$
$$\times \delta_{\zeta,\zeta'} + \Big[k_0 (\lambda - \lambda') (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{s}) - \varepsilon\varkappa\lambda \overline{(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})} \sin\theta - k_0 (\lambda - \lambda') \times$$
$$\times \left(\gamma_1 \frac{n-s}{a} + \gamma_2 \frac{\nu + sg}{b} \right) \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} \Big] I_{n-s}(a) I_{\nu+sg}(b),$$

$$F_3 = - \varepsilon k_0 \overline{(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})} [g_1\gamma_1 I'_{n-s}(a) I_{\nu+gs}(b) + g_2\gamma_2 I_{n-s}(a) I'_{\nu+sg}(b)] \times$$
$$\times [\varepsilon\varkappa \sin^2\theta + (\lambda - \lambda') \cos\theta] + I_{n-s}(a) I_{\nu+sg}(b) \Big\{ \sin\theta \Big[\lambda\lambda' - k_0^2 (1+\gamma) +$$

$$+ \varepsilon\varkappa\lambda\cos\theta - 2\varepsilon k_0^2 g\gamma_1\gamma_2 \frac{s}{c}\Big]\, \delta_{\zeta,\zeta'} + k_0\left(\gamma_1 \frac{n-s}{a}\right) + \gamma_2 \frac{\nu + sg}{c}\Big) \times$$

$$\times \left[(\lambda + \lambda')\cos\theta - \varepsilon\varkappa\sin^2\theta\right] \delta_{\zeta\zeta'} - ik_0\,\overline{(\sigma[\mathbf{sn}])}\,[\varepsilon\varkappa\sin^2\theta + (\lambda - \lambda')\cos\theta]\}. \quad (9)$$

$I_m(x)$, $I_m'(x)$ — функция Бесселя и ее производная целых индексов $n - s$ и $\nu + gs$, причем введены обозначения

$$a = \gamma_1 \frac{k_0\varkappa}{\lambda'\varkappa_1}\sin\theta,\ b = \gamma_2 \frac{k_0\varkappa}{\lambda'\varkappa_2}\sin\theta,\ c = g_1g_2\gamma_1\gamma_2 \frac{k_0^2(\lambda - \lambda')}{\lambda\lambda'(\varkappa_1 - g\varkappa_2)},\ g = g_1g_2.$$

Функция G учитывает «время жизни» возбужденного состояния электрона τ:

$$G(\tau) = 4\tau c\{1 + 4c^2\tau^2[\lambda - \lambda' + \varepsilon\varkappa(1 - \cos\theta)]^2\}^{-1},$$

которое может быть оценено как обратная величина вероятности спонтанного излучения. Число фотонов $M(\varkappa)$, имеющих импульс $\hbar\boldsymbol{\varkappa}$ и частоту $\omega = c\varkappa$ в объеме L^3, связано с вектором электрической напряженности $\mathbf{E}$ третьей волны при помощи соотношения

$$\frac{M(\varkappa)}{L^3} = \frac{m^2c^3\varkappa}{4\pi\hbar e^2}\gamma_3^2 = \frac{\mathrm{E}^2}{4\pi\hbar c\varkappa}.$$

Параметры l_2 и l_3 в формуле (9) характеризуют поляризацию третьей волны, $l_2 = 1$, $l_3 = 0$ или $l_2 = 0$, $l_3 = 1$ — линейную поляризацию; $l_2 = l_3 = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ — правая и левая круговая поляризация, при $l_2 = l_3 = 1$ или $l_2l_3 = 0$ волна неполяризованная.

Матричные элементы матриц Паули легко вычисляются с помощью спинора (4):

$$\bar{\sigma} = \zeta\frac{1 + \zeta\zeta'}{2}\mathbf{l} + \frac{1 - \zeta\zeta'}{2}\frac{[\mathbf{l}\,[\mathbf{ln}]] - i\zeta\,[\mathbf{ln}]}{\sqrt{1 - (\mathbf{ln})^2}}.$$

Выражения (9) с учетом (6) полностью описывают вероятность индуцированного излучения $\varepsilon = -1$ и поглощения $\varepsilon = 1$ электрона в поле двух электромагнитных волн круговой поляризации.

Если в области пересечения трех волн находится не один, а N электронов, то вероятность излучения (9) следует умножить на N.

Наибольший практический интерес представляет случай слабой напряженности поля, т. е. $\gamma \ll 1$ ($\gamma_1 \ll 1$, $\gamma_2 \ll 1$). Проводя разложение в (9) по γ, получим для вероятности индуцированного излучения следующее выражение:

$$w = \frac{1}{2}\frac{m^2c^3}{\hbar^2}\gamma_3^2 \sum_{n,\nu} N^2N'^2G(\tau)\,|\,l_2Q_2 + \varepsilon l_3Q_3\,|^2, \quad (10)$$

$$Q_2 = \varepsilon k_0(\lambda + \lambda')\left[\mu g_1\gamma_1\delta_{n,\mu}\left(\delta_{\nu,0} + \frac{1}{2}\mu'\delta_{\nu,\mu'}b\right) + \mu' g_2\gamma_2\delta_{\nu,\mu'}\left(\delta_{n,0} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{2}\mu a\,\delta_{n,\mu}\right)\right]\delta_{\zeta,\zeta'} + 2\left(\delta_{n,0} + \frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\left(\delta_{\nu,0} + \frac{1}{2}\mu' b\,\delta_{\nu,\mu'}\right) \times$$

$$\times\left[k_0(\lambda - \lambda')\,\overline{(\sigma\mathbf{s})} - \varepsilon\varkappa\lambda\,\overline{(\sigma\mathbf{n})}\sin x\theta - k_0(\lambda - \lambda')\left(\gamma_1\frac{n}{a} + \gamma_2\frac{\nu}{b}\right)\overline{(\sigma\mathbf{n})}\right],$$

$$Q_3 = -\varepsilon x_0\,\overline{(\sigma\mathbf{n})}\left[\mu\gamma_1 g_1\delta_{n,\mu}\left(\delta_{\nu,0} + \frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu,\mu'}\right) + \right.$$

$$+\mu'\gamma_2 g_2\delta_{\nu,\mu'}\left(\delta_{n,0}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\Big][\varepsilon\varkappa\sin^2\theta+(\lambda-\lambda')\cos\theta]+$$

$$+2\left(\delta_{n,0}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\left(\delta_{\nu,0}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu,\mu'}\right)\Big\{\sin\theta\,[\lambda\lambda'-x_0^2(1+\gamma^2)+$$

$$+\varepsilon\varkappa\lambda\cos\theta]\,\delta_{\zeta,\zeta'}-k_0\left(\gamma_1\frac{n}{a}+\gamma_2\frac{\nu}{b}\right)\delta_{\zeta\zeta'}[\varepsilon\varkappa\sin^2\theta-$$

$$-(\lambda'+\lambda)\cos\theta]-ik_0(\boldsymbol{\sigma}[\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}])\,[\varepsilon\varkappa\sin^2\theta+(\lambda-\lambda')\cos\theta]\Big\}.$$

$$\mu=\pm1,\quad \mu'=\pm1.$$

Таким образом, для случая слабых волн наиболее вероятны переходы $n=0$, μ; $\nu=0$, μ'. Выражение (10) при $n=0$, $\nu=\mu'$ или при $n=\mu$, $\nu=0$ описывает вероятность индуцированного излучения электрона в одной волне.

Полная мощность излучения получается из (9) и (10) умножением вероятности на величину $\hbar c[\lambda-\lambda'-\varepsilon(n\varkappa_1+\nu\varkappa_2)\cos\theta]$ и суммированием по $\varepsilon=\pm1$. Если точные оценки вероятности и мощности излучения удобно проводить исходя из выражений (9) и (10), то для качественного анализа заметим, что функция $G(\tau)$ достигает максимального значения лишь в малой области значений параметров, лежащих около точки, где выполняется равенство $\lambda-\lambda'+\varepsilon\varkappa(1-\cos\theta)=0$. Поэтому с достаточной степенью точности можно считать, что основной вклад в вероятность вносят лишь те переходы, для которых квантовые числа конечного состояния электрона удовлетворяют, помимо (6), условию

$$\lambda'-\lambda-\varepsilon\varkappa(1-\cos\theta)=0. \tag{11}$$

Совместное решение уравнений (6) и (11) приводит к выводу, что такой процесс идет лишь в случае, если $\varkappa$ определяется формулой

$$\varkappa=\frac{(1-\beta_3)(n\varkappa_1+\nu\varkappa_2)}{1-\beta_3\cos\theta-\varepsilon\dfrac{n\varkappa_1+\nu\varkappa_2}{k_0}\sqrt{\dfrac{1-\beta_3^2}{1+\gamma^2}}(1-\cos\theta)}=\frac{1+\beta_3\cos\theta'}{1+\beta_3}\;\frac{n\varkappa_1+\nu\varkappa_2}{1-\varepsilon p(1-\cos\theta')}, \tag{12}$$

причем p и λ могут быть выражены через β_3, соотношениями

$$\lambda=k_0\sqrt{\frac{1-\beta_3}{1+\beta_3}(1+\gamma^2)},\quad p=\frac{n\varkappa_1+\nu\varkappa_2}{k_0}\sqrt{\frac{1-\beta_3}{(1+\gamma^2)(1+\beta_3)}},$$

а угол θ' связан с углом θ преобразованием Лоренца

$$\cos\theta=\frac{\beta_3+\cos\theta'}{1+\beta_3\cos\theta'}.$$

Формула (10), например, при этом имеет вид

$$w=\frac{ck_0^2}{8}\gamma_3^2(1-\beta_3^2)\sum_{n,\nu}\frac{G(\tau)\,|\,l_2S_2+\varepsilon l_3S_3\,|^2}{1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')}, \tag{13}$$

$$S_2=\varepsilon\left[1-\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\right]\Big[\mu\gamma_1 g_1\delta_{n,\mu}\left(\delta_{\nu,0}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu,\mu'}\right)+$$

$$+\mu'\gamma_2 g_2\delta_{\nu,\mu'}\left(\delta_{n,0}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\Big]\delta_{\zeta,\zeta'}-\varepsilon p(1-\cos\theta')\times$$

$$\times\left(\delta_{n,0}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\left(\delta_{\nu,0}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu,\mu'}\right)[(\overline{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{s}})+(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})\operatorname{ctg}\theta'],$$

$$S_3=-\frac{p}{2}(1-\cos\theta')(\overline{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}})\left[\mu\gamma_1 g_1\delta_{n,\mu}\left(\delta_{\nu,0}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu,\mu'}\right)+\right.$$

$$\left.+\mu'\gamma_2 g_2\delta_{\nu,\mu'}\left(\delta_{n,0}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\right]+2\left(\delta_{n,0}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n,\mu}\right)\times$$

$$\times\left(\delta_{\nu,0}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu,\mu'}\right)\left\{\left[1-\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\right]\operatorname{ctg}\theta'\delta_{\zeta,\zeta'}-\right.$$

$$\left.-i\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\overline{(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{sn}])}\right\},$$

где

$$a=\gamma_1\frac{n\varkappa_1+\nu\varkappa_2}{\varkappa_1}\sin\theta',\ b=\gamma_2\frac{n\varkappa_1+\nu\varkappa_2}{\varkappa_2}\sin\theta'.$$

Усредняя по начальным и суммируя по конечным значениям проекций спина формулу (13), получим выражение для полной вероятности индуцированного излучения неполяризованного электрона:

$$w=\frac{ck_0^2}{8}\gamma_3^2(1-\beta_3^2)\sum_{n,\nu}\frac{G(\tau)(l_2^2\Phi_3+l_2l_3\Phi_l+l_3^2\Phi)}{1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')},$$

$$\Phi_2=\left[1-\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\right]^2\left[\mu\gamma_1 g_1\delta_{n_1\mu}\left(\delta_{n_10}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu_1\mu'}\right)+\right.$$

$$\left.+\mu'\gamma_2 g_2\delta_{\nu_1\mu'}\left(\delta_{n_10}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n_1\mu}\right)\right]^2+p^2\frac{1-\cos\theta'}{1+\cos\theta'}\left(\delta_{n_10}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n_1\mu}\right)^2\left(\delta_{\nu_10}+\frac{1}{2}\mu' b\,\delta_{n_1\mu}\right)^2\left(\delta_{\nu_10}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu_1\mu'}\right)^2,$$

$$\Phi_3=\frac{p^2}{4}(1-\cos\theta')\left[\mu\gamma_1 g_1\delta_{n_1\mu}\left(\delta_{\nu_10}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu_1\mu'}\right)+\right.$$

$$\left.+\mu'\gamma_2 g_2\delta_{\nu_1\mu'}\left(\delta_{n_10}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n_1\mu}\right)\right]^2+4\left(\delta_{n_10}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n_1\mu}\right)^2\times$$

$$\times\left(\delta_{\nu_10}+\frac{1}{2}\mu' b_{\nu_1\mu'}\right)^2\left\{\left[1-\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\right]^2\operatorname{ctg}^2\theta+\frac{p^2}{4}(1-\cos\theta')^2\right\}.$$

$$\Phi_l=4\operatorname{ctg}\theta'\left(\delta_{n_10}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n_1\mu}\right)\left(\delta_{\nu_10}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu_1\mu'}\right)\times$$

$$\times\left[\mu\gamma_1 g_1\delta_{n_1\mu}\left(\delta_{\nu_10}+\frac{1}{2}\mu' b\delta_{\nu_1\mu'}\right)+\mu'\gamma^2 g_2\delta_{\nu_1\mu'}\left(\delta_{n_10}+\frac{1}{2}\mu a\delta_{n_1\mu}\right)\right],\quad(14)$$

а мощность излучения получается умножением вероятности (14) на $\varepsilon c\hbar\varkappa$, где $\varkappa$ определяется формулой (12) и суммированием по ε.

Рассмотрим случай, когда в системе электрон и три волны происходит обмен двумя фотонами. Тогда возможно индуцированное излучение на суммарной и разностной частотах

$$c\varkappa=\frac{(\omega_1\pm\omega_2)(1+\beta_3\cos\theta')}{(1+\beta_3)[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')]}.\quad(15)$$

Вероятность такого процесса выражается формулой

$$w = \frac{ck_0^2}{32}\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2(1-\beta_3^2)\frac{(\varkappa_1\pm\varkappa_2)^2}{\varkappa_1^2\varkappa_2^2}G(\tau)\sin^2\theta'\frac{l_2^2R_2+l_3^2R_3+l_2l_3R_l}{1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')},$$

$$R_2 = (\varkappa_1g_1+\varkappa_2g_2)^2\left[1-\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\right]^2+\frac{p^2}{4}(1-\cos\theta')^2(\varkappa_1\pm\varkappa_2)^2,$$

$$R_3 = (\varkappa_1\pm\varkappa_2)^2\cos^2\theta'\left[1-\frac{\varepsilon p}{2}(1-\cos\theta')\right]^2+$$

$$+\frac{p^2}{4}(1-\cos\theta')^2[(\varkappa_1g_1+\varkappa_2g_2)^2+(\varkappa_1\pm\varkappa_2)^2\sin^2\theta'],$$

$$R_l = 2\cos\theta'(\varkappa_1\pm\varkappa_2)(\varkappa_1g_1+\varkappa_2g_2)\left[1-\varepsilon p(1-\cos\theta')+\frac{p^2}{2}(1-\cos\theta')^2\right].$$

Процесс, описываемый этой формулой, по-видимому, доступен экспериментальному наблюдению при использовании мощных лазерных пучков света.

§ 3. Поведение спина электрона при индуцированном излучении

Рассмотрим подробно вопрос о направленности в процессе изменения ориентации спина электрона, происходящей вследствие воздействия третьей волны. Из общей вероятности процесса можно выделить часть, соответствующую вероятности переходов с переориентацией спина (т. е. переходы, при которых $\zeta=-\zeta'$). Вероятность таких переходов зависит от ζ, т. е. от начальной ориентации спина, следовательно, спин электронов, вначале неполяризованных, приобретает некоторое преимущественное направление, т. е. электроны поляризуются. Вероятность переворота спина определяет степень поляризации электронного пучка [4]. Наиболее ярко этот эффект проявляется при ориентации спина электрона вдоль направления движения волн $\mathbf{l}=\mathbf{n}$ (что соответствует $\eta=0$, $\Phi=0$). В этом случае из (9) для вероятности переходов с переворотом спина получим

$$w = 2ck_0^2\gamma_3^2\sum_{n_1\nu}N^2N^2G(\tau)\Big|\sum_s I_s(c)\,I_{n-s}(a)\,I_{\nu+gs}(b)\,[(\lambda-\lambda')\,l_2-$$

$$-\varepsilon\zeta l_3((\lambda-\lambda')\cos\theta+\varepsilon\varkappa\sin^2\theta)]\Big|^2.$$

При выполнении условия (11) имеем более простое выражение

$$w = \frac{ck_0^2}{8}\gamma_3^2\frac{1-\beta_3^2}{1+\gamma^2}\sum_{n_1\nu}\frac{p^2(1-\cos\theta')^2(l_2+\varepsilon\zeta l_3)^2G(\tau)}{1+p(p-\varepsilon)(1+\beta_3)(1-\cos\theta')}\times$$

$$\times\Big|\sum_s I_s(c)\,I_{n-s}(a)\,I_{\nu+sg}(b)\Big|^2.$$

Отсюда видно, что наибольшая степень поляризации и наибольшая вероятность достигается при круговой поляризации третьей волны $\left(l_2=g'l_3=\frac{1}{\sqrt{2}},\ g'=\pm1\right)$. Множитель $l_2+\varepsilon\zeta l_3$ равен либо нулю, либо двум, следовательно, возможна преимущественная поляризация электронов.

Авторы признательны проф. И. М. Тернову и В. Г. Багрову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков Д. М. ЖЭТФ, 1286, 1937.
2. Гольдман И. И. ЖЭТФ, **46**, 1412, 1964.
3. Ternov I. M., Bagrov V. G., Khapaev A. M. Ann. d. Phys., **22**, 25, 1968.
4. Сб. «Синхротронное излучение». М., 1966.
5. Тернов И. М., Багров В. Г., Клименко Ю. И. «Изв. вузов», физика, **2**, 50, 1968.
6. Багров В. Г., Клименко Ю. И., Халилов В. Р. ЖЭТФ, **57**, 922, 1969.

Поступила в редакцию
8.9 1972 г.

Кафедра
теоретической физики