

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1975

УДК 621.373.8

А. М. БЕЛИН, В. П. МАРТЫНОВА, В. Ф. МАРЧЕНКО,
С. Д. ШИПАКИН

ВРЕМЕННАЯ СТРУКТУРА ИМПУЛЬСОВ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

На моделях нелинейных линий передачи исследованы процессы генерации второй гармоники импульсной накачкой в условиях как прямого, так и встречного взаимодействия волн. Результаты экспериментов представлены в виде осциллограмм, изображающих огибающую и заполнение во времени взаимодействующих импульсов; в ряде случаев проведено сравнение с теоретическими результатами. На примере импульса накачки прямоугольной формы выявлена роль переходных процессов генерации, определяющих длительность фронтов импульса гармоники. Показано, что при соизмеримых величинах фазовой расстройки и группового запаздывания процессы преобразования частоты при прямом и встречном взаимодействии волн протекают приблизительно одинаково.

Теория нестационарного процесса генерации второй гармоники в нелинейной среде была развита применительно к задачам нелинейной оптики и содержит достаточно полную картину явления в [1, 2]. Отличие этого процесса от стационарного проявляется в условиях, при которых групповое запаздывание импульсов взаимодействующих волн и их дисперсионное расплывание происходят на длине, меньшей характерной длины нелинейного взаимодействия. Некоторые особенности генерации второй гармоники пикосекундными импульсами (сдвиг частоты, расширение импульса гармоники, изменение темпа роста ее интенсивности) были определены экспериментально [2—5]. В силу технических трудностей прямое наблюдение временной структуры генерируемого импульса гармоники в оптическом диапазоне пока невозможно. В этой связи представляет интерес экспериментальное изучение процессов генерации гармоники в диапазоне радиочастот на искусственных линиях передачи, использование которых позволяет проследить динамику формирования импульса в различных условиях.

В данной работе моделируются различные виды дисперсии, в частности условие встречного синхронизма волн, которое в оптическом диапазоне пока не реализовано. Основное внимание обращено на форму импульса второй гармоники, которая повторяет форму импульса накачки лишь в условиях, когда фазовая и групповая расстройка точно равны нулю.

Если, например, групповая расстройка отлична от нуля, то даже для импульса накачки с пренебрежимо малыми фронтами генерируе-

мый импульс гармоники будет иметь конечные фронты. Физически это можно пояснить следующим образом. Время прохождения импульса накачки через нелинейную среду разбивается на участки, на которых импульс лишь частично заполняет среду (этим участкам соответствует переходной процесс генерации второй гармоники, формирующий передний и задний фронты импульса удвоенной частоты), и участок, на котором импульс целиком находится в среде (основная часть импульса

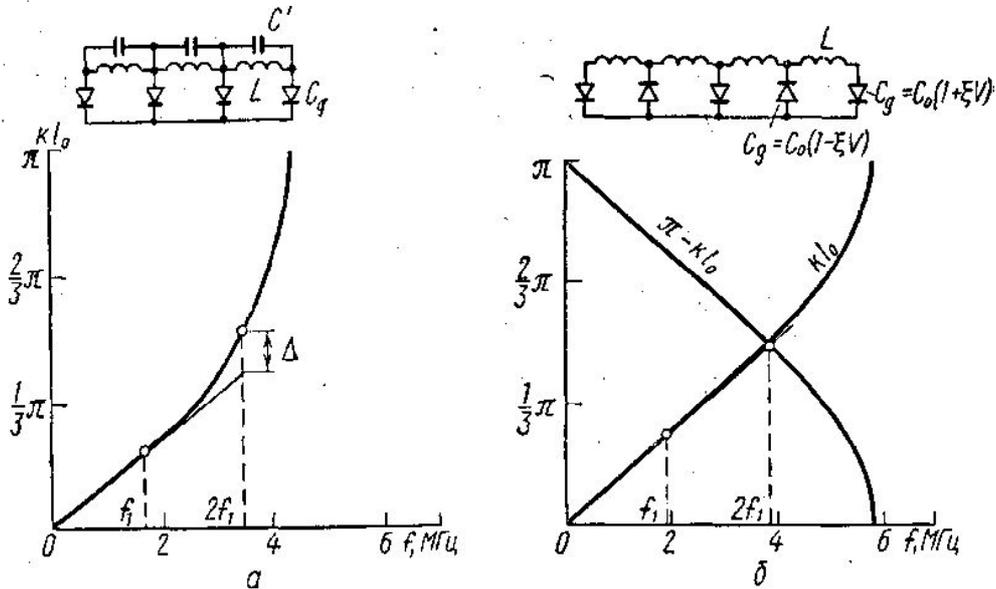


Рис. 1. Эквивалентные схемы и дисперсионные характеристики линий с параметрами: а — $L=10$ мкГн, $C(-3В)=300$ и $C'=110$ пкФ; б — $L=10$ мкГн, $C(-3,5)=280$ пкФ

гармоники с длительностью τ_2 . Если длительность импульса накачки τ_1 удовлетворяет условию $\tau_1 \leq vl$ (v — расстройка групповых скоростей импульсов разных частот, l — длина нелинейной системы), длительности фронтов импульсов гармоники имеют величину $\tau_{\Phi} \approx \tau_1$. При условии $\tau_1 > vl$ τ_{Φ} определяется соотношением $\tau_{\Phi} \approx vl$.

Наличие фазовой расстройки $\Delta \neq 0$ приводит к дополнительной амплитудной, а также частотной модуляции импульса гармоники [6]. Учет формы импульса гармоники необходим при интерпретации некоторых экспериментов в оптическом диапазоне, в которых излучение второй гармоники используется в качестве накачки (например, при возбуждении параметрических генераторов [1]).

Исследование процессов формирования импульсов гармоники проводилось в нелинейных линиях передачи, в которых использовались параметрические диоды. Задержка линий в рабочем диапазоне частот (1,5—4) МГц составляла величину порядка $\tau_0 \sim (3-4)$ мкс, что позволяло работать как в условиях $\tau_1 < \tau_0$, так и $\tau_1 > \tau_0$. Число ячеек в линии $N=56$. Эквивалентные схемы линий и их дисперсионные характеристики приведены на рис. 1. Линия а использовалась для генерации второй гармоники при наличии фазовой и групповой расстроек, величины которых задавались положением частоты второй гармоники в полосе пропускания линии передачи. Линия б с пространственной модуляцией коэффициента нелинейности диодов использовалась для выполнения условий встречного синхронизма волн (см. [7]). Синхронизм с минус первой пространственной гармоникой волны нелинейной поляризации выполнялся для фиксированных частот $f_1=1,95$ МГц,

$f_2 = 3,9$ МГц, при этом волновые числа (набеги фазы на ячейку фильтра l_0) удовлетворяют соотношению (см. рис. 2, б)

$$k_2 l_0 = \pi - 2k_1 l_0. \quad (1)$$

Эксперименты проводились с импульсом накачки прямоугольной формы. Для формирования радиоимпульсов типа «оборванной синусоиды» с фронтами, не превышающими период несущей частоты, использовался специальный модулятор [8]. Обработка результатов эксперимента проводилась по осциллограммам, на которых присутствовали одновременно сигналы основной волны и гармоники. Выделение импульсов гармоники с помощью полосовых фильтров оказалось неприемлемым, поскольку сопровождалось заметным искажением огибающей импульса.

§ 1. Форма импульсов гармоники при прямом взаимодействии

Для комплексных амплитуд основной волны и гармоники справедливы следующие укороченные уравнения [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{u_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} &= -i\sigma_1 A_1^* A_2 e^{i\Delta z}, \\ \pm \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} &= -i\sigma_2 A_1^2 e^{-i\Delta z}, \end{aligned} \quad (2)$$

$\sigma_{1,2}$ — коэффициент нелинейной связи, $\Delta = 2k_1 - k_2$ — расстройка волновых чисел. Знак плюс в уравнении для гармоники соответствует прямому взаимодействию, знак минус — обратному. Следует иметь в виду, что для дискретной линии эти уравнения справедливы для частот, не слишком близких к критической частоте полосы пропускания фильтра. В этой области, чтобы упростить расчеты, разумно не учитывать пространственную структуру поля на протяжении одной ячейки и дисперсионное распывание импульсов. В дальнейшем для удобства сравнения с экспериментальными результатами величины k , u , σ отнесены к ячейке линии.

Рассмотрим поле гармоники, найденное в приближении заданного поля накачки, форма входного импульса которой имеет вид

$$A_{10}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A_{10} & 0 \leq t \leq \tau_1 \\ 0 & t > \tau_1 \end{cases} \quad (3)$$

Фазу накачки предполагаем постоянной вдоль линии.

Для прямого взаимодействия при граничных условиях

$$A_1(0, t) = A_{10}(t) \text{ и } A_2(0, t) = 0,$$

переходя к действительным величинам, в сечении z имеем:

$$\begin{aligned} E_2^i &= \frac{2\sigma_2 A_{10}^2}{\Delta} \sin \left[\frac{\Delta}{2v_+} \left(t - \frac{z}{u_1} \right) \right] \cos \left[\left(2\omega_1 - \frac{\Delta}{2v_+} \right) t - \right. \\ &\quad \left. - \left(k_2 - \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{v_+ u_2} \right) z \right] \\ &\quad \frac{z}{u_1} < t < \frac{z}{u_1} + \tau_1 \end{aligned} \quad (4a)$$

$$E_2^{\text{II}} = \frac{2\sigma_2 A_{10}^2}{\Delta} \sin \frac{\Delta \tau_1}{2\nu_+} \cos \left[\left(2\omega_1 - \frac{\Delta}{\nu_+} \right) t - \left(k_2 - \frac{\Delta}{\nu_+ u_2} \right) z \right] \\ \frac{z}{u_1} + \tau_1 \leq t \leq \frac{z}{u_2} \quad (46)$$

$$E_2^{\text{III}} = \frac{2\sigma_2 A_{10}^2}{\Delta} \sin \left[\frac{\Delta}{2\nu_+} \left(\frac{z}{u_2} - t \right) + \frac{\Delta \tau_1}{2\nu_+} \right] \times \\ \times \cos \left[\left(2\omega_1 - \frac{\Delta}{2\nu_+} \right) t - \left(k_2 - \frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{\nu_+ u_1} \right) z + \frac{\Delta \tau_1}{2\nu_+} \right] \\ \nu_+ = \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1}; \quad z \geq l_k = \frac{\tau_1}{\nu_+} \quad \frac{z}{u_2} < t < \frac{z}{u_1} + \tau_1. \quad (47)$$

Решения на участках I и III описывают фронты импульса гармоника. При малых Δ (или малых длительностях τ_1) нарастание амплитуды на фронтах импульса близко к линейному. С увеличением z происходит расширение основной части импульса гармоника (участок II) пропорционально $\nu_+ z$, при больших z временем переходного процесса $\sim \tau_1$ можно пренебречь. Именно для случая $\tau_2 \gg \tau_1$ приведены основные выводы, например, работы [1]. Для случая $\tau_2 \sim \tau_1$ влияние расстройки Δ и сдвиг импульса гармоника, обусловленный групповым запаздыванием $\nu_+ \neq 0$, условно показаны на рис. 2.

Экспериментальные данные представлены в виде осциллограмм на рис. 2. Вид импульсов в различных точках линии a (рис. 1) показан на рис. 2, g, d, e . Вследствие наличия расстроек $\Delta = 0,4$ рад, $\nu_+ = 8 \cdot 10^{-8}$ рад·с часть импульса гармоника сдвинута относительно импульса накачки, причем амплитуда гармоника на выходе импульса накачки периодически меняется вдоль z . В некоторой точке ($N \approx 30$) локализуется импульс с $\tau_{\text{ф}} \approx \tau_1$, огибающая его близка к теоретическому виду (рис. 2, $в$). Расчетное значение временного периода осцилляции $t_0 = \frac{2\pi\nu_+}{\Delta} \approx 1,25$ мкс (4а) совпадает с величиной τ_1 .

По мере увеличения z импульс гармоника расширяется. Это расширение сопровождается отчетливо видной на рис. 2, $e, ж$ амплитудной и частотной модуляцией.

По мере увеличения τ_1 на выходе линии локализуется импульс с $\tau_{\text{ф}} \approx \nu_+ l = 4,5$ мкс, однако временная структура его уже не описывается приближением заданного поля. Так, период осцилляций (на осциллограмме $ж$) составляет величину $3,4$ мкс $\approx 3t_0$, что указывает на нелинейный характер обмена энергии между волнами основной частоты и гармоника. На фоне осцилляций наблюдается спадание заднего фронта импульса гармоника. Импульс накачки на выходе заметно обостряется на переднем фронте. Отметим, что характерные черты нелинейного взаимодействия импульсов наблюдались вплоть до значений $l_k \approx l_{\text{нл}} \approx 10$ ячеек, где $l_{\text{нл}}$ — длина, соответствующая максимуму амплитуды непрерывного сигнала гармоника в условиях, когда период осцилляций зависит от амплитуды накачки.

На осциллограммах заметен сдвиг по частоте основной части импульса гармоника, который для $f_1 = 1,7$ МГц составил величину $\Delta f = f_2 - 2f_1 \approx -0,9$ МГц. Оцененное по формуле (46) значение $\Delta f = -\frac{\Delta}{2\pi\nu_+} = -0,8$ МГц. Как следует из формул (2), сдвиг частоты предвестника должен быть вдвое меньше, однако в экспериментах этот сдвиг оказался близким нулю.

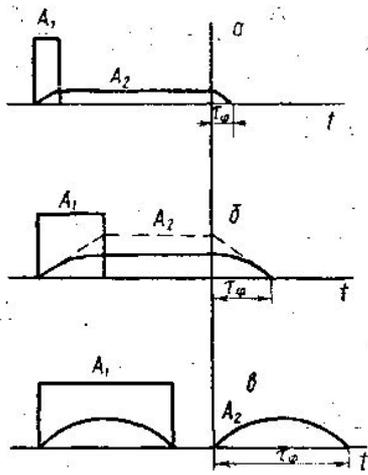
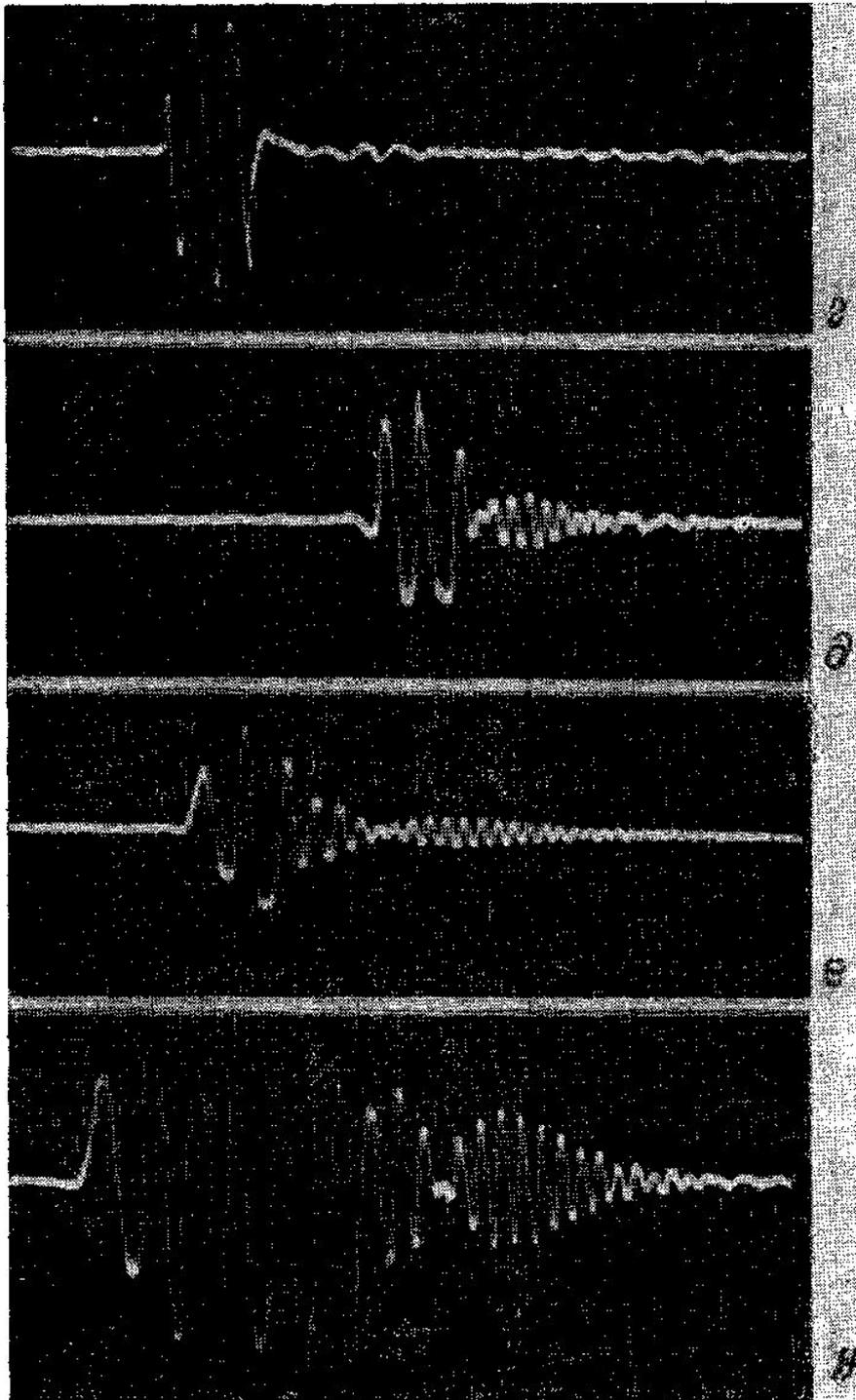


Рис. 2. Графическое изображение импульсов накачки и гармоники при изменении τ_1 и фиксированных Δ , ν_+ и z (а-в); осциллограммы импульсов накачки и гармоники в различных точках линии с прямым взаимодействием (г-ж) при $A_{10} = 2,4$ В, $f_1 = 1,7$ МГц: г — вход линии $N=1$, д — $N=30$, е — $N=56$ для $\tau = 1,3$ мкс, ж — $N=56$ для $\tau_1 = 3,4$ мкс



По мере приближения к критической частоте полосы пропускания становится существенным дисперсионное распыление импульса на частоте гармоник. Это проявляется в том, что частота заполнения основ-

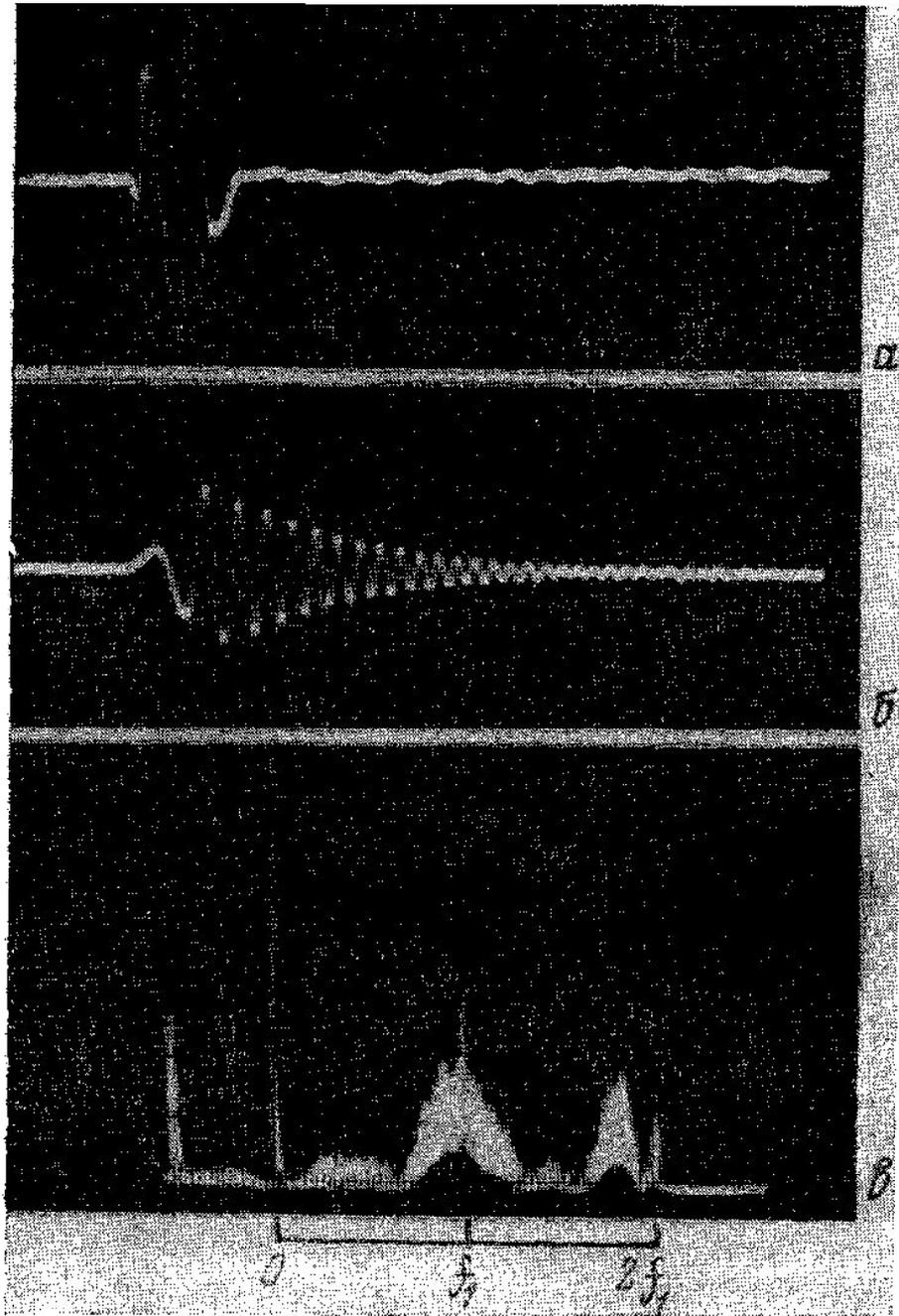


Рис. 3. Вид импульсов накачки и гармоник при $A_{10}=2,5$ В, $\tau_1=0,5$ мкс, $f_1 \approx \frac{f_{кр}}{2}$ ($f_{кр} \approx 4,2$ МГц — критическая частота полосы пропускания фильтра): а — $N=1$, б — $N=56$, в — вид спектров импульсов на выходе линии для $\tau_1=1$ мкс

ной части импульса гармоник плавно меняется от значения f_1 до значения $2f_1$ (рис. 3, б). В соответствии с результатами работы [1] спектр импульса гармоник при $l_k \ll l$ значительно уже спектра накачки и несимметричен относительно средней частоты $2f_1 - \frac{\Delta}{2\pi\nu_+}$ (рис. 3, в).

§ 2. Форма импульсов гармоника при встречном взаимодействии

Решение системы (2) при встречном взаимодействии волн ($\Delta = 2k_1 l_0 + k_2 l_0 - \pi \ll 1$) с учетом граничных условий на концах линий

$$A_1(0, t) = A_{10}(t), \quad A_2(l, t) = 0$$

дает полное поле гармоника в виде

$$E_2^I = \frac{2\sigma_2 A_{10}^2}{\Delta} \sin \left[\frac{\Delta}{2v_-} \left(t - \frac{z}{u_1} \right) \right] \cos \left[\left(2\omega_1 - \frac{\Delta}{2v_-} \right) t + \left(k_2 - \Delta + \frac{\Delta}{v_- u_1} \right) z \right]$$

$$\frac{z}{u_1} < t < \frac{z}{u_1} + \tau_1$$

$$E_2^{II} = \frac{2\sigma_2 A_{10}^2}{\Delta} \sin \frac{\Delta \tau_1}{2v_-} \cos \left[\left(2\omega_1 - \frac{\Delta}{v_-} \right) t + \left(k_2 - \frac{\Delta}{v_- u_2} \right) z + \frac{\Delta \tau_1}{2v_-} \right]$$

$$\frac{z}{u_1} + \tau_1 \leq t \leq \frac{z}{u_1} + |v_-|(l-z)$$

$$E_2^{III} = \frac{2\sigma_2 A_{10}^2}{\Delta} \sin \left[\frac{\Delta}{2} \left(\frac{\tau_1}{v_-} + l \right) - \frac{\Delta}{2v_-} (t+z) \right] \cos \left[\left(2\omega_1 - \frac{\Delta}{2v_-} \right) t + \left(k_2 - \frac{\Delta}{2v_- u_2} \right) z + \frac{\Delta}{2} \left(\frac{\tau_1}{v_-} - l \right) \right]$$

$$\frac{z}{u_1} + |v_-|(l-z) < t < \frac{z}{u_1} + |v_-|(l-z) + \tau_1 \quad (5)$$

$$v_- = - \left(\frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_1} \right), \quad \tau_1 < |v_-|(l-z)$$

Как следует из формул (5), структура импульса второй гармоника принципиально не отличается от структуры импульса при прямом взаимодействии. Длительность фронтов равна τ_1 , длительность основной части (участок II) достигает на входе линии ($z=0$) максимального значения $\tau_2 = |v_-|l - \tau_1$. При $\tau_1 > |v_-|l$ длительность фронтов импульса гармоника равна $\tau_\Phi \approx |v_-|l$. Отсюда следует характерная особенность системы со встречным взаимодействием волн: поскольку $|v_-|$ велико, даже для длинных импульсов накачки длительности фронтов импульса, гармоника, равные удвоенному времени прохождения импульса через систему, могут быть соизмеримы с длительностью основной части импульса τ_2 .

Другая особенность связана с тем, что в линии с периодическим чередованием полярности параметрических диодов реализуется случай, когда $|v_-|$ велико, а расстройка Δ равна нулю (рис. 1, б). Этому случаю соответствуют осциллограммы импульсов накачки и гармоника, приведенные на рис. 4.

При $\tau_1 < |v_-|l = 4$ мкс (рис. 4, а) длительность импульса гармоника определяется величиной $\sim |v_-|l$. Уменьшение амплитуды импульса, связанное, в первую очередь, с затуханием волн в линии б (на частоте накачки затухание на длине линии составляло 1,5 раза, на удвоенной частоте — 2,5 раза) скрадывает границу переходного участка генерации. При увеличении τ_1 формируется импульс с $\tau_\Phi \approx |v_-|l$, причем при больших τ_1 наблюдается искажение огибающей фронта

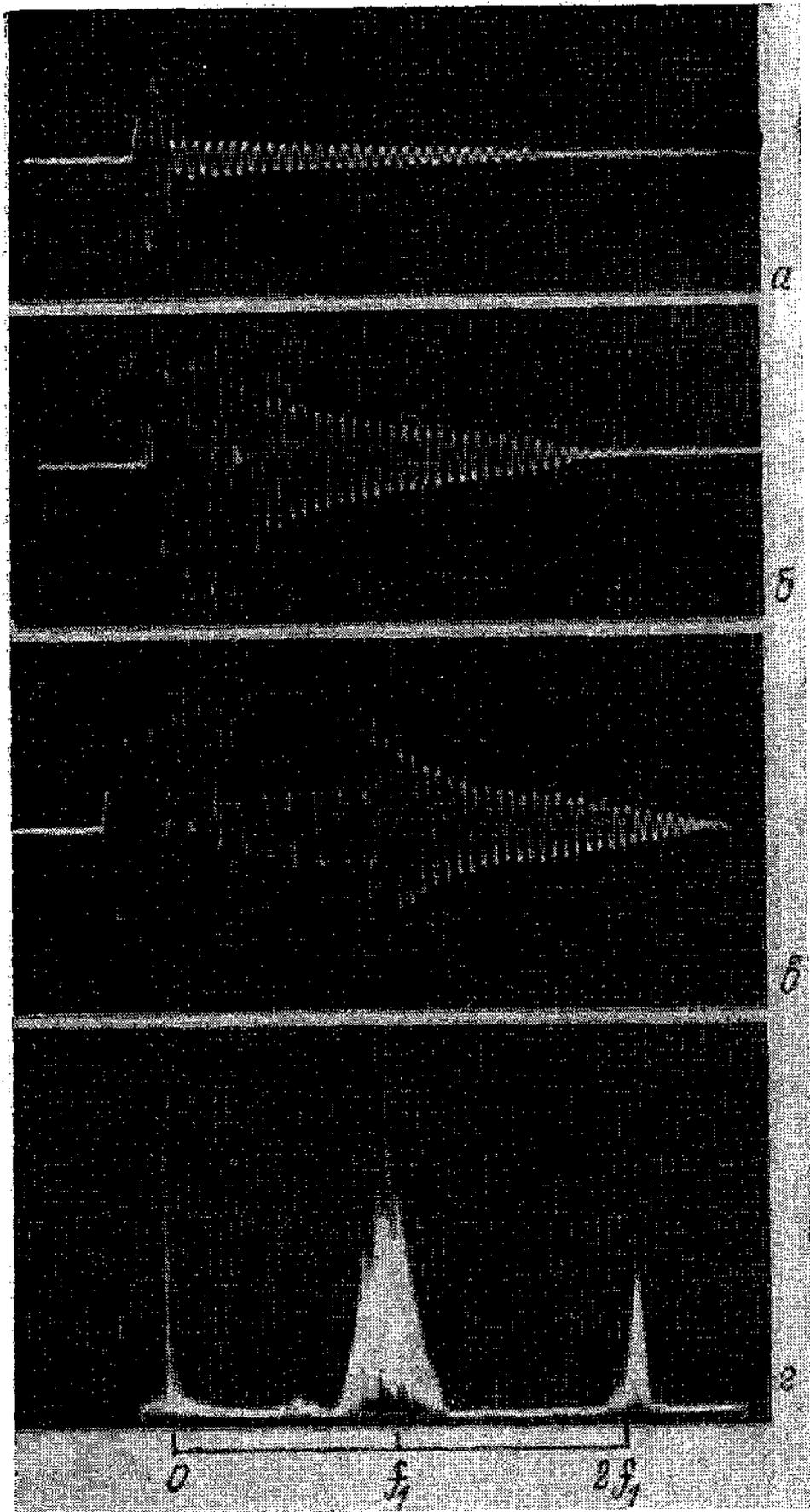


Рис. 4. Осциллограммы на выходе линии со встречным взаимодействием при $A_{10}=3$ В, $f_1=1,95$ МГц для различных значений длительности импульсов накачки: а — $\tau_1=0,6$, б — $\tau_1=2,1$, в — $\tau_1=6$ мкс; г — вид спектров импульсов на входе линии при $\tau_1=2,1$ мкс и $\Delta \neq 0$

импульса гармоники, обусловленное нелинейным режимом генерации (рис. 4, в). Частота заполнения импульса в точности равна удвоенной частоте накачки. Изменяя в небольших пределах частоту f_1 , можно, как это видно на графике (рис. 1, б), менять в широких пределах расстройку Δ . При $\Delta \neq 0$ и больших τ_1 временная структура импульса гармоники близка к структуре, рассмотренной для случая прямого взаимодействия.

Сдвиг частоты при $\Delta \neq 0$ наблюдается и при встречном взаимодействии. Поскольку величина $\nu_- = -1,2 \cdot 10^{-7}$ рад·с — отрицательна, получаем, например, для $\Delta = 0,15$ рад, $\Delta f = +0,2$ МГц (экспериментальный результат $\Delta f \approx \pm 0,15$ МГц). Характерное сжатие спектра гармоники при $\tau_1 < \tau_0$ и формы спектров импульсов показаны на рис. 4 г.

В линии б проверялся известный результат, следующий из формул (4) и (5) и заключающийся в том, что уменьшение длительности импульса накачки может до некоторой степени скомпенсировать влияние дисперсии среды на коэффициент преобразования энергии основной волны в энергию гармоники. Для импульсного сигнала с $\tau_1 = \frac{|\nu_-|l}{2}$ наблюдалось увеличение ширины кривой синхронизма по

сравнению с непрерывным сигналом той же входной амплитуды приблизительно в 1,8 раза. С физической точки зрения роль длительности входного импульса аналогична толщине оптического волновода, работающего в режиме излучения гармоники [9]. Многократно отражаясь от границ волновода, накачка «выплескивает» энергию гармоники на длинах порядка когерентной длины взаимодействия. Максимальным коэффициентам преобразования здесь соответствуют толщины пленок порядка когерентной длины взаимодействия в нелинейном материале.

Таким образом, нестационарный процесс генерации второй гармоники в приближении заданного поля протекает одинаково как для прямого, так и встречного взаимодействия. При соизмеримых характеристиках среды Δ и ν (напомним, что экспериментально исследовался случай близких ν_+ и $|\nu_-|$) параметры импульсов гармоники оказываются в обоих случаях близкими друг к другу. Наблюдавшиеся характерные черты нелинейного взаимодействия при встречном синхронизме (обострение импульса накачки на заднем фронте, формирование импульса гармоники с максимальной амплитудой на переднем фронте) по существу аналогичны теоретическим выводам работы [1], полученным для прямого взаимодействия в условиях $\Delta = 0$ и $l_h < l_{нл}$.

Таким образом, если для непрерывных сигналов накачки и гармоники обмен энергии между ними вдоль линии оказывается принципиально различным для двух случаев синхронного взаимодействия [7], то для импульсов по мере уменьшения квазистатической длины l_h картина становится все более общей. Периодический обмен энергией, характерный для прямого взаимодействия, исчезает, и амплитуды импульсов накачки монотонно меняются вдоль линии так же, как это имеет место при встречном взаимодействии волн.

В заключение отметим, что исследование генерации второй гармоники проведено для импульсов накачки прямоугольной формы. Такое приближение позволило четко выявить эффекты, связанные с переходными процессами при возбуждении гармоники. Для реальных импульсов выделение фронтов имеет смысл при выполнении приближения заданного поля, которое определяется как параметрами импульса, так и параметрами среды. Например, для импульса лоренцевой формы с длительностью, определенной по уровню 0,1 от максимальной амплитуды A_{10} :

$$A_{10}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{A_{10}}{1 + \left(\frac{t-t^*}{\tau}\right)^2} & 0 \leq t \leq 2t^* \quad \tau_1 = 2t^* = 6\tau \\ 0 & t > 2t^* \end{cases}$$

получим из (2) для интервала $t - \frac{l}{u_1} < t < t - \frac{l}{u_1} + \tau_1$ при $\Delta = 0$:

$$A_2 = \frac{\sigma_2 A_{10}^2 \tau^2}{2\nu_+} \left[\frac{t-t^*}{\tau^2 + (t-t^*)^2} + \frac{1}{\tau} \operatorname{arctg} \frac{t-t^*}{\tau} + \frac{t^*}{\tau^2 + t^{*2}} + \frac{1}{\tau} \operatorname{arctg} \frac{t^*}{\tau} \right]. \quad (6)$$

При $t > t - \frac{l}{u_1} + \tau_1$ $A_2 \approx 1,5\sigma_2 A_{10}^2 \tau$, т. е. формируется импульс с постоянной амплитудой в интервале $\nu_+ l$ и фронтами, темп изменения которых (6) отличен от линейного (ср. (4а)).

Обратная реакция на импульс основной волны, в первую очередь на его фазу, приводит к тому, что сама форма импульса гармоники становится несимметричной. При $\Delta \neq 0$ появляются характерные осцилляции огибающей, период которых зависит как от линейной расстройки Δ , так и от вида огибающей импульса накачки.

Авторы благодарят А. С. Чиркина за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Чиркин А. С. ЖЭТФ, 55, 1430, 1968.
2. Орлов Р. Ю., Усманов Т., Чиркин А. С. ЖЭТФ, 57, 1069, 1969.
3. Carman R. L., Hapus J., Weinberg D. L. Appl. Phys. Lett., 11, 250, 1967.
4. Glenn W. H. IEEE J. Quant. Electr., 5, 284, 1969.
5. Shapiro S. L. Appl. Phys. Lett., 13, 19, 1968.
6. Thomas J.-M. R., Taran J.-P. E. Optics Communications, 4, 329, 1972.
7. Горшков А. С., Марченко В. Ф. «Изв. вузов», радиофизика, 10, 825, 1967.
8. Горшков А. С., Мартынова В. П., Марченко В. Ф., Щипакин С. Д. «Радиотехника и электроника», 14, 1129, 1969.
9. Марченко В. Ф., Сотин В. Е. Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике. Киев, 1968.

Поступила в редакцию
26.1 1973 г.

Кафедра
радиотехники