Авторы благодарят проф. В. Ф. Киселева за ценные замечания, высказанные при обсуждении данной работы, а также д-ра геол.-минерал. наук А. А. Ананяна за предоставленную возможность работать на релаксометре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gordon J. E. J. Phys. Chem., **66**, 1150, 1962.
2. Манк В. В., Гребенюк В. Д., Гнусин Н. П. «Украинский химический журнал», **37**, 956, 1971.
3. Dinius R. H., Emerson M. T., Choppin G. R. J. Phys. Chem., **67**, 1178, 1963.
4. Blaedel W. J., Brower L., James T. L., Noggle J. M. Anal. Chem., **44**, 982, 1972.
5. Быстров Г. С., Николаев Н. И., Григорьева Г. А. «Журн. физ. химии», **47**, 1004, 1973.
6. Pfeifer H. NMR-Basic Principles and Progress, 7, 53, 1972.
7. Hahn E. Phys. Rev., **80**, 580, 1950.
8. Zimmerman J. R., Brittin W. E. J. Phys. Chem., **61**, 1328, 1957.

Поступила в редакцию
14.6 1973 г.

Кафедра
общей физики для химфака

УДК 539.12

А. Б. КУКАНОВ, Н. Д. НАУМОВ

ДВИЖЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

1. Движение нейтральной частицы, обладающей собственным магнитным моментом, в неоднородных магнитных полях было предметом рассмотрения на основе классической механики в ряде работ [1, 2]. Трудность, которая возникает при квантовомеханическом подходе, состоит в том, что класс полей, для которых можно точно решить уравнение Паули и рассмотреть движение частицы как эволюцию волнового пакета, весьма ограничен. Однако, имея в виду квазиклассический характер движения частицы в некоторых случаях [1—4], можно пойти по пути выбора модельных полей, допускающих точное квантовомеханическое решение. Это оказывается возможным потому, что в некоторых реальных стационарных магнитных полях существуют области, в которых магнитный момент частицы следует за изменением напряженности магнитного поля [5]. Поле такой области будем считать модельным полем, распространенным на все пространство. Так, например, при интерпретации опыта Штерна—Герлаха вместо реального поля

$$H_x = 0, \quad H_y = ay, \quad H_z = H_0 + az, \quad a,\ H_0 \text{ — const} \tag{1}$$

при достаточно большом H_0 в области вблизи плоскости $y=0$ можно выбрать модельное поле [2—4]

$$H_x = H_y = 0, \quad H_z = H_0 + az. \tag{2}$$

Точно также при анализе явлений фокусировки и поляризации пучка нейтральных частиц, обладающих собственным магнитным моментом, вблизи медианной плоскости ($z=0$) в магнитном поле [1]

$$H_\varphi = 0, \quad H_\rho = 2a\rho z, \quad H_z = H_0 + a(\rho^2 - 2z^2), \quad H_0,\ a = \text{const} \tag{3}$$

можно использовать модельное поле $\mathbf{H} = (0,0,H_0+a\rho^2)$. В самом деле, так как время пролета частицей массы $m \sim 10^{-22}$ г (атомом, молекулой) интересующей нас области поля $\tau \sim 10^{-4}$ с [1, 2], то, выбрав начальную ширину волнового пакета $\delta \sim 10^{-8}$ см, получим для «толщины» слоя $\delta_\tau \simeq \dfrac{\hbar\tau}{m\delta} \sim 10^{-1}$ см. Ясно, что выбором констант H_0 и a можно обеспечить выполнение в этом слое условия адиабатичности [5].

2. Запаздывающая функция Грина (матрица) уравнения Паули имеет вид [6]

$$\Gamma_{\rho\rho'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = \theta(-\tau)\, G_{\rho\rho'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau); \quad \theta(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0, \\ 0, & \tau < 0, \end{cases} \tag{4}$$

$$G_{\rho\rho'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = \sum_n \psi_{\rho n}(\mathbf{r}) \psi^*_{\rho' n}(\mathbf{r}') e^{\frac{i}{\hbar} E_n \tau}; \quad \tau = t' - t; \quad \rho, \rho' = 1, 2.$$

Функция Грина удовлетворяет уравнению Паули и сингулярному граничному условию

$$\lim_{\tau \to 0} G_{\rho\rho'}(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}', \tau) = \delta_{\rho\rho'} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{5}$$

В случае поля (2) решение уравнения Паули для нейтральной частицы массы m и магнитным моментом $\mu > 0$ ищем в виде

$$\Psi(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y) - \frac{i}{2m\hbar}(p_x^2 + p_y^2)t}}{2\pi\hbar} \begin{pmatrix} \frac{1+\mathfrak{z}}{2} u_1(z, t) \\ \frac{1-\mathfrak{z}}{2} u_{-1}(z, t) \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\mathfrak{z} = \pm 1.$$

Нетрудно видеть, что

$$G_{12} = G_{21} = 0, \quad G_{\rho\rho}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = G_0(x, x', \tau)\, G_0(y, y', \tau)\, G_{\rho\rho}(z, z', \tau).$$

Здесь G_0 — функции Грина свободного движения, а

$$G_{\mathfrak{z}} = \sum_n u_{\mathfrak{z}n}(z)\, u^*_{\mathfrak{z}n}(z')\, e^{\frac{i}{\hbar} E_{\mathfrak{z}n}\tau}; \qquad \begin{matrix} \mathfrak{z} = 1 \text{ соответствует } G_{11}. \\ \mathfrak{z} = -1 \text{ соответствует } G_{22}. \end{matrix}$$

Для функции $u_{\mathfrak{z}}(z, t)$ имеем уравнение

$$i\hbar \frac{\partial u_{\mathfrak{z}}}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 u_{\mathfrak{z}}}{\partial z^2} - \mu\mathfrak{z}(H_0 + az)\, u_{\mathfrak{z}}, \tag{7}$$

решение которого имеет вид [7]:

$$u_{\mathfrak{z}}(z, t) = A_{\mathfrak{z}} \Phi(\delta_{\mathfrak{z}})\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\mathfrak{z}} t}, \quad \delta_{\mathfrak{z}} = -\left(\frac{2m}{\hbar^2}\mu\mathfrak{z}a\right)^{1/3} \left(z + \frac{E_{\mathfrak{z}} + \mu\mathfrak{z}H_0}{\mu\mathfrak{z}a}\right), \tag{8}$$

$$A_{\mathfrak{z}} = \frac{(2m)^{1/3}}{\pi^{1/2}(\mu\mathfrak{z}a)^{1/6}\hbar^{2/3}}. \tag{9}$$

Функция Грина имеет вид [8, 9]:

$$G_{\mathfrak{z}}(z, z', \tau) = \left(\frac{mi}{2\pi\hbar\tau}\right)^{1/2} \exp\left\{\frac{i}{24} \frac{(\mu\mathfrak{z}a)^2}{m\hbar} \tau^3 - i(z' - z)^2 \frac{m}{2\hbar\tau} - \right.$$

$$\left. - i\frac{\tau}{2\hbar}(z' + z)(\mu\mathfrak{z}a) - i\frac{\tau}{\hbar}(\mu\mathfrak{z}a)\frac{H_0}{a}\right\}. \tag{10}$$

Задавая начальное состояние в виде пакета, соответствующего в классической теории движения частицы по оси x со скоростью p_x/m

$$\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{(\pi\delta^2)^{3/4}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar} x p_x - \frac{r^2}{2\delta^2}\right\} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}; \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \tag{11}$$

и учитывая, что

$$\psi_\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_{\rho'} \int \Gamma_{\rho\rho'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)\, \psi_{\rho'}(\mathbf{r}', 0)\, d\mathbf{r}', \tag{12}$$

найдем для распределения плотности вероятности при $t > 0$

$$\Psi^+(\mathbf{r}, t)\,\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi_1^*\psi_1 + \psi_2^*\psi_2 = \frac{1}{\left[\pi\delta^2\left(1+\frac{\hbar^2t^2}{m^2\delta^4}\right)\right]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{y^2+\left(x-\frac{p_xt}{m}\right)^2}{\delta^2\left(1+\frac{\hbar^2t^2}{m^2\delta^4}\right)}\right\}\left[\alpha\alpha^*\exp\left\{-\frac{\left(z-\frac{a\mu t^2}{2m}\right)^2}{\delta^2\left(1+\frac{\hbar^2t^2}{m^2\delta^4}\right)}\right\}+\right.$$

$$\left.+\beta\beta^*\exp\left\{-\frac{\left(z+\frac{a\mu t^2}{2m}\right)^2}{\delta^2\left(1+\frac{\hbar^2t^2}{m^2\delta^4}\right)}\right\}\right]. \qquad (13)$$

Имеем два максимума, соответствующие разделению на два состояния, различающиеся проекцией спина на ось z. Это имеет место, в частности, в опыте Штерна—Герлаха по расщеплению пучка атомов в неоднородном магнитном поле.

3. В случае аксиально симметричного поля $\mathbf{H}=(0,0,H_0+a\rho^2)$ мы должны искать решение уравнения Паули в виде

$$\Psi = \frac{e^{\frac{ip_zz}{\hbar}-\frac{i}{\hbar}\frac{p_z^2}{2m}t}}{\sqrt{2\pi\hbar}}\begin{pmatrix}\frac{1+\mathfrak{z}}{2}u_{+1}(\rho, t)\\ \frac{1-\mathfrak{z}}{2}u_{-1}(\rho, t)\end{pmatrix}, \qquad (14)$$

где $u_\mathfrak{z}(\rho, t)=u_\mathfrak{z}(x, y, t)$ ($\mathfrak{z}=\pm 1$) удовлетворяет двумерному (по координатам) уравнению Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial u_\mathfrak{z}}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta u_\mathfrak{z} - \mu\,\mathfrak{z}\,H_z u_\mathfrak{z}. \qquad (15)$$

При $\mathfrak{z}=-1$ уравнение (15) осцилляторного типа; спектр энергии — дискретный; функция Грина имеет вид [10]

$$G_{-1} = \frac{im\omega}{2\pi\hbar\sin\omega\tau}\exp\left\{\frac{m\omega}{2i\hbar\sin\omega\tau}\left[(\rho^2+\rho'^2)\cos\omega\tau-2\rho\rho'\right]+\right.$$

$$\left.+i\frac{\tau}{\hbar}\mu H_0\right\}, \qquad \omega=\left(\frac{2a\mu}{m}\right)^{1/2}. \qquad (16)$$

Случай $\mathfrak{z}=1$ соответствует непрерывному спектру собственных значений энергии. При решении соответствующего стационарного уравнения Шредингера в декартовых координатах следует провести разделение переменных по x и y и выбрать волновые функции (с учетом двукратного вырождения) в виде комбинаций функций параболического цилиндра. При использовании цилиндрических координат решением соответствующего радиального уравнения в случае непрерывного спектра являются функции Уиттекера. В обоих случаях найдем функцию Грина в виде

$$G_{+1} = \frac{im\omega}{2\pi\hbar\,\mathrm{sh}\,\omega\tau}\exp\left\{\frac{m\omega}{2i\hbar\,\mathrm{sh}\,\omega\tau}\left[(\rho^2+\rho'^2)\,\mathrm{ch}\,\omega\tau-2\rho\rho'\right]-i\frac{\tau}{\hbar}\mu H_0\right\}, \qquad (17)$$

которая формально может быть получена из (16) путем замен $\omega\to i\omega$, $-\mu H_0\to\mu H_0$.

Рассмотрим теперь эволюцию волнового пакета. Задавая начальное состояние при $t=0$ в виде, соответствующем начальному положению классической частицы в плоскости $z=0$ и начальному импульсу $\mathbf{p}_\rho(p_x, p_y)$ в этой же плоскости:

$$\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{C}{(\pi\delta^2)^{1/4}}\exp\left\{-\frac{z^2}{2\delta^2}-\frac{m\omega}{2\hbar}(\rho-\rho_0)^2+\frac{i}{\hbar}\rho\mathbf{p}_\rho\right\}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}, \qquad (18)$$

и вычисляя по формуле (12), получим при $t>0$ следующее распределение плотности вероятности:

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 = \frac{|C|^2}{\left[\pi\delta^2\left(1+\frac{\hbar^2 t^2}{m^2\delta^4}\right)\right]^{1/2}} \exp\left\{-\frac{z^2}{\delta^2\left(1+\frac{\hbar^2 t^2}{m^2\delta^4}\right)}\right\} \times$$

$$\times\left[\frac{\alpha\alpha^*}{\operatorname{ch} 2\omega t} \exp\left\{-\frac{m\omega}{\hbar \operatorname{ch} 2\omega t}\left(\rho-\rho_0 \operatorname{ch}\omega t-\frac{p_\rho}{m\omega}\operatorname{sh}\omega t\right)^2\right\}+\right.$$

$$\left.+\beta\beta^* \exp\left\{-\frac{m\omega}{\hbar}\left(\rho-\rho_0 \cos\omega t-\frac{p_\rho}{m\omega}\sin\omega t\right)^2\right\}\right]. \qquad (19)$$

Выражение (19) показывает, что в таком поле частицы со спином против направления поля удерживаются в радиальном направлении (волновые пакеты их в этом направлении не расплываются), а частицы со спином по направлению поля, наоборот, уходят в радиальном направлении (волновые пакеты их расплываются).

ЛИТЕРАТУРА

1. Корсунский М. И., Фогель Я. М. ЖЭТФ, **21**, 25, 1951.
2. Абов Ю. Г., Гулько А. Д., Крупчицкий П. А. Поляризованные медленные нейтроны. М., 1966.
3. Бом Д. Квантовая механика. М., 1965.
4. Файн В. М. Фотоны и нелинейные среды. М., 1972.
5. Владимирский В. В. ЖЭТФ, **39**, 1062, 1960.
6. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., 1958.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1963.
8. Гольдман И. И., Кривченков В. Д. Сборник задач по квантовой механике. М., 1957.
9. Куканов А. Б., Тхай Куанг. «Ж. вычисл. матем. и матем. физ.», **14**, № 2, 489, 1973.
10. Фейнман Р. П., Хибба А. Р. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М., 1968.

Поступила в редакцию
1.11 1972 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 539.145

Н. З. МИРЯСОВ, В. П. ТАСКАЕВ

О ВЛИЯНИИ ТЕРМОМАГНИТНОЙ ОБРАБОТКИ НА ЭФФЕКТ ХОЛЛА В Co-СОДЕРЖАЩИХ ФЕРРИТАХ

В работе исследуется влияние на поле Холла магнитной одноосной анизотропии, искусственно созданной методом термомагнитной обработки (ТМО).

Как известно, в некоторых ферро- и ферримагнетиках кубической симметрии ТМО вызывает одноосную магнитную анизотропию дополнительно к любым другим типам анизотропии, которые могли существовать первоначально.

Если материал изотропен или представляет собой поликристалл, то ось легкого намагничивания обычно совпадает с направлением поля, приложенного при ТМО. Намагничивание образца, прошедшего ТМО, производится одинаково легко в обоих направлениях вдоль этой оси, а петля гистерезиса принимает прямоугольную форму.

Исследованию подверглись приготовленные с помощью керамической технологии поликристаллические образцы следующих составов:

$$Co_x(Ni_{0,50}Cu_{0,50})_{1-x}Fe_2O_4 \quad (x=0{,}06,\ \ 0{,}08)$$

и

$$Cu_{0,95-x}Co_xFe_{2,05}O_4 \quad (x=0{,}1,\ 0{,}5,\ 0{,}7).$$