

Д. В. ГАЛЬЦОВ, В. А. ЛОСЕВ

МАГНИТОТормозное излучение в сильном магнитном поле

Рассматривается излучение релятивистских электронов в магнитном поле в условиях, когда время между столкновениями электронов и время свободного пробега фотонов велики по сравнению с временем высвечивания. Получены формулы для спектрального распределения полной излученной энергии и поляризации излучения. Показано, что при достаточно большой напряженности поля квантовые переходы с переворотом спина должны приводить к возникновению преимущественной ориентации спина по отношению к магнитному полю за время «классического» высвечивания.

Рассмотрим излучение релятивистских электронов, инжектируемых в область с сильным магнитным полем. Потеря энергии вследствие излучения приводит к изменению со временем спектра мгновенного излучения электронов. В обычных астрофизических приложениях время, за которое релятивистская частица теряет большую часть энергии $\delta^{-1} \approx 1,27 (H_0/H)^2 10^{-19}$ с ($H_0 = 4,41 \cdot 10^{13}$ гаусс для электрона), очень велико, и потери на излучение проявляют себя лишь в медленном изменении спектра [1]. В случае магнитных полей, меньших H_0 лишь на несколько порядков, время высвечивания становится очень малым. При концентрации электронов с энергией E

$$n \ll 10^{33} \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \left(\frac{E}{m} \right)^2 L^{-1},$$

где L — кулоновский логарифм¹, время высвечивания много меньше времени между кулоновскими столкновениями [2]. Длина свободного пробега фотонов имеет порядок $l \sim 10^{22} (H/H_0) (E/m)^2 / n$ [2]. Если размеры области, занимаемой электронами меньше l , то излучение выходит наружу, и наблюдаемой величиной будет не мгновенная интенсивность излучения, а средняя за все время движения. Применительно к отдельной частице целесообразно говорить о спектральном распределении полной энергии излучения, как в случае излучения при столкновениях.

Движение и излучение релятивистского электрона в однородном магнитном поле имеет различный характер в зависимости от величины трех параметров: 1) отношения силы радиационного трения к силе Лоренца $\eta = 2/3\alpha (H/H_0) (E/m)^2$, ($\alpha = 1/137$), 2) параметра, определяю-

¹ В работе используется система единиц $\hbar = c = 1$.

щего квантовую отдачу при излучении $\chi = (H/H_0)E/m$ и 3) параметра, определяющего квантование орбитального движения $f = H/H_0$ (в дальнейшем рассматривается только случай $f \ll 1$).

На рис. 1 изображена плоскость $E/m, 1/f$, которая разбивается кривыми $\eta = 1$ и $\chi = 1$ на три области: I — $\eta < 1, \chi < 1$ — область классического движения с малым радиационным трением; II — $\eta > 1, \chi < 1$ — область классического движения с большим радиационным трением; III — $\chi > 1$ — квантовая область, в которой классическое представление о радиационном трении теряет смысл (кривая $\eta = 1$ изображена пунктиром). В области I влияние радиационного трения на движение электрона можно считать адиабатическим, при этом радиус вращения мало меняется за один оборот. В области II энергия электрона может существенно уменьшиться за время одного оборота. Однако и в этом случае влияние радиационного трения на мгновенные характеристики излучения остается адиабатическим [3]. Это связано с тем, что излучение релятивистской частицы, происходящее в основном на высоких гармониках основной частоты, формируется на малом участке траектории порядка $R \cdot (m/E)$, где R — мгновенный радиус вращения. Отношение работы силы трения на этом участке к энергии частицы равно $\Delta A/E = 2/3\alpha\chi$, что заведомо мало в классической области.

Таким образом, независимо от величины параметра η , мгновенное излучение при $\chi \ll 1$ описывается формулами [4, 5] с адиабатически меняющимися параметрами. Ниже рассматриваются спектрально-угловые характеристики и поляризация полного излучения релятивистской частицы с учетом радиационного трения в классической области (I—II). Рассматривается также вопрос о влиянии излучения на ориентацию спинов по отношению к магнитному полю. Ранее задача об излучении в магнитном поле с учетом трения рассматривалась численными методами в [6] для случая $\chi \ll 1$ и в [7, 8] для $\chi > 1$.

Движение электрона в магнитном поле с учетом трения излучением

Движение электрона во внешнем поле с учетом реакции излучения в классической теории описывается уравнением Дирака — Лоренца [9, 10]. Если без учета трения движение носит периодический характер, то решение этого уравнения может быть найдено в виде разложения по степеням малого параметра $e^2\omega_0/m$, где ω_0 — характерная частота. В рассматриваемом случае однородного магнитного поля $\omega_0 = \frac{eH}{m}$, $e^2\omega_0/m = \alpha H/H_0 \ll 1$.

Решение уравнения Дирака — Лоренца для электрона в однородном магнитном поле в низшем приближении по $e^2\omega_0/m$ было получено в [11], а способ нахождения поправок более высокого порядка указан в [12]. Существенно, что в пределах применимости классической теории все поправки более высокого порядка по параметру η имеют формальный характер и должны быть отброшены. Необходимость отбрасывания диктуется тем, что уравнение Дирака — Лоренца может приводить к энергетическому парадоксу, связанному с существованием так называемой шоттовской энергии [13], и состоящему в том, что при формальном удерживании высших поправок, полная энергия излучения оказывается больше начальной кинетической энергии частицы. Различные точки зрения по поводу этого парадокса были высказаны в работах [14, 15]. У нас же нет оснований удерживать эти поправки, оставаясь в рамках классической теории, так как квантовый характер

излучения начнет проявляться ранее, нежели они станут существенными.

В случае плоского движения формула, выражающая зависимость энергии от лабораторного времени, имеет вид

$$E(t) = m \frac{E(0) + m \operatorname{th} \delta t}{E(0) \operatorname{th} \delta t + m} \quad (1)$$

За время $t \sim \delta^{-1}$ энергия становится равной

$$E \simeq m \frac{E(0) + 0,8m}{E(0) 0,8 + 1} \simeq 1,2m, \quad (E(0) \gg m), \quad (2)$$

т. е. электрон становится нерелятивистским независимо от величины начальной энергии.

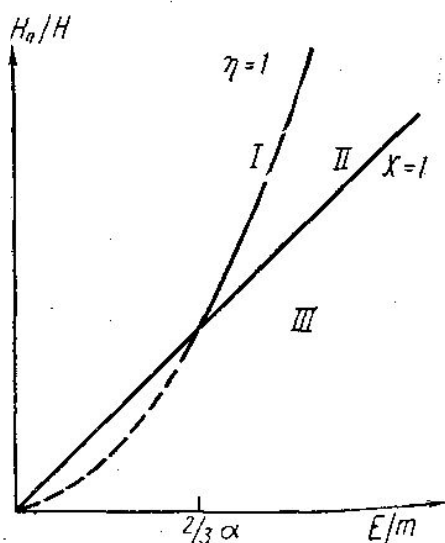


Рис. 1. Характер движения электрона в зависимости от энергии и величины магнитного поля

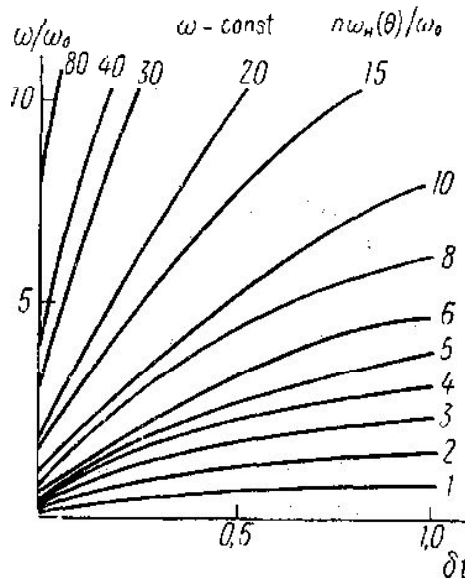


Рис. 2. Зависимость частоты гармоники n (в единицах ω_0) от времени для $E(0)/m=10$

В случае движения под углом к магнитному полю зависящим от времени будет также угол между направлением скорости и магнитным полем

$$\operatorname{tg} \psi(s) = \frac{v_{\perp}(s)}{v_{\parallel}} = \operatorname{tg} \psi(0) e^{-\delta s}, \quad \frac{ds}{dt} = E^{-1} t. \quad (3)$$

Предположим, что ультрарелятивистский электрон влетает в область, занятую однородным магнитным полем с продольным размером l под углом $\psi(0)$ к полю. Предельное значение угла влета, при котором электрон еще может выйти из этой области, определяется условием $\cos \psi(0) \delta^{-1} \sim l$. При этом конечное значение энергии равно $m/\sqrt{1-v_{\parallel}^2}$.

Покажем, что в пределах применимости классической теории поправки к мгновенной интенсивности излучения вследствие радиационного трения малы. Действительно, интенсивность излучения определяется ускорением в собственной системе отсчета. Поскольку сила трения и сила Лоренца взаимно перпендикулярны, то эти силы пре-

образуются различным образом при переходе к системе отсчета, движущейся вместе с электроном.

В результате, даже при $\eta \gg 1$ (т. е. если в лабораторной системе сила трения является основной), в собственной системе отсчета отношение силы трения к силе Лоренца равно $\frac{2}{3} \alpha \frac{H}{H_0} \frac{E}{m}$ и, следовательно, в α раз меньше квантового параметра χ , предполагаемого малым. Таким образом, поправки к мгновенным характеристикам излучения, возникающие за счет радиационного трения, в пределах классической теории имеют формальный характер. Парадокс, отмеченный в [13], связан именно с этими формальными поправками. Так, вычисляя мгновенную интенсивность излучения будем иметь

$$\begin{aligned} \tilde{P}(t) &= \frac{e^2}{m^2} \left(\frac{E}{m} \right)^2 (\dot{\mathbf{p}}^2 - \dot{E}^2) = P(t) \left(1 + \eta^2 \left(\frac{m}{E} \right)^2 \right), \\ P(t) &= \delta m v^2 \left(\frac{E}{m} \right)^4. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $P(t)$ — выражение для интенсивности магнитотормозного излучения, полученное без учета радиационного трения. Подсчитав формально полную энергию излучения за все время движения

$$\mathcal{E} = \int_0^{\infty} P(t) dt = (E(0) - m) \left(1 + \eta \left[\left(\frac{m}{E} \right)^2 + \left(\frac{m}{E} \right) + 1 \right] \right), \quad (5)$$

найдем, что излученная энергия оказывается больше начальной кинетической энергии $E_0 - m$ (релятивистский аналог «парадокса» [13]) и, следовательно, в пределах применимости классической теории должна быть отброшена. Всюду в дальнейшем предполагается $\chi \ll 1$ и поправки к мгновенной интенсивности отбрасываются.

Спектральный состав, угловое распределение и поляризация полного излучения

Поскольку продольная составляющая скорости сохраняется, достаточно рассмотреть случай движения в плоскости, перпендикулярной полю. Найдем спектральное распределение полной энергии излучения электрона за все время движения. Как было отмечено выше, мгновенное излучение не меняется при учете силы радиационного трения, если $\chi \ll 1$. Поэтому спектральное распределение полной излученной энергии может быть найдено интегрированием по времени известного [4] выражения для мгновенного спектра излучения.

Учитывая, что дискретный мгновенный спектр размазывается при усреднении по времени, перейдем к непрерывному распределению. В результате выражение для спектра полной излученной энергии запишем в виде

$$\mathcal{E}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dt \delta(\omega - n\omega_H(t)) W_n(t), \quad (6)$$

где $W_n(t)$ — мгновенная интенсивность излучения гармоники основной частоты $\omega_H = eH/E(t)$ [4], а зависимость $E(t)$ дается формулой (1). Проинтегрировав по времени с помощью δ -функции, получим:

$$\mathcal{G}(\omega) = \sum_{n=n_1}^{n_2} \frac{2e^4 H^2}{\delta \omega_H(\infty) \gamma_n^2 m^2 v_n} \left\{ J'_{2n}(2nv_n) - \frac{n}{\gamma_n^2 v_n^2} \int_0^{v_n} J_{2n}(2n\xi) d\xi \right\}, \quad (7)$$

$$v_n = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{n\omega_H(\infty)} \right)^2}, \quad \gamma_n = n \frac{\omega_H(\infty)}{\omega}.$$

Пределы суммирования в (7) определяются из условия обращения в нуль аргумента δ -функции (рис. 2):

$$n_1 = 1 + \left[\frac{\omega}{\omega_H(\infty)} \right], \quad n_2 = \left[\frac{\omega}{\omega_H(0)} \right], \quad (8)$$

x	$F(x)$	$\Phi(x)$	x	$F(x)$	$\Phi(x)$
0,01	3,042	1,41	1,20	0,715	0,393
0,02	2,98	1,39	1,40	0,576	0,321
0,03	2,92	1,37	1,60	0,465	0,262
0,04	2,87	1,35	1,80	0,377	0,214
0,05	2,83	1,34	2,00	0,305	0,175
0,06	2,78	1,32	2,50	0,181	0,106
0,08	2,69	1,29	3,00	0,108	0,0638
0,10	2,61	1,26	3,50	0,0647	0,0386
0,20	2,27	1,12	4,00	0,0388	0,0234
0,30	2,00	1,00	4,50	0,0233	0,0142
0,40	1,76	0,90	5,00	0,0140	0,0085
0,50	1,57	0,810	5,50	0,0084	0,0052
0,60	1,39	0,729	6,00	0,0051	0,0031
0,70	1,24	0,657	7,00	0,00185	0,00116
0,80	1,11	0,593	8,00	0,00068	0,00042
0,90	0,993	0,535	9,00	0,00025	0,00016
1,00	0,889	0,483	10,0	0,000091	0,000057

где квадратными скобками обозначена целая часть. Спектр обрывается снизу на частоте $\omega_H(0)$.

Из рис. 2 ясно, что число членов суммы растет с увеличением частоты, причем большинство кривых $n\omega_H(t)$ пересекается прямой $\omega = \text{const}$ в области $t \leq \delta^{-1}$, когда электрон еще является релятивистским. Поэтому при $\omega \gg \omega_H(\infty)$ можно воспользоваться асимптотическим приближением функции Бесселя функциями Макдональда [4], справедливыми в ультрарелятивистской области. Учитывая, что при $\omega \gg \omega_H(0)$ число членов в сумме (7) становится очень большим, можно перейти от суммирования по n к интегрированию по v_n , в результате чего получим

$$\frac{d\mathcal{G}}{d\omega} = \frac{e^2 \omega}{\pi \sqrt{3} \delta} \int_0^{v_0} dv \left[2 \sqrt{1-v^2} K_{2/3} \left(\frac{2\omega(1-v^2)}{3\omega_0} \right) - \frac{2\omega}{\omega_0} \int_0^1 dx (1-v^2 x^2)^{1/2} K_{1/3} \left(\frac{2\omega}{3\omega_0} \frac{(1-v^2 x^2)^{3/2}}{(1-v^2)^{1/2}} \right) \right]. \quad (9)$$

После несложных преобразований с использованием рекуррентных соотношений для функций Макдональда, окончательно выражение для спектра полной энергии излучения запишем в виде

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega} = \frac{2}{3} \frac{H_0}{H} \frac{I(x)}{\gamma_0}, \quad I(x) = \frac{3\sqrt{3}}{8\pi\sqrt{x}} [F(x) - F(\gamma_0^2 x)],$$

$$F(x) = \int_x^\infty (y^{3/2} - x^{3/2}) K_{5/3}(y) dy, \quad x = \frac{2}{3} \frac{\omega}{m} \frac{H_0}{H\gamma_0^2}. \quad (10)$$

Формула (10) получена при условии $\gamma_0 \gg 1$, при этом функция $I(x)$ нормирована на единицу.

Значения функции $F(x)$ в существенной области изменения аргумента приведены в таблице. При малых x справедливо следующее разложение:

$$F(x) \simeq \frac{13}{72\sqrt{2}} \Gamma\left(\frac{1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{5}{12}\right) + \pi\sqrt{3} \left(\frac{x^{3/2}}{3} - \frac{3}{5} 2^{5/3} \frac{x^{5/6}}{\Gamma(1/3)} + \frac{2^{1/3}}{26} \frac{x^{13/6}}{\Gamma(2/3)} + \dots \right).$$

Асимптотическое разложение при $x \gg 1$ имеет вид

$$F(x) \simeq \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \left(\frac{3}{2} + \frac{55}{48} \cdot \frac{1}{x} + \dots \right).$$

Отметим, что выражение (10) для спектральной плотности получено путем использования асимптотических формул для функций Бесселя, справедливых при больших индексах. Пока электрон остается релятивистским, это приближение справедливо во всем диапазоне частот. По мере уменьшения энергии условие применимости аппроксимаций сдвигается в область все более высоких частот. Поэтому, строго говоря, (10) годится лишь для частот $\omega \gg \omega_H$. Тем не менее интегрально функция $I(x)$ правильно описывает весь спектр, поскольку с рассматриваемой точностью:

$$\mathcal{E} = \int \mathcal{E}(\omega) d\omega = E(0) \simeq E(0) - m. \quad (11)$$

Функция $I(x)$ имеет максимум при $x = 1,075\gamma_0^{-2}$, что соответствует частоте порядка $\frac{3}{2}\omega_0$ (строго говоря, для выяснения точной формы спектра в этой области следует обратиться к точной формуле (7)).

Если электрон находится в поле конечное время T , за которое не происходит полного высвечивания, то спектральная функция будет определяться выражением

$$I_T(x) = [F(x) - F(x_T)] \frac{3\sqrt{3}}{8\pi\sqrt{x}}; \quad x_T = x \left(\frac{\gamma_T}{\gamma_0} \right)^2. \quad (12)$$

В этом случае положение максимума соответствует частоте $\frac{3}{2}\omega_0\gamma_T^2$ и определяется конечной энергией электрона. Отметим, что в любом случае положение максимума в спектральном распределении не зависит от начальной энергии электрона, а определяется конечной энергией.

Для оценки углового распределения полного излучения вычислим отношение полной энергии излучения перпендикулярно плоскости орбиты к энергии излучения в плоскости орбиты:

$$\frac{(d\mathcal{E}/d\Omega)_{\theta=\pi/2}}{(d\mathcal{E}/d\Omega)_{\theta=0}} \approx \frac{4}{3} \left(\frac{m}{E(0)} \right)^2. \quad (13)$$

Из этой формулы видно, что степень направленности полного излучения несколько меньше, чем соответствующая величина для мгновенного излучения в начальный момент времени.

Обратимся к поляризации излучения. Удобно выбрать независимые направления поляризации вдоль проекции магнитного поля на картинную плоскость \mathcal{E}_2 и перпендикулярно этому направлению \mathcal{E}_1 [4]. Тогда для степени поляризации получим

$$P = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} = \frac{3}{2} \frac{\Phi(x) - \Phi(\gamma_0^2 x)}{F(x) - F(\gamma_0^2 x)}; \quad \Phi(x) = \int_x^\infty \sqrt{y} K_{2/3}(y) dy. \quad (14)$$

Значения функции $\Phi(x)$ приведены в таблице. При малых x она имеет следующий вид:

$$\Phi(x) \approx \frac{1}{12\sqrt{2}} \Gamma\left(\frac{1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{5}{12}\right) + \pi\sqrt{3} \left(\frac{3}{13} \frac{x^{13/6}}{2^{2/3} \Gamma(2/3)} - \frac{x^{5/6} 2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} - \frac{2}{5} \right). \quad (15)$$

При больших x справедливо разложение

$$\Phi(x) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \left(1 + \frac{7}{72} \frac{1}{x} - \frac{1463}{10368} \frac{1}{x^2} + \dots \right). \quad (16)$$

Влияние излучения на ориентацию спина

Как было показано А. А. Соколовым и И. М. Терновым, синхротронное излучение приводит к преимущественной ориентации спина электрона против направления магнитного поля [16]. При этом предполагается, что синхротронные потери тем или иным способом компенсируются и электрон излучает, оставаясь все время релятивистским. Рассмотрим влияние излучения на состояние спинов ультрарелятивистских электронов в условиях, когда подкачки энергии нет.

Кинетическое уравнение для спиновой функции распределения с учетом изменения функции распределения по импульсам было рассмотрено в работе [17]. Пусть $N_n^{\uparrow(\downarrow)}$ — число электронов на квантовом уровне n со спином, ориентированным вдоль (против) поля. Тогда, полагая

$$N_n^{\uparrow(\downarrow)}(t) = f_n(t) N^{\uparrow(\downarrow)}(t), \quad \sum_n f_n = 1,$$

$$N^\uparrow(t) + N^\downarrow(t) = N_0 = \text{const}, \quad (17)$$

решение кинетического уравнения для спиновой функции можем записать в виде

$$N^\downarrow(t) = \left(N_0 \int_0^t W^{\uparrow\downarrow}(t') \exp \int_0^{t'} \frac{dt''}{\tau_p(t'')} dt' + N_0^\downarrow \right) \exp \left(- \int_0^t \frac{dt'}{\tau_p(t')} \right),$$

$$\tau_p^{-1}(t) = W^{\uparrow\downarrow}(t) + W^{\downarrow\uparrow}(t), \quad W^{\downarrow\uparrow}(t) = \sum_{n,n'} f_n(t) \omega_{nn'}^{\downarrow\uparrow}. \quad (18)$$

Здесь $\omega_{nn'}^{\downarrow\uparrow}$ и $\omega_{nn'}^{\uparrow\downarrow}$ — вероятности переходов с переориентацией спина, N_0^{\downarrow} — начальное число электронов со спином против поля.

Переходя от f_n к непрерывной функции распределения

$$f_n = 2\pi e H f(\rho_{\perp}, t); \quad \int 2\pi \rho_{\perp} f(\rho_{\perp}, t) d\rho_{\perp} = 1, \quad (19)$$

будем иметь для $f(\rho_{\perp}, t)$ следующее кинетическое уравнение:

$$\frac{\partial f(\rho_{\perp}, t)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{\perp}} \frac{\partial}{\partial \rho_{\perp}} (\rho_{\perp} \dot{\rho}_{\perp} f(\rho_{\perp}, t)) = 0, \quad (20)$$

$$\dot{\rho}_{\perp}(\rho_{\perp}) = - \sum_{n < n'} \frac{m^2 H}{H_0 \rho_{\perp}} \cdot (n - n') \omega_{nn'}.$$

Решение этого уравнения может быть записано в виде

$$f(\rho_{\perp}, t) = \frac{1}{\rho_{\perp} \dot{\rho}_{\perp}} \Phi(\rho_{\perp} - \rho_{\perp}(t)), \quad (21)$$

где $\rho_{\perp}(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\rho_{\perp}(t)}{dt} = \dot{\rho}_{\perp}(\rho_{\perp}). \quad (22)$$

При вычислении величин $W^{\downarrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}(t)$ следует, строго говоря, использовать выражения для вероятностей $\omega_{nn'}^{\downarrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}$, пригодные во всем интервале энергий (18), однако используя соображения, приведенные в предыдущем разделе, для оценки эффекта возьмем ультрарелятивистское приближение [16]:

$$\begin{aligned} \sum_{n'} \omega_{nn'}^{\downarrow\uparrow} &= \frac{5\sqrt{3}}{16} \left(\frac{H}{H_0}\right)^3 m \left(\frac{E}{m}\right)^2 \left(1 - \frac{8\sqrt{3}}{15}\right), \\ \sum_{n'} \omega_{nn'}^{\uparrow\downarrow} &= \frac{5\sqrt{3}}{16} \left(\frac{H}{H_0}\right)^3 m \left(\frac{E}{m}\right)^2 \left(1 + \frac{8\sqrt{3}}{15}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

Из формулы (18) видно, что начальное распределение по спинам существенно меняется за время t_p , такое, что величина

$$\exp\left(-\int_0^{t_p} \frac{dt'}{\tau_p(t')}\right) \quad (24)$$

становится малой. Вычислив интеграл

$$\int_0^{t_p} \frac{dt'}{\tau_p(t')} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \left(mt_p + \frac{E(0) - E(t_p)}{\delta}\right) \quad (25)$$

и подставляя сюда в качестве t_p время высвечивания δ^{-1} , получим условие возникновения преимущественной поляризации в виде

$$1 \gg \chi \gg \frac{1}{137}. \quad (26)$$

Ограничение сверху является условием применимости рассматриваемого квазиклассического приближения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сыроватский С. И. «Астрономический журнал», **36**, 17, 1959.
2. Ахиезер А. И., Алексин В. В. и др. ЖЭТФ, **42**, 552, 1962.
3. Померанчук И. Я. ЖЭТФ, **9**, 915, 1939.
4. Синхротронное излучение. Сб. статей под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., 1966.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1966.
6. Shen C. S. Phys. Rev. Lett., **24**, 2110, 1970.
7. Shen C. S., White D. Phys. Rev. Lett., **28**, 455, 1972.
8. White D. Phys. Rev., **5**, 1930, 1972.
9. P. A. M. Dirac. Proc. Roy. Soc., **A167**, 148, 1938.
10. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Классическая теория поля. М., 1949.
11. Гервет Г. Е. ДАН СССР, **168**, 63, 1966.
12. Борисов А. В., Грац Ю. В. «Изв. вузов», физика, **3**, 87, 1972.
13. Cloetens et al. Nuovo Cim., **62A**, 247, 1969.
14. Соколов А. А., Колесникова М. М. «Вестн. Моск. ун-та», физ. астрон., **11**, 198, 1971.
15. Гинзбург В. Л. «Успехи физических наук», **98**, 569, 1969.
16. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, **153**, 1053, 1963.
17. Гальцов Д. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 5, 57, 1969.
18. Гальцов Д. В., Никитина Н. С. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 3, 329, 1970.

Поступила в редакцию
20.2 1973 г.

Кафедра
теоретической физики