

5. Шишков А. Г., Осуховский В. Э. В сб.: «Физика магнитных пленок». Иркутск, 1968.  
 6. Костяков В. А. «Изв. вузов», сер. физич., 31, 750, 1967.

Поступила в редакцию  
 29.9 1972 г.

Кафедра  
 физики колебаний

УДК 621.316.5:537

К. К. ЛИХАРЕВ, В. К. СЕМЕНОВ

## СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ФЛУКТУАЦИЙ НАПРЯЖЕНИЯ В ТОЧЕЧНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОНТАКТАХ

Для оценки предельных характеристик устройств, в которых применяются точечные сверхпроводящие контакты, необходимо выяснение вопроса об интенсивности собственных флуктуаций в таких контактах. Асимптотическое выражение для спектра флуктуаций напряжения, справедливое при достаточно малой интенсивности флуктуаций эффективного источника, было получено в [1].

В настоящей работе найдена спектральная плотность флуктуаций напряжения  $S_V(\omega)$  при произвольной интенсивности эффективного источника шумового тока, а также уточнены пределы применимости результатов работы [1].

Рассмотрение проводится в рамках обычной модели [2] в предположении, что шум является тепловым [1, 3, 4]. При этом шум эффективного источника считается белым, что делает возможным применение аппарата уравнений ЭФП<sup>1</sup>.

Спектральная плотность процесса  $\xi(t)$  со стационарными приращениями на частоте  $\omega$ , если известна структурная функция  $D_\xi(t)' = \langle [\xi(t+t') - \xi(t)]^2 \rangle$ , может быть найдена следующим образом (см., например, [5]):

$$S_\xi(\omega) = -\frac{1}{4\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} D_\xi(t') \exp\{-j\omega t'\} dt'. \quad (1)$$

Учитывая, что спектральная плотность процесса  $d\xi/dt$  связана со спектральной плотностью процесса  $\xi$  соотношением  $S_{d\xi/dt}(\omega) = \omega^2 \times S_\xi(\omega)$ , можно выписать исходное выражение для спектра флуктуаций напряжения  $v \equiv d\theta/d\tau$ :

$$g(\Omega) = -\frac{\Omega^2}{2\Gamma} \oint_{-\infty}^{\infty} \iint (\theta_1 - \theta)^2 \sigma(\theta) \sigma(\theta | \theta_1, \tau) \exp\{-j\Omega\tau\} d\tau d\theta d\theta_1. \quad (2)$$

Здесь  $g(\Omega) = S_V(\omega)/(kTR/\pi)$  — спектральная плотность флуктуаций напряжения, нормированная на ее значение в нормальном состоянии;  $\sigma(\theta)$  и  $\sigma(\theta | \theta_1, \tau)$  стационарная и условная плотности вероятности фазы  $\theta$ , которые находятся из стационарного и нестационарного уравнений ЭФП:

$$0 = -\frac{d}{d\theta} [(\bar{i} + \cos \theta) \sigma(\theta)] + \Gamma \frac{d^2}{d\theta^2} \sigma(\theta), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \sigma(\theta | \theta_1, \tau) = -\frac{\partial}{\partial \theta_1} [(\bar{i} + \cos \theta_1) \sigma(\theta | \theta_1, \tau)] + \Gamma \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \sigma(\theta | \theta_1, \tau) \quad (3')$$

с обычными начальными условиями и условиями нормировки:

<sup>1</sup> В применяемом методе решения уравнений ЭФП в отличие от обычных [5, 6] существенно используется конкретный вид нелинейности ( $\sin \phi$ ), что значительно упрощает задачу.

$$\sigma(\sigma) = \sigma(\vartheta + 2\pi), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\vartheta) d\vartheta = 1, \quad (4)$$

$$\sigma(\vartheta | \vartheta_1, 0) = \delta(\vartheta - \vartheta_1), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\vartheta | \vartheta_1, \tau) d\vartheta_1 = 1.$$

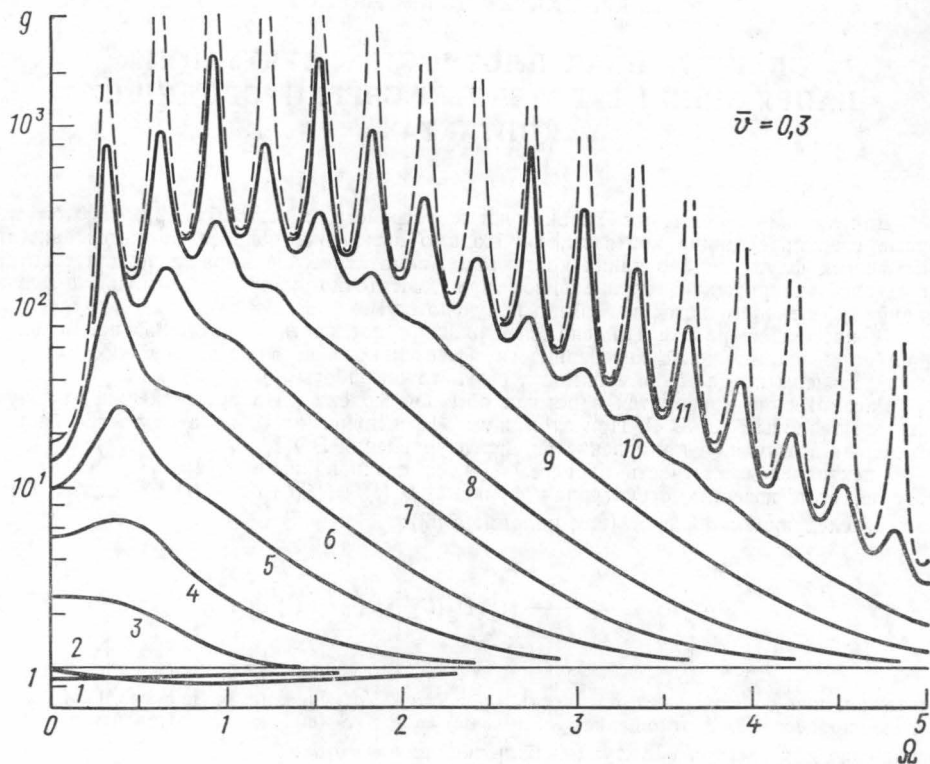


Рис. 1. Зависимость спектральной плотности флуктуаций напряжения от частоты для двух значений среднего напряжения на контакте при различных значениях интенсивности флуктуаций тока  $\Gamma$ : 1 —  $\Gamma=2$ , 2 —  $6,7 \cdot 10^{-1}$ ; 3 —  $2 \cdot 10^{-1}$ ; 4 —  $6,7 \cdot 10^{-2}$ ; 5 —  $2 \cdot 10^{-2}$ ; 6 —  $6,7 \cdot 10^{-3}$ ; 7 —  $2 \cdot 10^{-3}$ ; 8 —  $6,7 \cdot 10^{-4}$ ; 9 —  $2 \cdot 10^{-4}$ ; 10 —  $6,7 \cdot 10^{-5}$ ; 11 —  $2 \cdot 10^{-5}$ . Пунктиром проведены зависимости, полученные из корреляционной теории [1] (малые шумы)

В формулах (2)–(4)  $\Omega = \omega/\omega_0$  — безразмерная частота наблюдения,  $\Gamma = 2ekT/hI_0$  — относительная интенсивность флуктуаций тока. Остальные обозначения те же, что и в работе [4].

Введем следующие обозначения:

$$B_k(\Omega) = j \frac{\Omega}{2\Gamma} \oint \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\vartheta_1 - \vartheta) \sigma(\vartheta) \sigma(\vartheta | \vartheta_1, \tau) \exp\{-j(k\vartheta_1 + \Omega\tau)\} d\tau d\vartheta d\vartheta_1, \quad (5)$$

$$\sigma_{k,0} = j \Omega \oint \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\vartheta) \sigma(\vartheta | \vartheta_1, \tau) \exp\{-j(k\vartheta_1 + \Omega\tau)\} d\tau d\vartheta d\vartheta_1.$$

Введенные таким образом величины  $\sigma_{k,0}$  не зависят от  $\Omega$  ( $\Omega \neq 0$ ) и совпадают с величинами  $\sigma_{k,0}$ , которые определены в работе [4] при  $i_1=0$ .

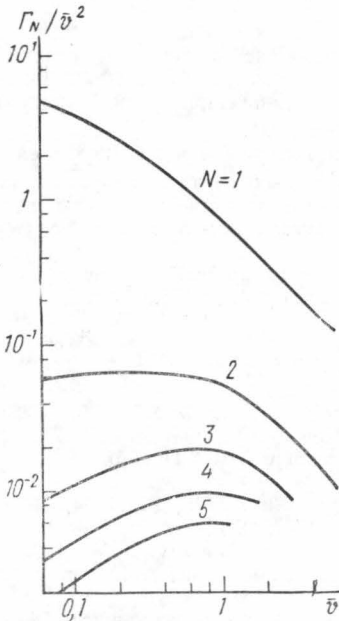


Рис. 2. Зависимость пороговых интенсивностей флуктуаций тока  $\Gamma_N$  от среднего напряжения на контакте  $v$ . При  $\Gamma > \Gamma_N$  исчезает максимум функции  $g(\Omega)$ , соответствующий гармонике джозефсоновской генерации с номером  $N$ . Эта зависимость отложена только для тех  $v$  при которых  $g(Nv) - 1 > 10^{-3}$

После умножения уравнения (3') на  $(\vartheta_1 - \vartheta)^2 \sigma(\vartheta) \exp\{-j\Omega\tau\}$  и интегрирования по трем аргументам ( $\tau, \vartheta, \vartheta_1$ ) получаем

$$g(\Omega) = 1 + \text{Re} [B_1(\Omega) + B_1(-\Omega)]. \quad (6)$$

Для нахождения величины  $B_1(\Omega)$  умножаем уравнение (3') на  $(\vartheta_1 - \vartheta) \sigma(\vartheta) \exp\{-j\Omega\tau\}$  и интегрируем по тем же аргументам. Тогда получаем

$$2[(\bar{i} + \Omega/k) - jk\Gamma] B_k(\Omega) + B_{k-1}(\Omega) + B_{k+1}(\Omega) + \sigma_{k,0} = 0, \quad (7)$$

$$B_0(\Omega) = -j\bar{v}/2\Gamma\Omega, \quad k > 0,$$

где  $\bar{v} = \langle [\vartheta(\tau + \tau') - \vartheta(\tau)] / \tau' \rangle = \bar{V}/I_0 R$  — нормированное среднее напряжение на контакте, которое находится одновременно с коэффициентами  $\sigma_{k,0}$  [4]. При выводе системы линейных уравнений (7) были использованы соотношения между  $\sigma_{k-1,0}$ ,  $\sigma_{k,0}$  и  $\sigma_{k+1,0}$ , выписанные в работе [4]. Для того чтобы избавиться от устранимой особой точки при  $\Omega=0$ , можно систему (7) преобразовать к следующему виду:

$$2[(\bar{i} + \Omega/k) - jk\Gamma] B'_k(\Omega) + B'_{k-1}(\Omega) + B'_{k+1}(\Omega) + (1 - j\bar{v}/k\Gamma) \sigma_{k,0} = 0,$$

$$B'_0(\Omega) = 0, \quad k > 0, \quad (8)$$

где  $B'_k(\Omega) = B_k(\Omega) + (j\bar{v}/2\Gamma\Omega) \sigma_{k,0}$ , так что

$$\text{Re} [B_1(\Omega) + B_1(-\Omega)] = \text{Re} [B'_1(\Omega) + B'_1(-\Omega)].$$

Таким образом, для нахождения спектральной плотности  $g(\Omega)$  (6) необходимо решить систему линейных уравнений (8). Эта система только свободными членами отличается от системы линейных уравнений (10) работы [4]. При произвольных значениях параметров эта система, как и в работе [4], решалась численными методами. Ниже приведены некоторые результаты вычислений.

На рис. 1 показан спектр флуктуаций для двух значений среднего напряжения на контакте. Видно, что при больших значениях  $\bar{v}$  спектральная плотность практически при всех значениях относительной интенсивности флуктуаций  $\Gamma$  представляет сумму спектральной плотности флуктуаций напряжения на нормальном сопротивлении контакта и линий джозефсоновской генерации, с параметрами, найденными в работе [1]. При малых значениях, когда гармоники джозефсоновской генерации перекрываются, асимптотическое выражение справедливо только при  $\Gamma$ , много меньших некоторого  $\Gamma_{кр}$ . Предельная форма спектра при этом усложняется. При  $\Gamma \geq \Gamma_{кр}$  выражение для формы спектра флуктуаций напряжения, полученное в работе [1], становится полностью неприменимым<sup>1</sup>.

Для оценки значения  $\Gamma_{кр}$  может быть использован рис. 2. На этом рисунке отложены значения  $\Gamma_N$ , при которых исчезают резонансные всплески, соответствующие первым пяти гармоникам джозефсоновской генерации. Эти значения  $\Gamma_N$  при  $N > 1$  могут быть приняты за  $\Gamma_{кр}$  для фиксированных значений среднего напряжения на контакте  $\bar{v}$  и частоты  $\Omega \sim N \cdot \bar{v}$  ( $N$  — номер гармоники).

Для радиофизических применений особый интерес представляет спектральная плотность при низких частотах ( $\Omega \ll \bar{v}$ ). При малых средних напряжениях на контакте эта величина сильно меняется в зависимости от значения относительной интенсивности флуктуаций, причем  $g(\Omega)$  при  $\Omega \rightarrow 0$  всегда остается больше  $(R_g/R)^2$ , где  $R_g$  — дифференциальное сопротивление контакта.

Подробному анализу величины  $g(0)$  и расчету на этой основе предельных характеристик джозефсоновских детекторов посвящена работа [7].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лихарев К. К., Семенов В. К. Письма в ЖЭТФ, 15, 625, 1972.
2. Stewart W. C. Appl. Phys. Lett., 12, 277, 1968; Mc Cumber D. E. J. Appl. Phys., 39, 3113, 1968; Асламазов Л. Г., Ларкин А. И. Письма в ЖЭТФ, 9, 150, 1969.
3. Ambegaokar V., Halperin V. I. Phys. Rev. Lett., 22, 1364, 1969.
4. Лихарев К. К., Семенов В. К. РТЭ, 18, 1757, 1973.
5. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968.
6. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., 1961.
7. Лихарев К. К., Семенов В. К. «Радиотехника и электроника», 18, 2391, 1973.

Поступила в редакцию  
26.3 1973 г.

Кафедра  
физики колебаний

УДК

В. С. ЗАМИРАЛОВ

### ПРАВИЛО СУММ ДЛЯ ФАЗ В $\pi N$ - И $kN$ -РАССЕЯНИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

В последнее время был достигнут значительный прогресс в анализе амплитуд  $\pi N$  и  $kN$ -рассеяния. Разумные предположения позволяют связать определенные вклады в амплитуды с измеряемыми величинами. Например, мнимая часть  $\omega$ -вклада оказалась пропорциональной разности дифференциальных сечений упругого  $k \neq p$ -рассеяния [1], а реальную часть амплитуды с переворотом спина в реакции  $\pi N$ -перезарядки можно выразить через разность поляризации  $p^\pm$  упругого  $\pi^+ p$ -рассеяния [2]. В обоих случаях предполагалось, что амплитуда с переворотом спина в упругом рассеянии

<sup>1</sup> Монотонно падающие участки кривых  $g(\Omega)$  ( $\Gamma \geq \Gamma_{кр}$ ) описываются асимптотической зависимостью

$$g(\Omega) \simeq 1 + (\pi \bar{v} / \Gamma) (\sqrt{1 + \bar{v}^2} + \bar{v})^{-2\Omega / \bar{v}}.$$