

Однако из (6) следует, что S_K^U — знакпеременная функция, это объясняется тем, что при изменении U изменяются не только коэффициенты модуляции емкости параметрических диодов, но и ξ . Последний эффект становится доминирующим после того, как x превысит некоторую критическую величину. Из (6) также следует, что значение U , при котором $S_K^U = 0$ практически совпадает со значением, соответствующим точной настройке контура усилителя в резонанс на частоту каначки. Так при $K > 10^3$ условие $S_K^U = 0$ выполняется при $x \approx 10^{-6}$, тогда как для изменения K на 10% за счет увеличения расстройки требуется изменение U , более чем на два порядка превышающее указанную величину.

Результаты экспериментального исследования стабильности сверхрегенеративного параметрического видеоусилителя, полученные при $K = 6 \cdot 10^3$, приведены во второй строке таблицы. В третьей строке таблицы приведены результаты измерения стабильности того же усилителя, но в отсутствие сверхрегенерации, когда усилитель работает в обычном регенеративном режиме [4] с $K = 80$. Из таблицы следует, что результаты экспериментального исследования сверхрегенеративного параметрического видеоусилителя подтверждают выводы теории и показывают, что использование сверхрегенерации в параметрических видеоусилителях позволяет повысить коэффициент усиления при том же порядке стабильности усилителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов А. А., Ченятин Ю. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 4, 426—431, 1970.
2. Белов А. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 5, 563—567, 1971.
3. Белов А. А. «Радиотехника и электроника», 16, 1716—1821, 1971.
4. Белов А. А. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 2, 31—37, 1969.

Поступила в редакцию
30.5 1972 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 62—501.224—501.7—508

Г. А. БЕНДРИКОВ, В. В. ВОЛКОВ

НОВЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТРАЕКТОРИЙ КОРНЕЙ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В работе [1] методом траекторий корней рассмотрены одноконтурные системы с характеристическим уравнением вида

$$\Phi_n(p) e^{p\tau} + K\Psi_m(p) = 0, \quad (1)$$

где Φ_n и Ψ_m — полиномы с действительными коэффициентами от $p = \delta + j\omega$ целых степеней n и m соответственно, K — коэффициент усиления, являющийся свободным параметром, τ — время запаздывания. Если в качестве свободного выбирается другой параметр, а также для многоконтурных систем с одним блоком запаздывания, характеристическое уравнение в общем случае приводится к виду

$$\Phi_n(p) e^{p\tau} + \Lambda_q(p) + \rho[\Psi_m(p) e^{p\tau} + \Theta_l(p)] = 0. \quad (2)$$

Здесь Λ_q и Θ_l — полиномы степеней q и l , ρ — любой линейный параметр.

В уравнении (1) имеется $n+m$ основных (начальных и предельных) точек в конечной области комплексной плоскости p плюс бесконечное число их, находящихся в бесконечности. Поэтому существенным свойством траекторий корней уравнения (1) является наличие горизонтальных асимптот. Для уравнения (2) начальные ($\rho=0$) и предельные ($\rho \rightarrow \pm\infty$) точки определяются из уравнений

$$\Phi_n(p) e^{p\tau} + \Lambda_q(p) = 0, \quad (3)$$

$$\Psi_m(p) e^{p\tau} + \Theta_l(p) = 0. \quad (4)$$

Отсюда следует, что бесконечное число начальных и предельных точек может находиться в конечной (по δ) области плоскости p . Каждое из этих уравнений можно исследовать в зависимости от своих параметров, являющихся для исходного уравнения (2) параметрами семейств. При этом уравнение (3) или (4) сводится либо к виду (2), либо к более простому виду (1) или уравнению без запаздывания [2]. Наличие в конечной по δ области бесконечного числа начальных и предельных точек и возможность их перемещения в зависимости от параметров семейств позволяют осуществить большое многообразие корневых годографов систем, описываемых уравнением (2). Их асимптотические свойства существенно отличаются от свойств траекторий корней уравнения (1). Для выяснения этих свойств получим основное фазовое уравнение. Для этого выразим ρ через его модуль и аргумент

$$-\rho = \left| \frac{\Phi e^{p\tau} + \Lambda}{\Psi e^{p\tau} + \Theta} \right| e^{j\gamma}. \quad (5)$$

Так как по своему физическому смыслу ρ принимает только действительные значения, то фаза γ должна равняться целому числу π . С учетом этого основное фазовое уравнение сводится к виду

$$\begin{aligned} & |\Phi\Psi| e^{2\delta\tau} \sin\left(\sum_1^n \varphi - \sum_1^m \psi\right) + \left[|\Phi\Theta| \sin\left(\sum_1^n \varphi + \omega\tau - \sum_1^l \theta\right) + \right. \\ & \left. + |\Psi\Lambda| \sin\left(\sum_1^q \lambda - \sum_1^m \psi - \omega\tau\right) \right] e^{\delta\tau} + |\Lambda\Theta| \sin\left(\sum_1^q \lambda - \sum_1^l \theta\right) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь φ , λ , ψ , θ — углы, образованные с действительной осью векторами, проведенными из точек расположения корней соответствующих полиномов в точку комплексной плоскости p .

При вычислении на ЦВМ для программирования удобнее использовать аналитическое уравнение траекторий корней. Его получаем, приравнявая нулю действительную и мнимую части (2) и исключая свободный параметр ρ . Опуская выкладки, имеем

$$\begin{aligned} & (\Phi_r \Psi_j - \Phi_j \Psi_r) e^{2\delta\tau} + [(\Phi_r \Theta_j - \Phi_j \Theta_r + \Lambda_r \Psi_j - \Lambda_j \Psi_r) \cos \omega\tau + \\ & + (\Lambda_r \Psi_r + \Lambda_j \Psi_j - \Phi_r \Theta_r - \Phi_j \Theta_j) \sin \omega\tau] e^{\delta\tau} + \Lambda_r \Theta_j - \Lambda_j \Theta_r = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где индексы r и j означают действительную и мнимую части соответствующих полиномов, которые являются здесь функциями δ и ω . Для вычисления значений параметра в интересующих точках траекторий применимы различные формулы, например полученные из действительной или мнимой части (2) или путем вычисления модуля в (5).

Рассмотрим асимптотические свойства траекторий корней уравнения (2).

При $\delta \rightarrow -\infty$ ветви траекторий корней стремятся к асимптотам, соответствующим приближенному характеристическому уравнению

$$\Lambda_q(p) + \rho \Theta_l(p) = 0. \quad (8)$$

Как известно [2], центр асимптот такого уравнения определяется по формуле

$$a_-^* = \frac{\sum_1^q p_\lambda - \sum_1^l p_\theta}{q - l}, \quad (9)$$

а наклон асимптот

$$\alpha_- = \frac{N\pi}{q - l}. \quad (10)$$

Из всех углов α_- нужно выбрать лежащие во втором и третьем квадрантах, т. е. $\frac{\pi}{2} < \alpha_- < \frac{3\pi}{2}$. Для построения корневого годографа можно пользоваться приближенным уравнением траекторий корней

$$\Lambda_r \Theta_j - \Lambda_j \Theta_r = 0. \quad (11)$$

При $\delta \rightarrow \infty$ асимптоты траекторий корней уравнения (2) соответствуют асимптотам приближенного уравнения

$$\Phi_n(p) + p\Psi_m(p) = 0.$$

Центр этих асимптот и их наклон определяются формулами

$$a_+^* = \frac{\sum_1^n p_\varphi - \sum_1^m p_\psi}{n - m},$$

и

$$\alpha_+ = \frac{N\pi}{n - m}. \quad (12)$$

Значения α_+ должны удовлетворять условию $-\frac{\pi}{2} < \alpha_+ < \frac{\pi}{2}$.

Для построения траекторий можно пользоваться приближенным уравнением

$$\Phi_r \Psi_j - \Phi_j \Psi_r = 0.$$

В выражениях (9) и (12) $p_\lambda, p_\theta, p_\varphi, p_\psi$ — корни соответствующих полиномов.

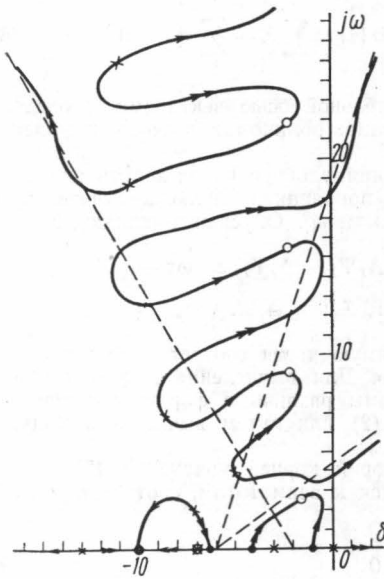


Рис. 1

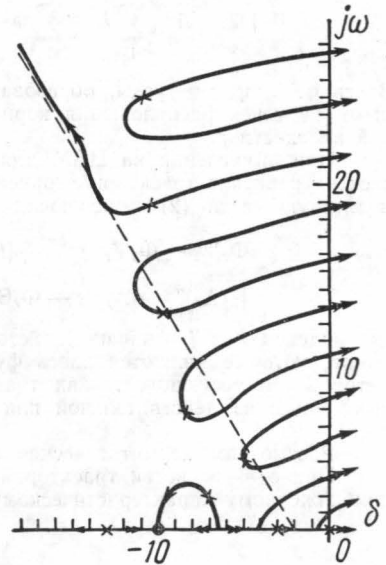


Рис. 2

Траектории корней уравнения

$$p(p+3)(p+7)(p+13)(p^2+10p+41)[(p+10)^2 e^{p\tau} + \sigma_1] + \\ + p(p+10)^2 [(p+3)e^{p\tau} + \sigma_2(p+7)] = 0$$

представлены на рис. 1 (параметры семейств $\sigma_1=0,01, \sigma_2=0,1$).

Остановимся на тех случаях, когда один из полиномов в (2) тождественно равен нулю (в случае тождественного равенства нулю двух полиномов уравнение сводится к рассмотренным в [1, 2]). Основные фазовые уравнения и аналитические уравнения траекторий корней для этих случаев получаются непосредственно из уравнений (6) и (7). Пусть для определенности $\Lambda_q(p) \equiv 0$. Характеристическое, основное фазовое и аналитическое уравнение траекторий корней принимают вид

$$\Phi_n(p) e^{p\tau} + p[\Psi_m(p) e^{p\tau} + \Theta_l(p)] = 0,$$

$$|\Psi| e^{\delta\tau} \sin \left(\sum_1^n \varphi - \sum_1^m \psi \right) + |\Theta| \sin \left(\sum_1^n \varphi + \omega\tau - \sum_1^l \theta \right) = 0,$$

$$(\Phi_r \Psi_j - \Phi_j \Psi_r) e^{\delta\tau} + (\Phi_r \Theta_j - \Phi_j \Theta_r) \cos \omega\tau - (\Phi_r \Theta_r + \Phi_j \Theta_j) \sin \omega\tau = 0.$$

Асимптотика при $\delta \rightarrow \infty$ совпадает с правой асимптотикой траекторий корней уравнения (2) и определяется уравнениями (8–11). При $\delta \rightarrow -\infty$ асимптоты соответствуют асимптотам уравнения

$$\Phi_n(p) e^{p\tau} + \rho \Theta_l(p) = 0.$$

Ими являются горизонтальные прямые, определяемые из $\omega\tau = N\pi$.

Подобные же результаты получаются и при тождественном равенстве нулю других полиномов. При $\Theta_l(p) \equiv 0$ набор горизонтальных асимптот тоже слева, а при $\Phi_n(p) \equiv 0$ или $\Psi_m(p) \equiv 0$ — справа.

Траектории корней уравнения

$$p(p+3)(p+13)(p^2+10p+41)[(p+10)^2 e^{p\tau} + \sigma] + \rho(p+10)^2 = 0,$$

соответствующего уравнения (2), при $\Psi \equiv 0$ представлены на рис. 2 (параметр семейства $\sigma = 0,01$).

Таким образом, изложенное является обобщением полученных ранее результатов для систем без запаздывания [2] и одноконтурных систем с запаздыванием с коэффициентом усиления в качестве свободного параметра [1]. Одна из существенных особенностей корневых годографов уравнения (2) — возможность присутствия бесконечного количества начальных и предельных точек в конечной по δ области комплексной плоскости p . Асимптотика траекторий корней уравнения (2) есть совокупность асимптот указанных двух случаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бендриков Г. А., Конев Ф. Б. «Автоматика и телемеханика», № 4, 1969.
2. Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф. Траектории корней линейных автоматических систем. М., 1964.

Поступила в редакцию
4.6 1973 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 530.145

А. Б. КУКАНОВ, Н. Д. НАУМОВ

ПЕРЕМЕННЫЙ ЗАРЯЖЕННЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР В НЕСТАЦИОНАРНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В последнее время нестационарные задачи квантовой механики [1–5] и квантовой электродинамики [6–8] стали предметом тщательного исследования. Настоящая работа посвящена нахождению явного вида функции Грина переменного пространственного осциллятора, помещенного в нестационарное электромагнитное поле

$$E(t) = \{0, E_2(t), E_3(t)\}, \quad H(t) = \{0, 0, H(t)\},$$

и некоторым ее применениям. Потенциалы поля зададим в виде

$$A = \frac{H_0}{2} f(t) \{-y, x, 0\}, \quad \varphi = -E_2(t)y - E_3(t)z. \quad (1)$$

Функцию $f(t)$ и компоненты электрического поля $E_2(t)$ и $E_3(t)$ зададим следующим образом:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t'; \\ \frac{H}{H_0} & t \rightarrow \infty; \end{cases} \quad E_i(t) = \begin{cases} E_{i0} & t \leq t', \\ E_i & t \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (2)$$