

УДК 621.373.7

К. И. ВОЛЯК, А. С. ГОРШКОВ, О. В. РУДЕНКО

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ОБРАТНЫХ ВОЛН В ОДНОРОДНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

На модели среды без дисперсии, представляющей собой нелинейную линию передачи, показана динамика формирования обратной волны. Экспериментально определена длина образования разрыва в исходной волне. Ее значение, как и амплитуда отраженной волны, соответствует теоретической оценке.

Наибольшие успехи теории нелинейных волновых процессов связаны, пожалуй, с рассмотрением волн, бегущих в одном направлении. Как известно, линейное волновое уравнение допускает строгое разделение «правой» и «левой» волн. В тех же случаях, когда в уравнениях необходимо учитывать нелинейные члены, такое разделение, вообще говоря, невозможно. Однако, если предположить медленность изменения амплитуд и фаз взаимодействующих волн на расстояниях порядка длины волны (для случая сильнодиспергирующей среды, когда наиболее удобен спектральный подход к задаче [1]) или медленность деформации профиля волны (в случае среды со слабой дисперсией, когда применяется пространственно-временное рассмотрение), это расщепление оказывается реализуемым в приближенно-асимптотическом смысле. Вместе с тем переход от исходной системы нелинейных уравнений, например, к системе укороченных уравнений [1] или к уравнению Бюргера [2] связан с понижением порядка дифференциальных уравнений и приводит к потере решений типа обратных волн. На самом же деле обратные волны всегда присутствуют в нелинейной системе; это проще всего показать на примере среды без дисперсии, где они могут быть наглядным образом интерпретированы как самоотражение на разрывах, образующихся в интенсивной исходной волне [3], [4]. Суть явления состоит в следующем.

Пусть на входе в нелинейную среду без дисперсии задана интенсивная монохроматическая волна, бегущая вправо. По мере распространения один из фронтов этой волны становится все более крутым и, наконец, приобретает разрывный характер. С этого момента волна перестает быть бегущей в одном направлении, поскольку разрыв (в достаточно высоком приближении) представляет собой инородный участок в волне. Для гладких областей профиля, наплывающих на разрыв вследствие нелинейного искажения, связь между параметрами волны изменяется скачком. Это и приводит к появлению отражений, бегущих в обратном направлении — к излучателю.

Среди всех нелинейных систем, не обладающих частотной дисперсией, существование этого явления наиболее просто показать (как теоретически, так и экспериментально) на модели искусственной линии передачи типа фильтра нижних частот. Распределенная емкость линии зависит от напряжения в данном сечении нелинейным образом:

$$C(U) = C_0(1 + \xi U + \gamma U^2). \quad (1)$$

Здесь ξ , γ — коэффициенты квадратичной и кубической нелинейности, причем $|\xi U|$ и $\gamma U^2 \ll 1$. Процесс распространения электромагнитных волн в такой системе описывается телеграфными уравнениями, допускающими решения типа простых волн. Предполагая, что параметры волны (ток I и напряжение U) являются функциями только друг от друга: $I=I(U)$, $U=U(I)$, можно получить следующее соотношение, связывающее значения I и U в любой точке профиля:

$$I = \sqrt{\frac{C_0}{L}} \left[U + \frac{\xi}{2} U^2 + \left(\frac{\gamma}{2} - \frac{\xi^2}{6} \right) U^3 \right]. \quad (2)$$

Когда же простая волна становится разрывной, связь между параметрами I и U по обе стороны от скачка дается выражением

$$I_1 - I_2 = \sqrt{\frac{C_0}{L}} (U_1 - U_2), \quad (3)$$

которое является следствием условия сохранения заряда при переходе через разрыв. Соотношения (2) и (3) для симметричного скачка ($U_2 = -U_1$) различаются в членах третьего порядка малости ($\sim U^3$), что является причиной появления самоотражений. Проводя расчет по схеме, предложенной в [3], после несложных, но довольно громоздких выкладок можно получить выражение для амплитуды волны, отраженной от каждого разрыва:

$$U_{\text{отр}} = \left| \frac{\gamma}{2} - \frac{\xi^2}{6} \right| A_p^3. \quad (4)$$

Таким образом, величина отраженной волны пропорциональна третьей степени «амплитуды» разрыва.

Самоотражение волны на разрывах наблюдалось в радиодиапазоне на модели нелинейной линии передачи [5]. Линия представляла собой фильтр нижних частот; нелинейными элементами в ней служили емкости p — n -перехода полупроводниковых диодов. Параметры каждой ячейки системы были подобраны с точностью до 1%. Оптимальное согласование на концах достигалось активной нагрузкой, равной по величине волновому сопротивлению. КСВ линии, содержащей 114 ячеек, не превышал значения 1,15 в широком интервале частот от 0,1 до 4 МГц. Благодаря положительной индуктивной связи между соседними ячейками системы (коэффициент связи $\alpha=0,1$) дисперсия в линии практически отсутствовала для волн с частотой ниже 4,5 МГц и имела значительную величину лишь вблизи границы полосы прозрачности ($f_{\text{гр}} \approx 6,5$ МГц) [5].

В такой среде наблюдалось образование ударных волн при сравнительно небольших уровнях амплитуды входного сигнала $A(0) \approx 1\text{В}$ (отрицательное напряжение смещения на диодах $U_{\text{см}} = -3,2\text{В}$). Для входных сигналов с частотой $\sim f = 300 \div 650$ кГц в спектре ударной волны насчитывалось от 9 до 18 гармоник. Поскольку длина системы лишь в несколько раз превышала длину волны сигналов с нужными

частотами, необходимо было исходный сигнал подавать на вход линии в виде достаточно коротких радиочастотных импульсов. Благодаря этому фронт импульса обратной волны, идущей от точки линии, в которой появляется начальный разрыв, не должен был накладываться на основной импульс.

Для экспериментальных измерений использовались радиочастотный импульс, состоящий из одного периода частоты 330 кГц, и им-

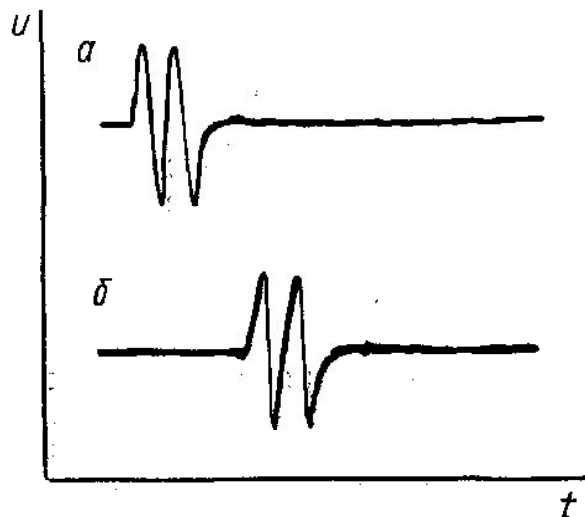


Рис. 1. Осциллограмма входного ($x=0$) импульса с амплитудой $A=0,72$ В, состоящего из двух периодов частоты 640 кГц (а); осциллограмма того же импульса в точке линии $x/l_n=70$ (б)

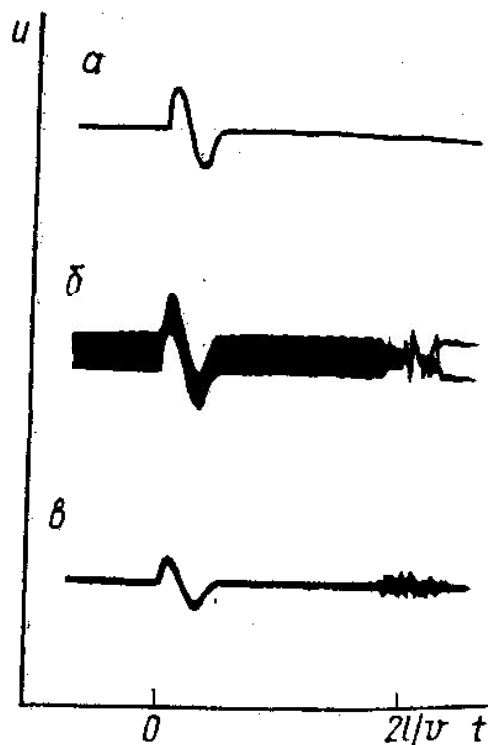


Рис. 2. Осциллограммы самоотраженного на разрывах сигнала, снятые на входе ($x=0$) линии в случае входного импульса, состоящего из одного периода частоты 330 кГц. Амплитуда сигнала $A(0)=1,4$ В. а — самоотраженный сигнал очень мал по сравнению с входным импульсом; б — на выходной ($x/l_n=114$) конец системы дополнительно подана гармоническая накачка ($A_n=3,2$ В, $f_n=5$ МГц), происходит параметрическое усиление самоотраженного сигнала; в — осциллограмма самоотраженного сигнала, соизмеримого по амплитуде с исходным импульсом благодаря параметрическому усилению (накачка убрана с помощью фильтра)

пульс, состоящий из двух периодов частоты 640 кГц. В обоих случаях такой импульс, распространяясь в линии, занимал примерно половину ее длины. Входные сигналы формировались с помощью модулятора на диодах и следовали с периодом повторения значительно большим, чем время прохождения каждым импульсом всей длины системы. Образование ударных волн и самоотражений на разрывах наблюдалось с помощью осциллографа, синхронизованного последовательностью входных импульсов.

На рис. 1 приводятся осциллограммы, иллюстрирующие развитие фронта ударной волны, когда исходный импульс состоит из двух перио-

дов частоты 640 кГц с входной амплитудой $A=0,72$ В. Отраженный сигнал на этих осциллограммах не виден из-за очень малой величины.

Для того чтобы регистрировать отраженные волны, необходимо либо значительно увеличить длину системы, либо повысить чувствительность метода наблюдения. Первый способ технически трудно осуществим. Поэтому для значительного увеличения амплитуды отраженных сигналов было применено параметрическое усиление волн, попут-

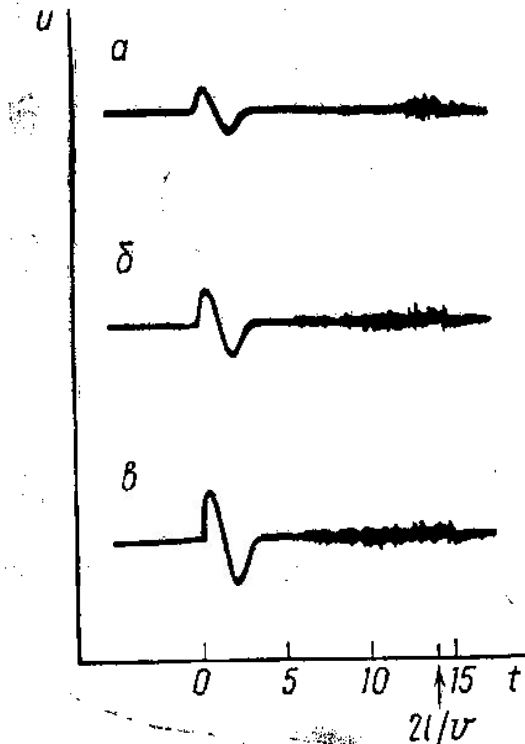


Рис. 3. Осциллограммы, показывающие, как изменяется расстояние от входного конца линии до точки самоотражения волны в зависимости от амплитуды A исходного импульса: a — $A=1,4$, b — $A=2,0$, c — $A=3,1$ В. Осциллограммы сняты на входе ($x=0$) линии. Накачка ($A_n=3,2$ В, $f_n=5$ МГц) подана на выходной конец ($x/l_n=114$) линии и убрана при индикации с помощью фильтра

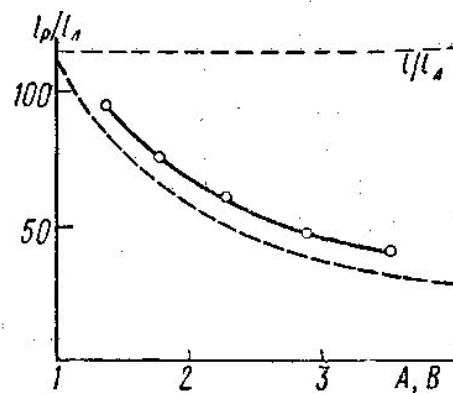


Рис. 4. График длины линии l_p , необходимой для появления самоотражения на фронте ударной волны, в зависимости от амплитуды A исходного импульса. Экспериментальная кривая получена с помощью осциллограмм, аналогичных приведенным на рис. 3. Теоретическая зависимость представлена штриховой линией

ных с высокочастотной ($f_n=5$ МГц) накачкой, которая подавалась на выходной конец линии. В этом случае регистрировалась вся область системы, в которой имели место самоотражения на разрывах, за исключением лишь тех точек, где амплитуда обратной волны очень мала.

На осциллограммах рис. 2 показан процесс параметрического усиления обратных волн в поле накачки, распространяющейся навстречу основному сигналу. Однопериодное заполнение исходного импульса ($f=330$ кГц) позволяет без искажений наблюдать распределение амплитуды обратной волны вдоль системы.

С помощью осциллограмм отраженных волн (рис. 3) была получена зависимость координаты ближайшей ко входу линии точки, в которой наблюдалось параметрическое усиление обратной волны от величины входного сигнала при заданном уровне накачки. Эта зависимость показана на рис. 4, где также приведена зависимость длины

образования разрыва от величины входного сигнала, рассчитанная по формуле $l_p = v/\xi\omega A$ [2]. Как видно, кривые этих зависимостей эквидистантны, и величина смещения экспериментальной кривой вверх по ординате объясняется очень малой амплитудой отраженных волн в той области, где возникает начальный разрыв.

Определение коэффициента параметрического усиления волн, бегущих навстречу основному сигналу ($k_{\max} \approx 20$), и измерение максимальной величины отраженного сигнала ($U_{\text{отр}} \approx 0,8 \text{ В}$) при входном уровне накачки $A_n(l) = 3,2 \text{ В}$ и амплитуде сигнала на входе $A = 2,5 \div 3,5 \text{ В}$ позволяют оценить амплитуду отраженной волны без параметрического усиления ($U_{\text{отр}} \approx 0,04 \text{ В}$). Если при таких условиях разрыв A_p на фронте ударной волны составляет примерно $2 \div 2,5 \text{ В}$, то такое значение амплитуды отраженной волны находится в хорошем согласии с формулой $l_p = v/\xi\omega A$.

В заключение отметим, что из-за недостаточной длины линии при измерениях фактически не использовалось свойство накопления волн, отраженных от различных разрывов в периодической «пиле». Суммирование же отражений могло бы значительно увеличить амплитуду полного отраженного видеоимпульса и существенно облегчить задачу [3].

Необходимо подчеркнуть, что рассмотренное явление может наблюдаться не только в средах без дисперсии. Напротив, наличие слабой дисперсии должно приводить к асимметрии волнового профиля и, следовательно, к увеличению амплитуды отраженной волны.

Авторы благодарны Р. В. Хохлову за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хохлов Р. В. «Радиотехника и электроника», 6, 1116—1122, 1961.
2. Хохлов Р. В. «Радиотехника и электроника», 6, 917—925, 1961.
3. Руденко О. В., Солуян С. И., Хохлов Р. В. «Акустический журнал», 15, 414—420, 1969.
4. Руденко О. В., Солуян С. И., Хохлов Р. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 5, 33—38, 1969.
5. Горшков А. С., Марченко В. Ф., Титов В. Г. «Изв. вузов», радиофизика, 10, 837—845, 1967.

Поступила в редакцию
19.2 1973 г.

Кафедра
радиотехники