

УДК 551.465

Л. А. БУКИНА, С. В. ДОБРОКЛОНСКИЙ,
П. В. МИРОНОВ, Н. К. ШЕЛКОВНИКОВ

СРАВНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОБМЕНА ДЛЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ, ПОЛУЧЕННЫХ ПРЯМЫМ И ГРАДИЕНТНЫМ МЕТОДАМИ И МЕТОДОМ ЭРТЕЛЯ В ЛОТКЕ С ШЕРОХОВАТЫМ ДНОМ

Определяются коэффициенты обмена импульсом (в лотке с шероховатым дном) различными методами. При относительных глубинах (до $\eta \leq 0,04$) значения коэффициентов обмена, полученные прямым и градиентным методом, отличаются на $\sim 40\%$. Значения коэффициентов обмена, полученные методом Эртеля, на порядок больше тех же значений, полученных прямым и градиентным методом. Только в придонной области лотка с шероховатым дном ($\eta \leq 0,04$) использование градиентного метода является справедливым. При $\eta > 0,04$ коэффициенты обмена необходимо определять прямым методом.

Коэффициенты турбулентного обмена (A) являются одним из важнейших количественных характеристик турбулентных потоков, поскольку молекулярный обмен в них обычно мал. Они практически полностью определяют процесс перемешивания различных слоев жидкости, а следовательно, и перенос тепла, вещества, импульса.

Так, поток тепла q по оси z поперек движения потока жидкости, направленного вдоль оси x , обусловленный турбулентностью, дается соотношением [1]

$$q = C_p A_q \frac{\partial \theta}{\partial z}, \quad (1)$$

где C_p — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении, θ — температура, A_q — «динамический» коэффициент турбулентного обмена тепла с размерностью $(ML^{-1}T^{-1})$.

Поток взвешенных частиц S по оси z с размерностью $(ML^{-2}T^{-1})$ выражен в форме [2]:

$$S = -A_s \frac{\partial S_1}{\partial z}, \quad (2)$$

где S — мутность жидкости (объем взвеси по отношению к объему воды, содержащей эту взвесь есть безразмерная величина) и A_s — коэффициент обмена для взвеси $(ML^{-1}T^{-1})$.

И, наконец, поток количества движения τ $(ML^{-1}T^{-2})$ через единицу площади, нормальную к оси z (с жидкостью, движущейся вдоль оси x),

который одновременно является тангенциальным напряжением трения для той же площади, есть [1]

$$\tau = -A_{\tau} \frac{du}{dz} \quad (3)$$

Здесь u — скорость движения воды, A_{τ} — коэффициент турбулентного обмена для количества движения (импульса) с размерностью $(ML^{-1}T^{-1})$ или динамический коэффициент турбулентной вязкости жидкости.

Имеются различные методы определения коэффициента обмена для количества движения.

Если для границы раздела море — атмосфера в последнее время появились статьи, где описываются результаты сравнения различных методов, например [3], то для водных потоков со свободной поверхностью подобные исследования нам неизвестны.

В данной работе A_{τ} определяется в лотке с искусственной шероховатостью тремя различными методами: прямым (корреляция турбулентных пульсаций скорости), градиентным и методом Эртеля.

Прямой метод основан на гипотезе Буссинеска, который по аналогии с вязким трением ввел коэффициент турбулентного обмена как множитель пропорциональности, связывающий градиент средней скорости по вертикали du/dz с турбулентным касательным напряжением Рейнольдса — $\overline{\rho u'w'}$:

$$\tau = -\overline{\rho u'w'} = A_{\tau} \frac{du}{dz} \quad (4)$$

Здесь ρ — плотность среды, u' и w' — продольный и вертикальный компоненты «пульсационных» скоростей, т. е. отклонений мгновенных скоростей u' и w' от их средних значений \bar{u} и \bar{w} . Как следует из (4),

$$A_{\tau} = \frac{-\overline{\rho u'w'}}{du/dz} \quad (5)$$

Таким образом, для определения A_{τ} прямым методом необходимо иметь синхронные записи пульсаций u' и w' и значение градиента средней скорости \bar{u} . В этом случае нет необходимости прибегать к каким-либо дополнительным предположениям и допущениям. Однако этот метод достаточно сложен при получении одновременных записей u' и w' и последующего вычисления корреляций $u'w'$. В настоящее время прямой метод является эталонным.

Градиентный метод в принципе более прост для применения. На небольшой высоте над сушей или морем (в пределах приземного слоя атмосферы) он дает величины тангенциального трения (или другие характеристики), хорошо согласующиеся с цифрами, получаемыми прямым методом даже в случае стратифицированного воздуха [3]. В этом слое, толщина которого обычно 30—50 м и составляет грубо 0,03—0,05 от подной толщины пограничного слоя атмосферы, мы, как и Прандтль, считаем, что в условиях безразличной стратификации поток количества движения, или тангенциальное напряжение трения τ , приближенно сохраняет постоянную величину на любом горизонте [4, 5]:

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 = \text{const}, \quad (6)$$

а длина пути перемешивания l растет линейно с высотой над нижней ограниченной поверхностью:

$$l = \kappa(z + z_0). \quad (7)$$

Здесь постоянная Кармана $\kappa \cong 0,04$, z_0 — параметр шероховатости поверхности. Если исключить l из (6) и (7) и ввести так называемую динамическую скорость

$$u_x = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}, \text{ то можно получить}$$

$$\frac{\tau}{\rho} = u_x^2 = \kappa^2(z + z_0)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

или

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_x}{\kappa(z + z_0)}. \quad (8)$$

Интегрирование этого уравнения дает логарифмическую зависимость скорости течения от высоты

$$u = \frac{u_x}{\kappa} \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right). \quad (9)$$

Сопоставление прандтлевской формулы (6) для τ и формулы (4) дает выражение

$$A_\tau = \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right). \quad (10)$$

Подставив в (10) l и $\frac{\partial u}{\partial z}$ из (7) и (8), нетрудно найти соотношение, определяющее коэффициент турбулентного обмена для количества движения:

$$A_\tau = \rho \kappa u_x (z + z_0). \quad (11)$$

Необходимые для вычисления A_τ значения u_x и z_0 находятся по уравнению (9) из измеренных значений скорости на двух каких-либо горизонтах.

Можно думать, что и в случае нестратифицированных водных потоков со свободной поверхностью указанное выше линейное возрастание коэффициента обмена приближенно также должно бы иметь место на небольшом расстоянии от дна. Однако для всей толщи жидкости (потока), являющейся полностью, некоторым пограничным слоем потока над дном, должны иметь место более сложные зависимости как для пути перемешивания, так и для коэффициента обмена и потока импульса.

Наконец, метод Эртеля [6] в принципе позволяет рассчитать величину коэффициента обмена какого-либо свойства потока, если известны характеристики пульсаций свойства в продольном направлении и поперечный градиент средней величины этого свойства. Очевидно, проведение таких измерений технически менее сложно, чем в случае прямого метода.

Не вдаваясь в подробности вывода расчетной формулы для A_τ (см. [6]), приведем саму формулу для произвольного «свойства»:

$$A = \rho \frac{S_m(E) M_m(E)}{\left(\frac{\partial E}{\partial z} \right)^2}, \quad (12)$$

где $S_m(E)$ — среднеквадратичная пульсация свойства E от среднего значения E_0 , $M_m(E)$ — среднеквадратичная величина производной $\frac{\partial E}{\partial t}$. Будем считать, что свойство E есть продольная скорость жидкости u . Так как средняя величина производной для величины, колеблющейся около среднего значения, очевидно, равна нулю, то (12) можно переписать в следующем виде:

$$A_r = \rho \frac{\sqrt{D(u) D\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)}}{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2} \quad (13)$$

Здесь $D(u)$ и $D\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ суть соответствующие дисперсии величин \bar{u} и $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Для определения коэффициентов обмена описанными методами в лабораторных условиях были получены записи пульсаций продольного компонента вектора мгновенной скорости u' и пульсаций угла отклонения вектора мгновенной скорости от среднего направления α' , а также значения средней скорости на различных глубинах \bar{u} . Зная α' , можно определить пульсации скорости в вертикальном направлении w' [7].

Измерения проводились в методическом лотке. Длина лотка составляла 7 м, ширина 0,2 м, глубина потока, равная 20 м, во время эксперимента оставалась постоянной.

Измерения u' и α' производились термогидрометром «углового» типа. В качестве датчика использовались вольфрамовые нити диаметром 0,02 мм и длиной 7 мм, которые включались в смежные плечи двойного моста постоянного тока. Регистрация u' и α осуществлялась с помощью шлейфового осциллографа Н-700, чувствительность гальванометра составляла 10^{-6} А/мм·м. Одновременно измерялась средняя скорость течения микровертушкой типа х-6 диаметром 8 мм. Записи u' и α' были проведены на высотах 0,8; 1,5; 2,5; 5 и 10 см от дна. Шероховатость дна создавалась мелким гравием диаметром 6—8 мм. Чувствительность измерительного прибора к изменению пульсаций скорости составляла 0,4 (см/с)/мм, а к изменению угла атаки датчика — 0,0096 рад/мм. Инерция измерительного прибора составляла 0,05 с.

Тарировка прибора по скорости осуществлялась непосредственно во время эксперимента на тех же уровнях и при тех же условиях, что и запись пульсаций скорости. Для этого в конце каждой рабочей записи u' датчик смещался на некоторое расстояние по вертикали так, чтобы средний уровень записи u' на осциллограмме сместился на величину Δl , превышающую дисперсию исследуемого процесса, и снова производилась запись u' , но уже меньшей длительности. Затем на осциллограмме определялось расстояние между средними уровнями этих записей. Изменение средней скорости Δu на этих уровнях определялось с помощью микровертушки х-6. После чего чувствительность датчика к изменению скорости определялась как

$$S_1 = \frac{\Delta V}{\Delta l} \quad [8].$$

Определение чувствительности датчика к изменению угла атаки на некотором горизонте осуществлялось путем изменения положения датчика относительно направления потока. При этом угол атаки датчика $\Delta\alpha$ изменялся от -10° до $+10^\circ$. Угловая чувствительность датчика оп-

ределялась, как $S_2 = \frac{\Delta\alpha}{\Delta n}$, где Δn — изменение положения среднего уровня записей пульсаций α' при изменении угла атаки датчика на $\Delta\alpha$.

На рис. 1 и 2 приведены графики тарировки датчика по u' и α' . На рис. 1 по оси ординат отложены показания гальванометра малого моста, а по оси абсцисс — угол отклонения датчика от горизонтального направления; на рис. 2 по оси абсцисс отложены показания гальванометра большого моста, по оси абсцисс — скорость потока. Из рис. 2 видно, что зависимость тока разбаланса в диагонали большого моста от средней скорости потока в интервале скоростей от 19 до 32 см/с практически линейна, а чувствительность прибора по скорости составляет $S_1 = \frac{\Delta v}{\Delta n} = 0,4$ (см/с)/мм.

Как видно из рис. 1, зависимость тока разбаланса малого моста при изменении угла атаки датчика также линейна. Чувствительность датчика к изменению угла отклонения вектора мгновенной скорости от среднего направления остается постоянной при изменении скорости потока от 19 до 32 см/с и в данном случае составляет

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta n} = 0,0096 \text{ рад/мм.}$$

Тарировочные кривые, приведенные на рис. 1 и 2, хорошо согласуются с результатами тарировок, проведенных методом протяжки датчика в спокойной воде [7]. Описанный способ тарировки является более простым по сравнению с существующими методами и позволяет определить чувствительность прибора как по модулю вектора скорости, так и по углу отклонения мгновенного вектора скорости от среднего направления потока непосредственно во время проведения эксперимента.

Для определения A_T различными методами было проведено несколько сеансов синхронной записи u' и α' , а также среднего значения скорости на различных расстояниях от дна. По данным вертушки для нескольких сеансов наблюдений были построены эпюры скоростей в полупологарифмическом масштабе, хорошо совпадающие между собой.

По этим данным методом средних была получена аналитическая зависимость скорости потока от глубины

$$u = a \ln z + u_0.$$

По этой кривой была определена динамическая скорость

$$u_x = \frac{(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) x}{\ln \frac{z_2}{z_1}}$$

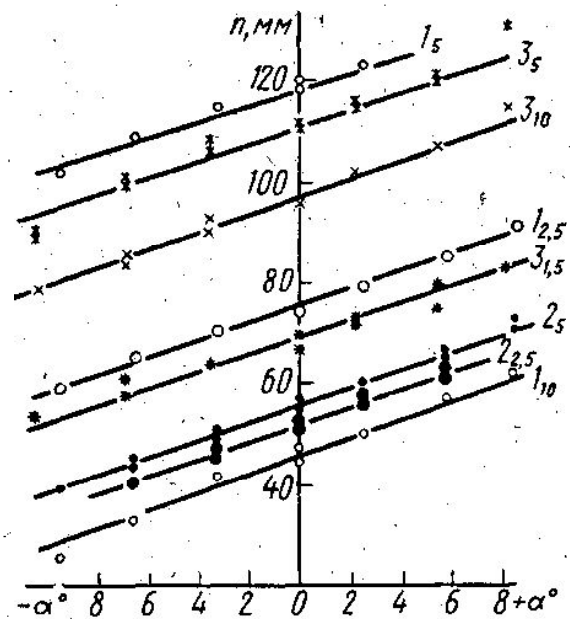


Рис. 1. Зависимость тока разбаланса в диагонали малого моста от угла атаки датчика для разных проволочек, взятых из одного и того же образца на разных высотах от дна (разные скорости потока). Номера кривых соответствуют номеру проволочки, индекс показывает высоту, на которой проведена данная градуировка

и динамическая шероховатость

$$z_0 = z_1 l \frac{u_{1*}}{u_1}$$

Градиент средней скорости также находился по экспериментальной кривой по формуле $du/dz = a/z$. Затем были вычислены коэффициенты обмена согласно выражениям (5), (12) и (13). Для определения корреляции $\overline{u'w'}$ и дисперсий $D(u')$ и $D\left(\frac{du}{dt}\right)$ использовались записи u' и α' длительностью 35 с. Непрерывная запись разбивалась на 700 дискрет-

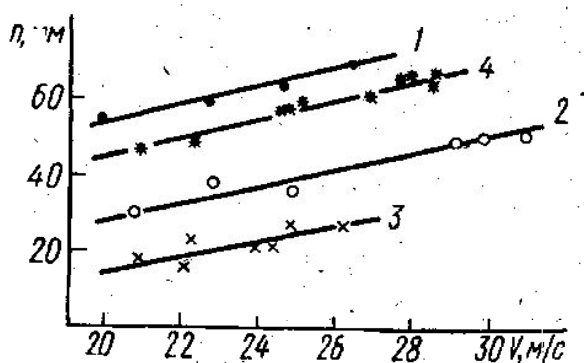


Рис. 2. Зависимость тока разбаланса в диагонали большого моста от скорости потока для разных проволочек, взятых из одного и того же образца

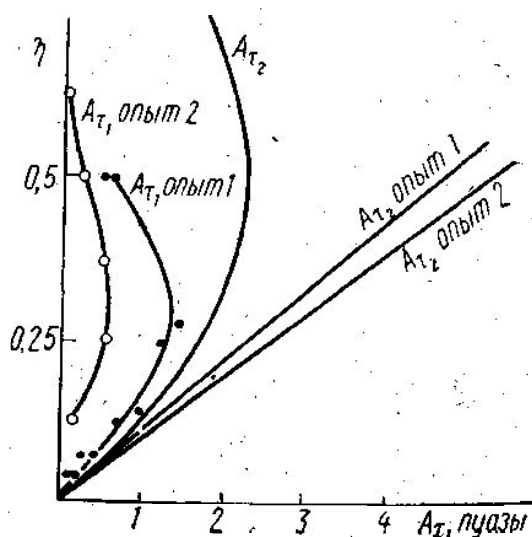


Рис. 3. Зависимость A_τ от относительной глубины потока

ных значений, т. е. разбиение проводилось через 0,05 с, при этом скорость протяжки осциллографной ленты составляла 4 см/с. В дальнейшем корреляции вычислялись на ЭВМ «Сетунь».

Дисперсия пульсаций продольной составляющей скорости вычислялась по формуле

$$D(u') = \sum_{n=1}^{700} (\Delta L_n)^2 S_2^1, \quad (14)$$

а дисперсия скорости пульсаций:

$$D\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^{699} \frac{(\Delta L_{n+1} - \Delta L_n)^2}{699} S_1^2. \quad (15)$$

где ΔL_n — отклонение, отсчитываемое от среднего уровня осциллографной записи, $\tau = 0,05$ с — шаг разбиения непрерывной записи.

В таблице приведены данные расчета A_τ прямым методом и методом Эртеля, на рис. 3 представлены графики зависимости A_τ от относительной глубины потока η . Здесь $\eta = z/H$, z — глубина потока от дна в точке измерений, H — полная глубина потока, равная 20 см, A_{τ_1} — данные прямого метода, A_{τ_2} — данные градиентного метода, A_{τ_2} — данные расчета

по формуле Гришанина. Данные расчета A_{τ} по методу Эртеля на графике не представлены, так как его значения на два порядка превышают значения, полученные прямым и градиентным методом.

Как видно из таблицы и рис. 3, значения коэффициентов обмена, полученные прямым и градиентным методом, наиболее близки в непосредственной близости от дна. Так, при $\eta = 0,04$ значения A_{τ_1} и A_{τ_2} отличаются друг от друга приблизительно на 40%. При увеличении относительной глубины потока расхождение в значениях A_{τ_1} и A_{τ_2} возрастает. Причем A_{τ_2} имеет линейный характер, а A_{τ_1} сначала возрастает с увеличением η , затем, достигнув максимального значения при $\eta \cong 0,3$, медленно спадает.

В данной работе значения коэффициентов обмена были определены прямым методом в результате двух экспериментов. В первом из них $A_{\tau} = f(\eta)$ было определено до $\eta = 0,5$, во втором (контрольном) — до $\eta = 0,625$. Хотя условия проведения экспериментов несколько отличались друг от друга, в обоих случаях изменение коэффициента обмена в зависимости от η имело одинаковый характер: наличие максимума значений A_{τ} на относительной глубине, соответствующей $\eta \cong 0,3$.

Это же установлено в [9] при исследовании структуры турбулентности методом киносъемки в малом циркулярном лотке с гладкими стенками. Было определено, что вблизи от дна ($\eta = 0,061$) значение коэффициента обмена составляет $A_{\tau m} = 0,213$. При увеличении относительной глубины значения A_{τ} возрастали и при $\eta = 0,303$ достигали максимального значения, равного $A_{\tau m} = 0,441$, после чего A_{τ} уменьшалось и вблизи водной поверхности ($\eta = 0,91$) составляло 0,081.

Сравнение результатов нашей работы с [9] показывает, что изменение коэффициента обмена с глубиной имеет один и тот же характер, т. е. методом киносъемки и методом термогидрометра установлено наличие максимума коэффициента обмена на относительной глубине $\eta \cong 0,3$. Однако согласно [10] значения коэффициента обмена, вычисленные по формуле

$$A_{\tau_2} = \kappa u_x z \left(1 - \frac{z}{H} \right), \quad (16)$$

выведенной для открытых русел или труб с логарифмическим профилем распределения скоростей, имеют симметричное распределение A_{τ} относительно максимума на середине потока (глубины канала или радиуса трубы). Этот вывод хорошо согласуется с опытными данными, полученными в гидравлически гладкой трубе широкого прямоугольного сечения. Сравнение данных Никурадзе с теоретическим изменением A_{τ_2} показало совпадение в распределении коэффициента обмена всюду, кроме приосевой области, где экспериментальные значения A_{τ} несколько меньше теоретических.

Таким образом, с одной стороны, наблюдается согласие между теоретическим (16) и экспериментальным (Никурадзе) распределением

	A_{τ_1}	η	A_{τ_2}
Осциллограммы 13 и 14	0,2	18,7	0,04
	0,14	—	—
	0,46	25,8	0,075
	0,27	—	—
	0,75	52,6	0,125
	1,2	—	0,04
	1,22	83,4	0,25
	1,47	—	0,275
	0,61	154	0,5
	0,53	—	—
Осциллограммы 17 и 18	0,19	—	0,125
	0,61	—	0,25
	0,61	—	0,375
	0,017	—	0,625
	0,28	—	0,5
		—	

значений коэффициента обмена в трубе, с другой стороны, в лотках с гладким [9] и шероховатым (данная работа) дном такого согласия с (16) нет.

В заключение следует отметить, что в результате анализа полученных данных по изменению коэффициента обмена с глубиной установлено, что только в пристенной области лотка с шероховатым дном ($\eta \leq 0,04$) использование градиентного метода является справедливым. При $\eta > 0,04$ коэффициенты обмена необходимо определять прямым методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1969.
2. Великанов М. А. Русловой процесс. М., 1958.
3. Miyake M., Donaldan M. et al. J. Roy. Met. Soc., **96**, 132—137, 1970.
4. Матвеев Л. Г. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., 1965.
5. Ролль Г. У. Физика атмосферных процессов над морем. Л., 1968.
6. Ertel H. Z. Geophys., **25**, 279—289, 1930.
7. Петров В. П. Кандидатская диссертация. М., 1971.
8. Шелковников Н. К., Букина Л. А., Миронов П. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **15**, 173, 1974.
9. Минский Е. М. Основные характеристики турбулентности потока в длинных руслах. Тр. ЦАГИ, № 625, 1947.
10. Гришанин К. В. Динамика русловых потоков. Л., 1969.

Поступила в редакцию
28.5 1973 г.

Кафедра
физики моря и вод суши