ЛИТЕРАТУРА

1. Marcuse D. Bell. Sist. Techn. J., **41**, 1557, 1962.
2. Бункин Ф. В., Казаков А. Е., Федоров М. В. «Успехи физических наук», **107**, 560, 1972.

Поступила в редакцию
23.5 1974 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 538.56

А. И. КОСТИЕНКО, А. Ф. КОРОЛЕВ

К ВОПРОСУ О МОЩНОСТИ И ЭЛЕКТРОННОМ КПД МЦР

Для мощности индуцированного излучения одного электрона в однородном магнитном поле квантовомеханическим [1 и 2] и квазиклассическим путем [3] была найдена формула (линейно-поляризованная волна):

$$P=\frac{e^2E_0^2\tau}{2m_0(1+x^2)}\left\{1+2\beta_\perp^2\frac{\tau\Omega x}{1+x^2}\right\}, \tag{1}$$

где E_0 — амплитуда электрического поля электромагнитной волны, взаимодействующей с электроном, τ — время жизни электрона в возбужденном состоянии, e и m_0 — заряд и масса электрона, Ω — циклотронная частота, $\beta_\perp=v_\perp/c$, $v_\perp$ — составляющая скорости электрона, перпендикулярная внешнему магнитному полю $\mathbf{H}_0$, величина x согласно [3] определяется формулой

$$x=2\tau(\omega_n-\omega);$$

$$\omega_n=\Omega\left(1-\frac{n\hbar\Omega}{m_0c^2}\right)=\Omega\left(1-\frac{W_\perp}{m_0c^2}\right), \tag{2}$$

n — квантовое число уровня, с которого совершаются переходы на соседние уровни $n-1$ или $n+1$, $W_\perp$ — энергия вращения электронов вокруг $\mathbf{H}$.

Формула (1) позволяет вычислить мощность излучения с единицы длины электронного потока, если не учитывать взаимодействия отдельных электронов между собой. Для не слишком плотных электронных потоков это вполне допустимо.

Если на единице длины вдоль магнитного поля $\mathbf{H}_0$ имеется в каждый момент N_e электронов, то сила тока электронного пучка в области взаимодействия может быть выражена формулой

$$I=eN_ev_\parallel, \tag{3}$$

где $v_\parallel=v\cos\theta$, $v_\parallel$ — скорость электрона вдоль $\mathbf{H}_0$, v — полная скорость электрона, θ — угол между $\mathbf{v}$ и $\mathbf{H}_0$.

В свою очередь для $\beta_\perp^2$ можем написать

$$\beta_\perp^2=v_\perp^2/c^2=\frac{2m_0v_\perp^2}{2m_0c^2}=\frac{2W_\perp}{m_0c^2}. \tag{4}$$

Подставляя в (1) вместо $\beta_\perp^2$ его выражение из (4), а также другие найденные величины, будем иметь для излучения N_e электронов

$$P=\frac{e^2E_0^2\tau I}{2m_0(1+x^2)v\cos\theta}\left\{1+\frac{4W_\perp}{m_0c^2}\frac{\tau\Omega x}{1+x^2}\right\}. \tag{5}$$

Исходя из выражения (5) попытаемся найти выражение для части мощности электронного пучка, преобразующейся в мощность электромагнитного излучения, а также решить вопрос о величине электронного к. п. д.

Из формулы (5) следует, что предельным условием индуцированного излучения является равенство

$$1+\frac{4W_{\perp}}{m_0c^2}\cdot\frac{\tau\Omega x}{1+x^2}=0. \tag{6}$$

Если ввести обозначение

$$\varepsilon=\frac{W_{\perp}}{m_0c^2}, \tag{7}$$

то (6) можно записать в виде

$$1+4\,\varepsilon\tau\Omega\,\frac{2\tau(\omega_n-\omega)}{1+4\tau^2(\omega_n-\omega)^2}=0. \tag{8}$$

Для ω_n в свою очередь имеем

$$\omega_n=\Omega(1-\varepsilon). \tag{9}$$

После этого уравнение (8) перепишется в виде

$$1+4\varepsilon\tau\Omega\,\frac{2\tau\{\Omega(1-\varepsilon)-\omega\}}{1+4\tau^2\{\Omega(1-\varepsilon)-\omega\}^2}=0. \tag{10}$$

Решение этого уравнения относительно ε дает для него выражение

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{\omega^2}{\Omega^2}-2\frac{\omega}{\Omega}+1+\frac{1}{4\tau^2\Omega^2}}. \tag{11}$$

Доля неизлученной энергии электронного пучка, которую мы обозначим $W^r_{\perp}$, составит, таким образом, величину

$$W^r_{\perp}=\frac{m_0c^2}{2\tau\Omega}\sqrt{\delta^2+1}, \tag{12}$$

где $\delta=2\tau(\omega-\Omega)$.

Часть энергии электронного пучка, перешедшая в энергию электромагнитного излучения (т. е. электронный к. п. д. излучающей системы), будет определяться соотношением

$$\eta=\frac{W^0_{\perp}-W^r_{\perp}}{W^0_k}, \tag{13}$$

где W^0_k и $W^0_{\perp}$ — полная кинетическая энергия электрона и энергия вращения электрона на входе в область взаимодействия. Такую же долю составит и излученная мощность P_i от входной мощности электронного пучка:

$$P_i=\frac{W^{\circ}_{\perp}-W^r_{\perp}}{W^{\circ}_k}P_0, \tag{14}$$

где $W^0_k=eU_0$, $P_0=IU_0$ — входная мощность электронного пучка, U_0 — разность потенциалов, ускоряющая электроны $W^0_{\perp}=W^0_k\sin^2\theta$.

Подставляя в формулу (14) выражение для $W^0_{\perp}$ и $W^r_{\perp}$, получим

$$P_i=\left(\sin^2\theta-\frac{m_0c^2}{2eU_0\tau\Omega}\sqrt{\delta^2+1}\right)P_0. \tag{15}$$

Аналогично для η:

$$\eta=\sin^2\theta-\frac{m_0c^2}{2eU_0\tau\Omega}\sqrt{\delta^2+1}. \tag{16}$$

Таким образом, выражение (15) дает полную мощность излучения генератора с винтовым электронным пучком, а (16) — электронный к. п. д. системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schneider J. Phys. Rev. Lett., 2, 504, 1959.
2. Синхротронное излучение. Сб. статей под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., 1966, стр. 72—152.
3. Костиенко А. И., Королев А. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., **14**, 48, 1973.

Поступила в редакцию
10.7 1974 г.

Кафедра
радиофизики

УДК 530.145

А. Б. КУКАНОВ, Н. Д. НАУМОВ

ДИРАКОВСКИЙ ЭЛЕКТРОН В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ И В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Вопрос о квантовых процессах при движении электрона в постоянном и однородном электрическом поле был предметом исследования в работах [1—4]. В настоящей заметке показывается, что уравнение Дирака допускает точное решение, когда кроме электрического поля присутствует поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления поля.

Считаем, что поле плоской волны описывается 4-потенциалом $A^n(\xi)$, $\xi=(kx)=k_nx^n=k_0ct-\mathbf{kr}$, а однородное электромагнитное поле генерируется потенциалом $B^n=\xi b^n$, где $b^n=(b_0, \mathbf{b})$ — некоторый постоянный вектор. Здесь c — скорость света в вакууме, $(kk)=0$. Очевидно, напряженности постоянных и однородных электрического и магнитного полей равны

$$\mathbf{E}=b_0\mathbf{k}-k_0\mathbf{b}, \quad H=[\mathbf{bk}]. \tag{1}$$

Видим, что $(\mathbf{EH})=0$ и $E^2-H^2>0$ и, следовательно, надлежащим преобразованием координат можно выбрать систему отсчета, в которой будет только электрическое поле. Можно показать, что в этой системе отсчета направление распространения волны параллельно направлению электрического поля. Решение уравнения Гамильтона — Якоби имеет вид [5]

$$S=-(px)+\frac{e}{\alpha c}\left[\left(pb\right)-\frac{\gamma}{2}\frac{(bb)}{(kb)}\right](\xi+\gamma\eta)-\frac{e}{4c}\frac{(bb)}{(kb)}\xi^2+$$
$$+\frac{e}{c}\int(pA)\,d\eta-\frac{e^2}{2c^2}\int(A\,[A+2\xi b])\,d\eta. \tag{2}$$

Здесь p^n — постоянный вектор, удовлетворяющий условию

$$(pp)=m^2c^2, \quad \alpha=\frac{e}{c}(kb), \quad \eta=\frac{1}{\alpha}\ln\left|\frac{\alpha}{\gamma}\xi-1\right|, \quad \gamma=(kp).$$

Сначала рассмотрим решение уравнения Клейна — Гордона

$$\left\{\left(\hat{p}^n-\frac{e}{c}A^n-\frac{e}{c}B^n\right)\left(\hat{p}_n-\frac{e}{c}A_n-\frac{e}{c}B_n\right)-m^2c^2\right\}\Psi=0. \tag{3}$$

Ищем его в виде

$$\Psi=e^{-\frac{i}{\hbar}(px)}F(\xi). \tag{4}$$

Для $F(\xi)$ получается следующее уравнение с учетом условия $(kA)=0$:

$$i\hbar(\alpha\xi-\gamma)F'+\left\{\frac{e}{c}(pA)+\frac{e}{c}\xi(pb)-\frac{e^2}{2c^2}(A+\xi b)^2+\frac{ie\hbar}{2c}(kb)\right\}F=0. \tag{5}$$