Вестник

московского университета

n~) _____

№ 3-1975

УДК 539.01:548.1

О. С. РОВЕНСКАЯ, Ю. И. СИРОТИН

ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИЧНОСТИ И АССОЦИИРОВАННЫЕ ЗАКОНЫ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ КРИСТАЛЛОВ, СОВМЕСТИМЫЕ С КОНТИНУАЛЬНОЙ ТЕОРИЕЙ ДИСЛОКАЦИЙ

Рассмотрена поверхность пластичности кристалла, совместимая с движением дислокаций. Вследствие наличия в кристалле конечного числа типов дислокаций она представляет собой многогранник в пространстве девиаторов напряжений. Записаны ассоциированные с кусочно-линейными функциями нагружения законы пластического течения кристалла с учетом упрочнения и вязкости. Исследованы особенности упрочнения и релаксации напряжений, связанные с многогранным характером поверхностей пластичности.

Введение

В математической теории пластичности для описания пластических свойств материала пользуются поверхностью пластичности; у идеально пластического материала она фиксирована и называется поверхностью текучести, у упрочняющегося изменяется в процессе пластического деформирования и называется поверхностью нагружения [1]. Наряду с регулярными поверхностями пластичности, в каждой точке которых имеется единственная нормаль, непрерывно меняющаяся от точки к точке, рассматриваются сингулярные поверхности, составленные из регулярных участков, на пересечении которых эти требования нарушаются. Здесь доказывается, что пластические свойства кристаллов, поскольку они обусловлены консервативным движением дислокаций, следует описывать сингулярными, а именно кусочно-линейными поверхностями пластичности вида

$$p_{ij}^{(\mu)}\sigma_{ij} = 1, \quad p_{ij}^{(\kappa)}\sigma_{ij} \leqslant 1 \quad (\mu = 1, \ldots, M; \; \varkappa \neq \mu),$$
 (1)

где σ_{ij} — компоненты напряжений, $p_{ij}^{(\mu)}$ — некоторые девиаторы, для поверхности текучести фиксированные, а для поверхности нагружения зависящие от процесса деформирования.

Поставим в соответствие тензорам второго ранга в трехмерном пространстве векторы шестимерного евклидова пространства [2-4].

Симметричному тензору, который в кристаллофизической системе координат [5] характеризуется компонентами σ_{ij} , соответствует 6-вектор $S = S_{\alpha} \mathfrak{s}_{\alpha}$, где \mathfrak{s}_{0} , ..., \mathfrak{s}_{5} — орты 6-пространства, причем векторные и тензорные компоненты связаны соотношениями ¹

$$S_{\alpha} = N_{\alpha,ij} \sigma_{ij}, \quad \sigma_{ij} = 2N_{\alpha,ij} S_{\alpha}. \tag{2}$$

Из коэффициентов $N_{\alpha,ij}$ отличны от нуля лишь

$$N_{0,11} = N_{0,22} = N_{0,33} = 1/\sqrt{6}, \quad N_{1,11} = N_{1,22} = 1/2\sqrt{3}, \quad N_{1,33} = -1/\sqrt{3},$$
$$N_{2,11} = -N_{2,22} = N_{3,12} = N_{3,21} = N_{4,23} = N_{4,32} = N_{5,31} = N_{5,13} = \frac{1}{2}.$$

Они определены так, что $S_0 = \sigma_{ii} / \sqrt{6}$, поэтому все девиаторы перпендикулярны орту \mathbf{s}_0 . Из принятого соответствия вытекает тождество

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{R} = S_{\alpha} R_{\alpha} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \rho_{ij}, \qquad (3)$$

где R_{α} и ρ_{ii} также связаны соотношениями (2).

Уравнения поверхности текучести (1) в векторной форме принимают вид

$$2\mathbf{P}^{(\mu)} \cdot \mathbf{S} = 2P^{(\mu)}_{\alpha} S_{\alpha} = 1, \quad 2\mathbf{P}^{(\varkappa)} \cdot \mathbf{S} \leqslant 1, \tag{4}$$

где 6-векторы $\mathbf{P}^{(\mu)} \perp \mathbf{s}_{\theta}$ соответствуют девиаторам $p_{ij}^{(\mu)}$.

Поверхности текучести кристаллов

Обозначим возможные в данном кристалле векторы Бюргерса $\mathbf{b}^{(\rho)}$ (длина их $\mathbf{b}^{(\rho)}$; $\rho = 1, \ldots, M_{\rho}$), а единичные векторы нормалей к возможным плоскостям скольжения $\mathbf{n}^{(\tau)}$ ($\tau = 1, \ldots, M^{\tau}$). В кристалле возможны дислокации с векторами Бюргерса и плоскостями скольжения, характеризуемыми определенными сравнительно малыми индексами Миллера; следовательно, число M различных типов дислокаций ($\mathbf{b}^{(\rho)}, \mathbf{n}^{(\tau)}$) также невелико: $M \ll M_{\rho}M_{\tau}$.

Пусть $\mathbf{v}^{(\rho\tau)}(\Phi) d\Phi$ — вектор, длина которого равна отнесенному к единице объема числу дислокаций типа { $\mathbf{b}^{(\rho)}$, $\mathbf{n}^{(\tau)}$ }, направления которых заключены в интервале углов $d\phi$ вокруг единичного вектора \mathbf{v}/\mathbf{v} . Очевидно, направление скорости $\mathbf{v}^{(\rho\tau)}(\phi)$ этих дислокаций

$$\frac{\mathbf{v}^{(\rho\tau)}(\boldsymbol{\varphi})}{\boldsymbol{v}^{(\rho\tau)}(\boldsymbol{\varphi})} = \left[\mathbf{n}^{(\tau)} \mathbf{\chi}^{\boldsymbol{v}^{(\rho\tau)}}(\boldsymbol{\varphi}) \\ \mathbf{v}^{(\rho\tau)}(\boldsymbol{\varphi}) \\ \mathbf$$

Парциальный тензор скорости дислокаций типа {b^(p), n^(T)}:

$$V_{ijk}^{(\rho\tau)} = -\frac{b_k^{(\rho)}}{\pi} \int\limits_0^{\pi} v_i^{(\rho\tau)}(\varphi) \, v_j^{(\rho\tau)}(\varphi) \, d\varphi.$$
(6)

Полный тензор скорости дислокаций:

$$V_{ijk} = \sum_{\rho} \sum_{\tau} V_{ijk}^{(\rho\tau)}, \tag{7}$$

где суммирование производится по всем типам дислокаций, которые в данный момент движутся в данном элементарном объеме. Тензо-

· · · · · Они несколько отличаются от принятых в [4].

2 J

ром V_{ijk} определяются, в свою очередь [6], тензоры скорости пластической дисторсии

$$\dot{\beta}_{mk}^{\scriptscriptstyle \rm DR} = - e_{mij} V_{ijk} \tag{8}$$

н скорости пластической деформации $\hat{\epsilon}_{mk}^{n,n} = \frac{1}{2} (\dot{\beta}_{mk}^{n,n} + \dot{\beta}_{km}^{n,n});$ здесь e_{mij} — тензор Леви—Чивита. Последовательно подставляя в формулу (8) выражения (7) и (6), получим

$$\dot{\beta}_{mk}^{n_{\pi}} = -\sum_{\rho} b_k^{(\rho)} \sum_{\tau} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e_{mij} v_i^{(\rho\tau)}(\varphi) v_j^{(\rho\tau)}(\varphi) \, d\varphi.$$
(9)

Но из (5) следует, что

 $e_{mij} v^{(\rho\tau)} (\varphi) v_i^{(\rho\tau)} (\varphi) = - v^{(\rho\tau)} (\varphi) v^{(\rho\tau)} (\varphi) n_m^{(\tau)},$

где $n_m^{(\tau)}$ — компоненты единичного вектора нормали к плоскости скольжения. Введем скалярную величину

$$\lambda^{(\rho\tau)} = \frac{b^{(\rho)}}{\pi} \int_{0}^{\pi} v^{(\rho\tau)} (\phi) v^{(\rho\tau)} (\phi) d\phi.$$

Тогда тензоры скорости пластической дисперсии и пластической деформации, связанные с движением дислокаций типа {b^(p), n^(v)}, примут вид

$$\dot{\beta}_{mk}^{(\rho\tau)} = \lambda^{(\rho\tau)} n_m^{(\tau)} b_k^{(\rho)} / b^{(\rho)},$$

$$\dot{\epsilon}_{mk}^{(\rho\tau)} = \frac{1}{2} \lambda^{(\rho\tau)} k_{mk}^{(\rho\tau)},$$
(10)

где девиатор

$$k_{mk}^{(\rho\tau)} = \frac{1}{b^{(\rho)}} \left(n_m^{(\tau)} b_k^{(\rho)} + b_m^{(\rho)} n_k^{(\tau)} \right).$$
(11)

При движении нескольких типов дислокаций полная скорость пластической деформации кристалла равняется сумме пластических деформаций (10)

$$\varepsilon_{mk} = rac{1}{2} \sum_{
ho} \sum_{ au} \lambda^{(
ho au)} k_{mk}^{(
ho au)}, \
ho \leqslant M_{
ho}, \ au \leqslant M_{ au}.$$

Так как $k_{mk}^{\rho\tau} k_{mk}^{\rho\tau} = 2$, в шестимерном пространстве девиатору $k_{mk}^{(\rho\tau)}$, как и в (3), соответствует единичный вектор $\mathbf{K}^{(\rho\tau)}$, то $K_0 = \mathbf{K}\mathbf{s}_0 = 0$.

Как известно, в пространстве напряжений вектор скорости пластической деформации Е^{пл} перпендикулярен поверхности текучести в ее регулярных точках, а в сингулярных лежит между нормалями к регулярным участкам поверхности, пересекающимся в данной сингулярной точке [7, 8].

Если в данном элементарном объеме под действием приложенного к нему напряжения движутся дислокации только одного типа $\{\mathbf{b}^{(\rho)}, \mathbf{n}^{(\tau)}.\}$, то, согласно (10), вектор скорости пластической деформации $\mathbf{E}^{\mathbf{n}\pi}$ коллинеарен вектору $\mathbf{K}^{(\rho\tau)}$, а если дислокации нескольких типов, то $\mathbf{E}^{\mathbf{n}\pi}$ —линейная комбинация соответствующих векторов $\mathbf{K}^{(\rho\tau)}$ с положительными коэффициентами. Ясно, что векторы $\mathbf{K}^{(\mu\tau)} = \mathbf{K}^{(\mu)}$ служат нормалями к отдельным участкам поверхности текучести, и так как число этих векторов конечно, поверхность текучести является многогранником. Поскольку $\mathbf{K}^{(\mu)}$ — девиаторы, она представляет собой многогранный цилиндр с образующими, параллельными \mathbf{y}_0 . Поэтому чаще [2] рассматривают 5-поверхность текучести — сечение цилиндрической 6-поверхности ортогональным ей 5-пространством девиаторов. Это — многогранник, каждая грань которого соответствует системе скольжения с направлением скольжения $\mathbf{b}^{(\rho)}$ и нормалью к плоскости скольжения $\mathbf{n}^{(\tau)}$ так, что число граней равно числу типов дислокаций M. Очевидно, уравнения такого многогранника:

$$\mathbf{K}^{(\mu)} \cdot \mathbf{S} = K^{(\mu)}_{\alpha} S_{\alpha} = Y^{(\mu)}, \quad K^{(\varkappa)}_{\alpha} S_{\alpha} \ll Y^{(\varkappa)}.$$
(12)



Рис. 1. Поверхность текучести кристаллов типа NaCl — проекция на плоскость S₁S₂

В залиси...сти .т,а. ае... ..и м... $\alpha = 0, ..., 5$ или $\alpha = 1, ..., 5$, будет получено уравнение 6- или 5-поверхности текучести. Эти уравнения совпадают с (4), если положить $\mathbf{\hat{P}}^{(\mu)} = \mathbf{K}^{(\mu)}/2Y^{(\mu)}$. Так как. согласно (3) и (11),скалярное произведение K^(µ) .S это скалывающая составляющая тензора напряжений на систему сколь-*Y*^(µ) — критическое жений. скалывающее у идеально напряжение; пластического кристалла оно не меняется в процессе пластического деформирования. Функции текучести $F^{(\mu)}$ можно выбрать в виде

$$F^{(\mu)} = \mathbf{K}^{(\mu)} \,\mathbf{S} - Y^{(\mu)} = \frac{1}{2} \,k_{ij}^{(\mu)} \,\sigma_{ij} - Y^{(\mu)} \,. \tag{13}$$

Ассоциированный с ними закон течения выведен в [4].

Приведем пример. В кристаллах типа NaCl при комнатной температуре действуют системы скольжения <110> [110]. Им соответствует поверхность текучести, определяемая уравнениями

$$\begin{split} \mathbf{K}^{(1)} \cdot \mathbf{S} &= S_2 = Y, \\ \mathbf{K}^{(2)} \cdot \mathbf{S} &= \frac{1}{2} \left(S_1 \ \sqrt{3} + S_2 \right) = Y, \\ \mathbf{K}^{(3)} \cdot \mathbf{S} &= \frac{1}{2} \left(S_1 \ \sqrt{3} - S_2 \right) = Y, \\ \mathbf{K}^{(4)} \cdot \mathbf{S} &= -S_2 = Y, \\ \mathbf{K}^{(5)} \cdot \mathbf{S} &= -\frac{1}{2} \left(S_1 \ \sqrt{3} + S_2 \right) = Y, \\ \mathbf{K}^{(6)} \cdot \mathbf{S} &= \frac{1}{2} \left(-S_1 \ \sqrt{3} + S_2 \right) = Y. \end{split}$$

В пространстве напряжений это бесконечная призма, состоящая из щести гиперплоскостей. Ее проекция на плоскость S₁S₂ представляет собой правильный шестиугольник (см. рис. 1).

Пластическое скольжение в упрочняющемся кристалле

Упрочнение кристалла при пластическом деформировании означает изменение пределов текучести $Y^{(\mathbf{p})}$ в процессе течения. При этом значение $Y^{(\mu)}$ зависит от всех пластических деформаций, которые произошли ранее в данном месте кристалла, а вследствие пластической анизотропии кристалла вклад в упрочнение скольжения по различным системам, вообще говоря, различен. Таким образом, функции нагружения

$$F^{(\mu)} = \mathbf{K}^{(\mu)} \cdot \mathbf{S} - Y^{(\mu)} (\mathbf{E}^{(1)}, \ldots, \mathbf{E}^{(M)}) \quad (\mu = 1, \ldots, M).$$

Ассоциированный с ними закон пластического течения находится из уравнения Койтера [8] для сингулярной поверхности текучести:

$$\dot{\mathbf{E}}^{\pi\pi} = \sum_{\mathbf{x}} \dot{\mathbf{E}}^{(\mathbf{x})} = \sum_{\mathbf{x}} (1/h^{(\mathbf{x})}) \mathbf{K}^{(\mathbf{x})} \mathbf{K}^{(\mathbf{x})} \cdot \mathbf{S}, \qquad (14)$$

где $h^{(m)}$ — функции упрочнения (1). При пластическом нагружении $F^{(\mu)} = 0$ и

$$\dot{F}^{(\mu)} = \mathbf{K}^{(\mu)} \dot{\mathbf{S}} - \sum_{\mathbf{x}} \frac{\partial Y^{(\mu)}}{\partial \mathbf{E}^{(\mathbf{x})}} \dot{\mathbf{E}}^{(\mathbf{x})} = 0, \qquad (15)$$

где суммирование ведется по тем системам, по которым в данный момент происходит скольжение в данном элементарном объеме. Воспользовавшись ассоциированным законом (14), получим из (15) систему линейных уравнений относительно $1/h^{(*)}$

$$\sum_{\mathbf{x}} \frac{\partial Y^{(\mu)}}{\partial \mathbf{E}^{(\mathbf{x})}} \mathbf{K}^{(\mathbf{x})} \mathbf{K}^{(\mathbf{x})} \cdot \mathbf{S} (1/h^{(\mathbf{x})}) = \mathbf{K}^{(\mu)} \cdot \mathbf{S}.$$
 (16)

Если принять во внимание, что $\partial Y^{(\mu)}/\partial \mathbf{E}^{(\varkappa)} = (\partial Y^{(\mu)}/\partial E^{(\varkappa)}) \cdot \mathbf{K}^{(\varkappa)}$, и ввести в рассмотрение углы $\gamma^{(\mu)}$ между векторами S и $\mathbf{K}^{(\mu)}$, систему (16) можно записать в виде

$$\sum_{\varkappa} \frac{\partial \gamma^{(\mu)}}{\partial E^{(\varkappa)}} \cos \gamma^{(\varkappa)} (1/h^{(\varkappa)}) = \cos \gamma^{(\mu)}.$$
(17)

Таким образом, функции упрочнения $h^{(\mu)}$ не зависят от длины вектора S, но зависят от его направления. Эта зависимость имеет место лишь при одновременном действии нескольких систем скольжения, т. е. в сингулярных точках поверхности нагружения. В регулярной же точке

$$h^{(\mu)} = \frac{\partial Y^{(\mu)}}{\partial E^{(\mu)}} \tag{18}$$

и не зависит даже от направления вектора S.

Функции упрочнения $h^{(\mu)}$ отличны от нуля лишь для действующих в данный момент систем скольжения и характеризуют изменение пределов текучести только этих систем (см. (17), (18)). В ходе же пластической деформации изменяются и пределы текучести бездействующих в данный момент систем скольжения, т. е. перемещаются не только граничащие с концом вектора напряжений грани поверхности нагружения. О том, что такие перемещения действительно имеют место, свидетельствует, в частности, эффект Баушингера (о связи его с упрочнением в изотропном теле см. [9]). Полностью характерязует упрочнение лишь весь набор производных $\partial Y^{(\mu)}/\partial E^{(\kappa)}$. Это определение упрочнения перекликается с определением Дж. Майера [10] упрочнения изотропного тела матрицей с элементами $\mathscr{H}_{\mu\kappa}$, характеризующими перемещение грани μ поверхности нагружения, когда вектор напряжения упирается в грань κ .

Качественные особенности упрочнения поясним опять на примере кристалла типа NaCl. Движение тех граней поверхности нагружения, в которые упирается вектор S, естественно, определяется его возрастанием, но для выяснения перемещения остальных ее граней необходимы экспериментальные данные, в настоящее время отсутствующие. Так, при $S(t) = S(t) K^{(1)}$ (см. рис. 1) $Y^{(1)}(t) = S(t)$, а об остальных гранях можно лишь из соображений симметрии утверждать, что $Y^{(2)}(t) = Y^{(6)}(t)$ и $Y^{(3)}(t) = Y^{(5)}(t)$. Аналогично, при $S(t) = S(t) =_1$ получим

$$Y^{(2)}(t) = Y^{(3)}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} S(t),$$

а для остальных граней только $Y^{(1)}(t) = Y^{(4)}(t)$ и $Y^{(5)}(t) = Y^{(6)}(t)$.

Вязкопластичность

Будем рассматривать вязкопластичность как процесс постепенного перехода упругих деформаций в пластические, происходящий при условии, что напряжение превышает критическое значение [11 и 12]. Поскольку пластическое течение и в этом случае обусловлено консервативным движением дислокаций, наличие в кристалле лишь конечного числа типов дислокаций определяет существенные черты и вязкопластичности.

Ассоциированный с функциями текучести (13) закон вязкопластического течения кристалла естественно записать в виде

$$\dot{E}_{\alpha} = s_{\alpha\beta} \dot{S}_{\beta} + \sum_{\varkappa} g^{(\varkappa)} \mu^{(\varkappa)} K^{(\varkappa)}_{\alpha} (K^{(\varkappa)}_{\gamma} S_{\gamma} - Y^{(\varkappa)}), \qquad (19)$$

где $s_{\alpha\beta}$ — тензор коэффициентов упругой податливости, отнесенный к 6-пространству напряжений ($s_{\alpha\beta} = N_{\alpha,ij} N_{\beta,kl} s_{ijkl}$); $g^{(\aleph)}$ равно единице, когда функция текучести $F^{(\aleph)} = \mathbf{K}^{(\aleph)} \cdot \mathbf{S} - Y^{(\aleph)}$ положительна, а в остальных случаях равно нулю; $\mu^{(\aleph)}$ — материальные константы (для симметрически эквивалентных систем скольжения они равны, а для неэквивалентных, вообще говоря, различны). Здесь учтено, что пластические деформации осуществляются только по системам скольжения $\mathbf{K}^{(\aleph)}$, и предположена линейная зависимость скорости пластической деформации от превышения напряжением критического значения¹. Из ассоциированного закона (19) при постоянных полных деформациях получаем уравнение релаксации напряжений

$$S_{\alpha} + \sum_{\varkappa} g^{(\varkappa)} \mu^{(\varkappa)} c_{\alpha\beta} \mathcal{K}_{\beta}^{(\varkappa)} (\mathcal{K}_{\gamma}^{(\varkappa)} S_{\gamma} - Y^{(\varkappa)}) = 0, \qquad (20)$$

где $c_{\alpha\beta}$ — отнесенный к пространству напряжений тензор коэффициентов упругости ($c_{\alpha\gamma}s_{\gamma\beta} = \delta_{\alpha\beta}$).

. . .

¹ Релаксация напряжений в кристаллах к пределу текучести на термоупругих напряжениях наблюдалась в [13].

Для выяснения особенностей релаксации напряжений, определяемой ассоциированным законом (20), рассмотрим этот процесс в кристалле типа NaCl. Часть поверхности текучести показана на рис. 2, а. Если начальное напряжение S⁰ таково, что только одно из скалярных произведений S[°]·K^(%) (скажем S[°]·K⁽¹⁾) превышает Y, напряжения релаксируют лишь по одной системе скольжения и

$$\mathbf{S}(\mathbf{t}) = \mathbf{S}^{\circ} - \mathbf{K}^{(1)} \left(\mathbf{S}^{\circ} \cdot \mathbf{K}^{(1)} - Y \right) \left(1 - e^{-t/\tau} \right),$$

где $1/\tau = (1/2) \mu (C_{11} - C_{12})$, а C_{11} и C_{12} — обычные коэффициенты упругости [5]. Это позволяет, измеряя время релаксации τ , определить коэффициент μ .



Рис. 2. Релаксация напряжений в кристаллах по двум системам скольжения. Векторы **К**⁽¹⁾ и **К**⁽²⁾ образуют острый угол (а), прямой угол (б) и тупой угол (в)

Если же релаксация происходит по двум системам, то

$$\mathbf{S}(t) = \frac{1}{3} \left(\mathbf{K}^{(1)} + \mathbf{K}^{(2)} \right) \left[2Y \left(1 - e^{-3t/2\tau} \right) + \right]$$

+[$\mathbf{K}^{(1)}$ + $\mathbf{K}^{(2)}$ S° $c^{-3t/2\tau}$] - ($\mathbf{K}^{(1)}$ - $\mathbf{K}^{(2)}$) ($\mathbf{K}^{(1)}$ - $\mathbf{K}^{(2)}$) S° $c^{-t/2\tau}$.

Траектория напряжений

$$\frac{4\sqrt{3}(\sqrt{3}S_{1}+3S_{2}-4Y)}{(K^{(1)}+K^{(2)})S^{\circ}-2Y} = \left(\frac{\sqrt{3}S_{1}-S_{2}}{(K^{(1)}-K^{(2)})S^{\circ}}\right)^{3}$$

представляет собой кривую третьего порядка до тех пор, пока релаксация идет по двум системам, и далее она переходит в прямую (рис. 2, a). Только при перпендикулярности векторов $K^{(1)}$ и $K^{(2)}$ траектории напряжений всегда прямолинейны (рис. 2, б). Траектории напряжений особенно искривляются при тупом угле между К⁽¹⁾ и К⁽²⁾ (рис. 2, в). Релаксация, начавшись по одной системе скольжения, может продолжаться по двум. Обобщение на случай релаксации по нескольким линейно-независимым системам скольжения очевидно. Если векторы систем скольжения линейно-зависимы, зависимость S(t)определяется тем же методом (при этом число констант τ_n равно числу линейно-независимых систем скольжения), но выделить вклап каждой системы в отдельности в релаксацию напряжений невозможно (аналогичная ситуация и в теории идеальной пластичности кристаллов[4]).

В заключение отметим, что многогранная форма поверхностей текучести и нагружения кристаллов, обусловленная влиянием кристаллической решетки на структуру и движение дислокаций, накладывает резкий отпечаток на все процессы пластического скольжения. В идеально пластическом кристалле она приводит к несимметричному изгибу [14], возникновению нескольких пластических зон при изгибе [15] и термопластическом деформировании [16]. В упрочняющемся кристалле вследствие многогранной формы поверхности нагружения функции упрочнения зависят от углов между напряжением и векторами систем скольжения. В вязкопластическом кристалле траектории релаксации напряжений по той же причине оказываются криволинейными. Таким образом, различия в ориентации напряжений относительно кристалла (и тем самым поверхности пластичности) приводят не только к количественным, но и к качественным отличиям в характере пластического деформирования, так что в пластических свойствах кристаллов их анизотропия проявляется значительно сильнее и разнообразнее, чем в любых других.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. M. 1971.
- 2. Ильющин А. А. Пластичность, М., 1963.
- 3. Орлов С. С., Сиротин Ю. И. «Кристаллография», 13, 10, 1968. 4. Сиротин Ю. И. «Изв. АН СССР», механика твердого тела, № 1, 39, 1970.

- 4. Сиротин Ю. И. «Изв. АН СССР», механика твердого тел. 5. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., 1967. 6. Мига Т. Int. Engug. Sci., 1, 371, 1963. 7. Драккер Д. Сб. «Механика», № 2, 1960, стр. 55. 8. Койтер В. Т. Сб. «Механика», № 2, 1960, стр. 117. 9. Кристеску Н. Сб. «Механика», № 2, 1960, стр. 149. 10. Майер Дж. Сб. Механика», № 2, 1971, стр. 134. 11. Рейнер М. Реология. М., 1965. 12. Пэжина П. Основные вопросы вязкопластичности. М., 1968. 13. Вородавара Н. Б. Разликор Б. А. Сиротии Ю. И
- 13. Воропаева Н. Е., Резников Б. А., Сиротин Ю. И. «Кристаллография», 13, 487, 1968.
- 14. Сиротин Ю. И., Ровенская О. С. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 14, 69, 1973.
- 15. Rovenskaya O. S., Sirotin Yu. I., Voroshilov I. H. Kristall und Technik, 7, 813, 1972.
- 16. Белобородова В. А., Ровенская О. С., Сиротин Ю. И. «Кристаллография», 17, 1187, 1972.

Поступила в редакцию 17.1 1973 г.

Кафедра физики кристаллов