

В. Г. ПЕТНИКОВ

О ФЛУКТУАЦИОННОМ И ДИНАМИЧЕСКОМ ВЛИЯНИИ ЕМКОСТНОГО ДАТЧИКА НА МЕХАНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Проведен анализ динамического и флуктуационного влияния емкостных датчиков малых смещений с регистрацией фазы и частоты. Показано, что эти емкостные индикаторы обладают значительно меньшим динамическим влиянием, чем датчики с регистрацией амплитуды при той же минимально измеряемой силе. В ряде случаев это дает возможность осуществить оптимальную стратегию обнаружения без компенсации динамического влияния, что значительно упрощает эксперимент.

В технике физического эксперимента для регистрации смещений механических осцилляторов под действием малых сил широко применяются емкостные датчики. Емкостный датчик представляет собой радиочастотный контур с конденсатором, одна из пластин которого подвижна (см. рис.). Смещение массы осциллятора приводит к изменению расстояния между пластинами и, следовательно, к перестройке собственной частоты контура. Если, например, внешний генератор настроен на склон резонансной кривой контура, то это вызывает ощутимое изменение амплитуды сигнала, которое может быть зарегистрировано амплитудным вольтметром.

В работе [1] рассмотрены динамическое и флуктуационное влияние такого датчика на механический осциллятор и разработана оптимальная стратегия измерения с помощью такого емкостного индикатора.

В настоящей работе рассмотрены два новых варианта емкостного датчика, в одном из которых регистрируемым параметром является изменение фазы, в другом — частоты сигнала, снимаемого с контура. Ниже приведены результаты анализа динамического и флуктуационного влияния и рассмотрен вопрос оптимальной стратегии измерения для такого рода датчиков.

В емкостном индикаторе, регистрируемым параметром которого является фаза сигнала, внешний генератор настраивается точно на собственную частоту электрического контура. Изменение зазора между пластинами конденсатора, вызванное смещением массы осцилля-

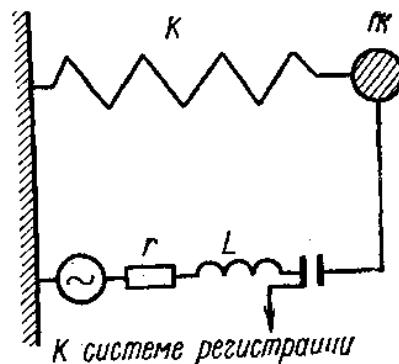


Схема емкостного датчика

тора, приводит в этом случае к резкому изменению фазы высокочастотного сигнала. Это изменение может быть зарегистрировано при помощи фазового детектора. Предельная чувствительность емкостного датчика по измерению смещения (без учета обратного влияния этого датчика на механический осциллятор) ограничивается наличием некогерентных тепловых электрических колебаний в контуре и в рассматриваемом случае равна:

$$[x(\tau)]_{\min} = \theta \frac{d}{U} \sqrt{4\kappa Tr \Delta f}, \quad (1)$$

где θ — безразмерный множитель, порядка нескольких единиц, отвечающий определенному уровню достоверности обнаружения, Δf — полоса частот, характерных для $x(\tau)$, r — сопротивление контура, T — температура, κ — постоянная Больцмана, U — амплитуда электрического напряжения в контуре, d — рабочий зазор конденсатора. Это выражение показывает, что предельная чувствительность предлагаемого датчика в два раза больше, чем у датчика, рассмотренного в [1], при условии, что все их параметры одинаковы.

Что касается динамического влияния, то в рассматриваемом датчике оно весьма мало. Расчет показывает, что при настройке внешнего генератора точно на собственную частоту контура жесткость, добавляемая к механическому осциллятору за счет кулоновской силы притяжения между пластинами конденсатора, равна нулю. Однако настроить генератор точно на собственную частоту контура невозможно, и поэтому добавочная жесткость практически всегда существует. За счет запаздывания этой жесткости в осцилляторе может возникнуть колебательная неустойчивость. Например, при расстройке порядка $10^{-3}/Q$ (Q — добротность электрического контура) максимально возможное напряжение на конденсаторе, выше которого возникает колебательная неустойчивость, равно

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^8 \pi d^3 m \omega_m}{Q_m S \tau^* Q}}, \quad (2)$$

где ω_m — частота колебаний механического осциллятора, Q_m — его добротность, m — масса пробного тела, S — площадь пластины конденсатора, τ^* — время релаксации электрического контура. Это напряжение в 22 раза больше, чем у емкостного индикатора с регистрацией амплитуды. Флуктуационное влияние предлагаемого емкостного датчика, обусловленное тепловыми флуктуациями в электрическом контуре, оказывается в два раза больше, чем у датчика, рассмотренного в [1]. Действительно, расчет дает следующее выражение для спектральной плотности флуктуационной силы, действующей со стороны емкостного индикатора на осциллятор:

$$(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 = \frac{S^2 U^2 \kappa Tr Q^2}{\pi^2 d^4}. \quad (3)$$

Для обнаружения силы $F(\tau)$, действующей на механический осциллятор, необходимо, чтобы

$$[F(\tau)]_{\min} \geq \theta \sqrt{(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 \Delta f} = \frac{\theta S U Q}{\pi d^2} \sqrt{\kappa Tr \Delta f}, \quad (4)$$

где Δf — полоса частот, внутри которой лежит основная часть спектра $F(\tau)$. С другой стороны, величина минимально обнаружимой силы

определяется предельной чувствительностью емкостного датчика и, согласно (1), равна

$$[F(\tau)]_{\min} = \frac{4\theta \, d m \omega_M}{U \tau} \sqrt{\kappa T r \Delta f}. \quad (5)$$

Анализ выражений (4) и (5) показывает, что существует оптимальное значение U , которое можно вычислить, имея лишь предварительную информацию о форме $F(\tau)$. Решая совместно (4) и (5), получим

$$[F(\tau)]_{\min} = \frac{4\theta}{\tau} \sqrt{\frac{\kappa T m \omega_M}{\omega_0}}, \quad (6)$$

$$U_{\text{оп}} = \sqrt{\frac{4 \pi d^3 \omega_M m}{Q S \tau}}. \quad (7)$$

Из сравнения этих выражений с аналогичными формулами работы [1] видно, что минимально обнаружимая с помощью предлагаемого датчика сила имеет тот же порядок, что и для использованного ранее датчика.

Другим возможным вариантом емкостного индикатора является датчик, емкость которого непосредственно включена в контур автогенератора томсоновского типа. Изменение расстояния между пластинами конденсатора приводит к изменению частоты сигнала, которое может быть зарегистрировано. Проведенный расчет показывает, что предельная чувствительность по измерению смещения без учета обратного влияния на осциллятор в этом случае зависит от конкретной схемы автогенератора. Для генератора с высокочастотным контуром в цепи сетки чувствительность определяется главным образом тепловым шумом:

$$[x(\tau)]_{\min} = \theta \frac{2d}{U} \sqrt{2\kappa T r \Delta f} \quad (8)$$

и по порядку величины совпадает с чувствительностью емкостного индикатора с регистрацией амплитуды. В генераторе с высокочастотным контуром в цепи анода основную роль играет дробовой шум и предельная чувствительность оказывается равной

$$[x(\tau)]_{\min} = \theta \frac{2d}{U} \sqrt{e I_0 \Gamma^2 r^2 Q^2 \Delta f}, \quad (9)$$

где I_0 — постоянная составляющая анодного тока в лампе, Γ — коэффициент депрессии, e — заряд электрона. Оценки, проведенные для реальных схем такого датчика, показывают, что его чувствительность будет меньше, чем у датчика, рассмотренного в [1].

Динамическое влияние как в индикаторе с контуром в цепи анода, так и в индикаторе с контуром в цепи сетки весьма мало по сравнению с датчиком, регистрирующим амплитуду. Максимально возможное напряжение на конденсаторе, при котором в осцилляторе возникает колебательная неустойчивость, для рассматриваемых датчиков равно

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{32 \pi d^3 m \omega_M}{Q_M S \tau^*}} \left(1 - \frac{rC}{MS_0}\right), \quad (10)$$

где M — коэффициент взаимной индукции, C — рабочая емкость, S_0 — кру-

тизна лампы в рабочей точке. Это напряжение в $\sqrt{4Q} \left(1 - \frac{rC}{MS_0}\right)$ раз больше, чем у датчика, рассмотренного в [1].

Однако флуктуационное влияние в емкостных индикаторах с регистрацией частоты довольно значительно. Спектральная плотность флуктуационной силы для датчика с контуром в цепи сетки равна

$$(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 = \frac{S^2 U^2 \omega_0^2 \kappa T r}{64 \pi^3 d^4 \omega_M^2}, \quad (11)$$

а для датчика с контуром в цепи анода

$$(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 = \frac{S^2 U^2 e I_0 \Gamma^2 \omega_0^2 r^2 Q^2}{64 \pi^3 d^4 \omega_M^2}. \quad (12)$$

Здесь ω_0 — собственная частота электрического контура.

Оптимальная стратегия обнаружения приводит в данном случае к следующим выражениям для минимально измеряемой силы и соответствующему ей оптимальному значению напряжения на конденсаторе. Датчик с контуром в цепи сетки:

$$[F(\tau)]_{\min} = \frac{2\theta}{\tau} \sqrt{\kappa T \frac{m}{Q}}, \quad (13)$$

$$U_{\text{оп}} = \sqrt{\frac{32 \pi d^3 \omega_M^2 m}{S \omega_0 \tau}}. \quad (14)$$

Датчик с контуром в цепи анода:

$$[F(\tau)]_{\min} = \frac{\theta}{\tau} \sqrt{2 \sqrt{2} e I_0 \Gamma^2 m r Q}, \quad (15)$$

$$U_{\text{оп}} = \sqrt{\frac{32 \pi d^3 \omega_M^2 m}{\sqrt{2} S \omega_0 \tau}}. \quad (16)$$

Полученные выражения справедливы для схем, в которых, во-первых, период механических колебаний много больше времени установления колебаний в контуре (или, что то же самое, $\omega_M \omega_0^{-1} \ll \ll 2\pi \left(1 - \frac{rC}{MS_0}\right) Q^{-1}$) и, во-вторых, справедливо неравенство $e I_0 \Gamma^2 r Q^2 \gg \gg 2\kappa T$. Следовательно, минимально обнаружимая с помощью предлагаемых датчиков сила в лучшем случае имеет тот же порядок, что и для датчика, регистрирующего амплитуду.

Таким образом, все рассматриваемые в статье емкостные индикаторы не дают выигрыша в минимально измеряемой силе по сравнению с датчиком, рассмотренным в [1]. Однако они обладают значительно меньшим динамическим влиянием, что в ряде случаев позволяет значительно упростить экспериментальную установку. Действительно, осуществление оптимальной стратегии обнаружения имеет смысл лишь в том случае, когда собственное механическое трение осциллятора достаточно мало и его собственными тепловыми флуктуациями можно пренебречь. Расчет показывает, что как только механическое трение становится настолько малым, что имеет смысл оптимальная стратегия обнаружения, в датчике с регистрацией амплитуды максимально возможное напряжение на контуре оказывается значительно

меньше, чем его оптимальное значение. Это означает, что для осуществления оптимальной стратегии измерения динамическое влияние необходимо компенсировать. У датчиков, рассматриваемых в статье, такой закономерности нет. Используя эти датчики, в ряде случаев можно осуществить оптимальную стратегию измерения без компенсации динамического влияния, что значительно упрощает схему.

Тип датчика	U_{\max} , В	$[F(\tau)]_{\min}$, дин	$U_{\text{оп}}$, В
Датчик с регистрацией амплитуды	4,5	$1,1 \cdot 10^{-5}$	10
Датчик с регистрацией фазы	31	$0,9 \cdot 10^{-5}$	6,5
Датчик с регистрацией частоты (контур в цепи сетки)	22	10^{-5}	7,8
Датчик с регистрацией частоты (контур в цепи анода)	22	$2,3 \cdot 10^{-3}$	6,6

Для иллюстрации приведем ряд числовых оценок. Предположим, что рассматриваемые датчики используются в гравитационном детекторе Вебера [2] ($m=4,1 \cdot 10^5$ ч, $\omega_m=10^4$ рад/с, $Q_m=10^5$). Из выражений (2), (6), (7), (10) и (13)–(16), а также используя результаты работы [1], можно вычислить ряд значений U_{\max} , $[F(\tau)]_{\min}$ и $U_{\text{оп}}$ для различных емкостных индикаторов (см. табл.). При расчете использовались следующие параметры емкостного датчика: $S=0,2$ см², $d=10^{-4}$ см, $\tau^*=3,8 \cdot 10^{-5}$ с, $1 - \frac{rC}{MS_0} = 10^{-1}$; $S_0=3$ мА/В, $I_0=10$ мА,

$$\Gamma^2=0,2, \quad \omega_0=3,1 \cdot 10^7 \text{ рад/с.}$$

В заключение автор выражает признательность В. Б. Брагинскому и В. И. Панову за плодотворное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.
2. Weber J. Phys Rev. Lett., 17, 1228, 1966.

Поступила в редакцию
25.4 1973 г.

Кафедра
физики колебаний