

УДК 534.26

В. К. КУЗНЕЦОВ

ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В КЛИНЕ, ГРАНИЧАЩЕМ С ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДОЙ

Решается гидроакустическая задача о волновом поле точечного источника в береговом клине. Работа содержит ряд конкретных результатов, полезных в практической гидроакустике.

Ранее нами было описано явление рефракции нормальных волн в клине, лежащем на полупространстве [1, 2], и явление выхода нормальных волн из клина в полупространстве [3, 4]. Оба они играют

существенную роль в гидроакустике клиновидного шельфа. Для расчета распределения амплитуды в береговом клине требуется учитывать диссипативные потери в подводном грунте. Рассмотрим задачу о точечном источнике звука в клине, лежа-

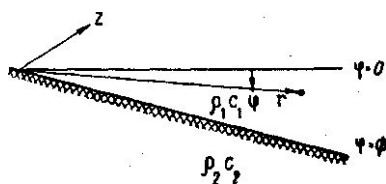


Рис. 1

дающем диссипативными свойствами. Решение этой задачи основывается на ранее полученных результатах. Путем не строгого разделения переменных звуковое поле в клине, лежащем на полупространстве, можно представить рядом нормальных волн [1].

$$\Psi = \sum A_m U_m(r, z) F_m(\varphi), \quad (1)$$

где функция $F_m(\varphi) = \sin \mu_1 \varphi$ в клине ($0 \leq \varphi \leq \Phi$) и $F_m(\varphi) = e^{-\mu_2(\varphi - \Phi)} \times \times l \sin \mu_1 \Phi$ в полупространстве ($\Phi \leq \varphi \leq \pi + \Phi$); $l = \rho_2 / \rho_1$ есть отношение плотностей сред (см. рис. 1), μ_1, μ_2 — слабо зависящие от r величины, играющие роль констант разделения (квазиконстанты): $\mu_2^2 = r^2(k_1^2 - k_2^2) - \mu_1^2$, μ_1 определяется дисперсионным уравнением, записанным в форме параметрической системы

$$\mu_1 \Phi = m\pi - \arctg \left[l \frac{\cos \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi - n^2}} \right], \quad (2a)$$

$$k_1 r = \mu_1 / \cos \psi. \quad (26)$$

Параметр ψ изменяется в промежутке значений $\arcsin n \leq \psi < \pi/2$ соответствующих значениям $r_m \leq r < \infty$. Через $n = k_2/k_1$ обозначен показатель преломления сред на границе $\varphi = \Phi$, $k_1 = \omega/c_1$, $k_2 = \omega/c_2$ (c_1, c_2 — скорость звука); $r = r_m$ есть граница волноводной зоны для нормальной волны порядка m :

$$r_m = \frac{(2m-1)\pi}{2k_1 \sqrt{1-n^2} \Phi} \quad (3)$$

В [1] было также показано, что функция $U_m(r, z)$, описывающая распространение нормальной волны, подстановкой

$$U_m = W_m / \sqrt{r} \quad (4)$$

сводится к решению волнового уравнения для слоисто-неоднородной среды с показателем преломления $n_m(r) = (1 - \mu_1^2/k_1^2 r^2)^{1/2}$ («приведенный показатель преломления»), аналогично тому, как это сделано в задаче для идеального клина [5]. Волновое число нормальной волны:

$$k_m = k_1 n_m = k_1 [1 - \mu_1^2/k_1^2 r^2]^{1/2} \quad (5)$$

Учет диссипативных потерь в полупространстве означает комплексность волнового числа полупространства

$$K_2 = \omega/c_2 + i\kappa = k_2 + i\kappa, \quad (6)$$

где κ — стоковский коэффициент поглощения и, следовательно, комплексность μ_1 , k_m . Можно показать путем расчетов, аналогичных соответствующим расчетам в задаче для плоского волноводного слоя постоянной толщины [6], что комплексное волновое число нормальной волны имеет такой вид:

$$K_m \approx k_m + i\kappa \text{ const } f(r), \quad (7)$$

т. е. действительная часть его k_m , описывающая рефракцию нормальных волн, в первом приближении не изменяется при учете диссипативных потерь в грунте. Это означает, что лучевая картина нормальной волны в клине, лежащем на полупространстве, практически не зависит от того, поглощается ли звук средой полупространства, или нет, так что расчет рефракционной картины [1] не нуждается в ревизии при учете диссипации. Фазовый интеграл $\int k_m ds$ также остается неизменным, а затухание нормальной волны из-за диссипации в соответствии с (7) описывается дополнительным множителем

$$D = e^{-\kappa \text{ const } \int f(r) ds} \quad (8)$$

к выражению, полученному в предположении отсутствия диссипативных потерь.

Рассчитаем поле точечного источника (r_0, r_0, φ_0) в клине с учетом диссипативных потерь в полупространстве. Для этого сначала произведем расчет в предположении отсутствия диссипации, т. е. при $K_2 = k_2$, затем рассчитаем дополнительный множитель D . Поле отдельной нормальной волны, расходящейся от точечного источника, описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 W_m}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 W_m}{\partial z^2} + k_1^2 (1 - \mu_1^2/k_1^2 r^2) W_m = -\delta(r - r_0) \delta(z - z_0). \quad (9)$$

Решение этого уравнения, известное из теории распространения волн в слоисто-неоднородных средах, использованное нами в [7], получается в виде интеграла

$$W_m(r, z, r_0, z_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{1m}(r, r_0, z, \xi) d\xi, \quad (10)$$

где $W_{1m}(r, r_0, z, \xi)$ есть решение более простого уравнения, описывающего поле нормальной волны, возбуждаемой линейным источником $r=r_0, \varphi=\varphi_0$:

$$\frac{\partial^2 W_{1m}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 W_{1m}}{\partial z^2} + k_1^2 (1 - \mu_1^2/k_1^2 r^2) W_{1m} = -\delta(r-r_0). \quad (11)$$

Решение W_{1m} возьмем в приближении ВКБ. Тогда

$$W_m(r, r_0, z, z_0) = \omega_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(rr_0)^{1/2} [e^{ik_1\eta_-} + V(\xi) e^{ik_1\eta_+}]}{\sqrt[4]{k_1^2 r_0^2 \sin^2 \gamma_0 - \mu_1^2(r_0)} \sqrt[4]{k_1^2 r^2 \sin^2 \gamma_0 - \mu_1^2(r)}} d\xi. \quad (12)$$

Переменная интегрирования ξ соответствует косинусу угла выхода плоской нормальной волны из линейного источника Φ_0 относительно направления оси z . (В интеграле фигурируют и комплексные углы $\arg \cos \xi$.) Через $V(\xi) = |V(\xi)| e^{i\beta}$ обозначен коэффициент отражения плоской нормальной волны от «ребра клина» [1], через φ_0 — значение параметра ψ на линии $r=r_0$, а через $k_1\eta_-$ и $k_1\eta_+$ обозначены набеги фаз в прямой волне и отраженной, суммой которых представлено решение W_{m1} в приближении ВКБ. Через ω_0 и далее через u_0 , чтобы не загромождать решение деталями, обозначен общий для всех нормальных волн постоянный множитель, пропорциональный силе источника, а $\cos \gamma_0 = \xi \sin \psi_0$.

Решение интеграла методом перевала дает геометрикооптическое приближение для поля расходящейся от точечного источника нормальной волны. Перевальные точки ξ_0 определяются условием стационарности

$$\eta'_- \Big|_{\xi_0} = \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \Big|_{\xi_0} = 0; \quad \frac{\partial (\eta_+ + \beta)}{\partial \xi} \Big|_{\xi_0} = 0, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \eta = \int n_m ds = (r+z) \xi \sin \psi_0 - \frac{m\pi}{k_1 \Phi} \arcsin \left(\frac{t \cos \gamma_0}{\sin \gamma_0} \right) - \\ - r_0 t_0 \cos \gamma_0 + \frac{m\pi}{k_1 \Phi} \arcsin \left(\frac{t_0 \cos \gamma_0}{\sin \gamma_0} \right) + \\ + \frac{\cos \gamma_0}{k_1 \Phi} \int_{t_0}^t \operatorname{arctg} \left[\frac{t \sqrt{1 - \cos^2 \gamma_0 (1 + t^2)}}{\sqrt{(1 + t^2) \cos^2 \gamma_0 - n^2}} \right] \frac{dt}{\sqrt{1 - \cos^2 \gamma_0 (1 + t^2)}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Через t обозначен новый параметр — тангенс угла касательной к лучу, связанный с параметром ψ соотношением

$$t = \pm \frac{\sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_0}}{\cos \gamma_0}; \quad t_0 = t(r_0) = t(\sin \psi_0). \quad (14a)$$

Путем стандартных операций получается из (12)

$$W_m = \omega_0 \sum_i \frac{(rr_0)^{1/2} \sqrt{2\pi/(\eta''_-(\zeta_{0j}))} e^{ik_1 \eta_-(\zeta_{0j})}}{\sqrt[4]{k_1^2 r_0^2 (1 - \zeta_{0j}^2 \sin^2 \psi_0) - \mu_1^2(r_0^2)} \sqrt[4]{k_1^2 r^2 (1 - \zeta_{0j}^2 \sin^2 \psi_0) - \mu_1^2(r)}} +$$

$$+ \omega_0 \sum_i \frac{(rr_0)^{1/2} \sqrt{2\pi/(\eta''_+(\zeta_{0j}))} e^{ik_1 \eta_+(\zeta_{0j})} V(\zeta_{0j})}{\sqrt[4]{k_1^2 r_0^2 (1 - \zeta_{0j}^2 \sin^2 \psi_0) - \mu_1^2(r_0^2)} \sqrt[4]{k_1^2 r^2 (1 - \zeta_{0j}^2 \sin^2 \psi_0) - \mu_1^2(r)}} \quad (15)$$

Можно показать, что в результате выполнения операции дифференцирования в (13) получаются уравнения лучей нормальной волны, расходящейся из точечного источника $r=r_0, z=z_0$, и что перевальные точки ζ_{0j} являются косинусами углов выхода ψ_0 лучей из точки r_0, z_0 (см. рис. 2). Уравнения лучей определяют точки перевала $\zeta_{0j} = \cos \psi_{0j}$

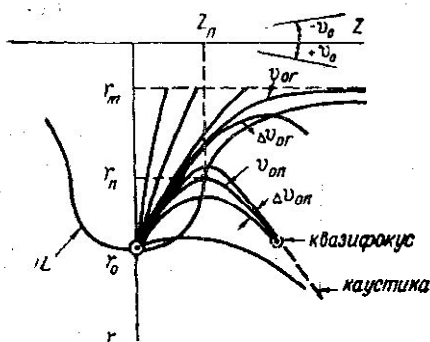


Рис. 2

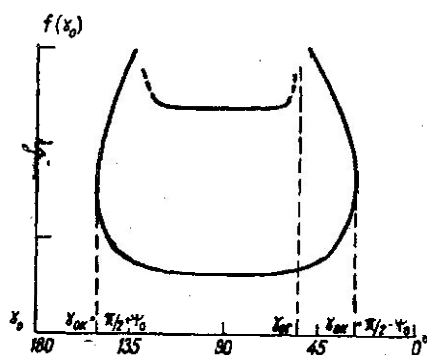


Рис. 3

как функции координат r, z через параметр ψ для прямой волны и рефрагированной [1]:

$$r = \frac{1}{k_1 \Phi \cos \psi} \left[m\pi - \arctg \left[l \frac{\cos \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi - n^2}} \right] \right], \quad (16a)$$

$$z = \frac{\cos \gamma_0}{\sin^2 \gamma_0} \left\{ \pm r \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_0} - r_0 \sin \psi_0 \sin \psi_0 + \frac{\sqrt{1-n^2} \operatorname{art} h}{ak_1 \Phi \operatorname{arct} h} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{l \sqrt{a} \sqrt{1-n^2} \left[\pm \sqrt{(\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_0)(\sin^2 \psi_0 - n^2)} - \sin^2 \psi_0 \sin \psi_0 \sqrt{\sin^2 \psi - n^2} \right]}{a \sqrt{(\sin^2 \psi - n^2)(\sin^2 \psi_0 - n^2)} \mp l^2 (1-n^2) \sin^2 \psi_0 \sin \psi_0 \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_0}} \right] \right\}, \quad (16b)$$

$$\cos \gamma_0 = \sin \psi_0 \cos \psi_0, \quad a = -(l^2 - 1) \cos^2 \gamma_0 + (l - n^2).$$

(В случае волноводных лучей ($\cos^2 \gamma_0 > n^2$) берется $\operatorname{art} [] +$ невозмодных — ($\cos^2 \gamma_0 < n^2$) берется $\operatorname{arct} []$.) Для волны, отраженной от невозмодной зоны, в уравнении (16b) появляется дополнительный член в результате интегрирования $\frac{\partial \beta}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta_0 = \cos \psi_0}$. Поскольку коэффициент отражения этой волны мал [1] и, как следует из дальнейшего, эта волна сильно затухает еще из-за диссипативных потерь, то ею можно пренебречь.

На рис. 2 изображены характерные черты лучевой картины расходящейся из точечного источника нормальной волны — волноводные и неволноводные лучи, граница волноводной зоны $r=r_m$, кривая точек поворота волноводных лучей (рефрагированной волны) L , каустика квазифокус, образованный у начала каустики пучком лучей, проходящим через окрестность точки перегиба Π кривой точек поворота $\Delta\vartheta_{0r}$, граничный луч $\vartheta_{0r} = -\arccos\left(\frac{n}{\sin\psi_0}\right)$. Из анализа рис. 2 следует, что в точку наблюдения освещенной области приходят два луча ϑ_{01} и ϑ_{02} , соответствующие двум точкам перевала ξ_{01} и ξ_{02} . Третья перевальная точка, появляющаяся в периферийной области и в зоне тени, представляет собой пренебрежимо слабую волну, возникающую за счет расщепления граничных лучей

$$\vartheta_{0r} = -\arccos\left(\frac{n}{\sin\psi_0}\right) \quad \text{и} \quad \vartheta_{0r} = -\pi + \arccos\left(\frac{n}{\sin\psi_0}\right).$$

В соответствии с этим и с учетом преобразования (4) поле нормальной волны, расходящейся из точечного источника в лучевом приближении (без учета диссипативных потерь), определяется выражениями

$$U_m = U_m^- + U_m^+ = \frac{u_0 e^{i[k_1\eta(\vartheta_{01}) - \pi/4]}}{\sqrt{|\eta''(\vartheta_{01})|} \sqrt[4]{k_1^2 r_0^2 \sin^2 \gamma_{01} - \mu_1^2(r_0)} \sqrt[4]{k_1^2 r^2 \sin^2 \gamma_{01} - \mu_1^2(r)}} +$$

$$+ \frac{u_0 V(\vartheta_{02}) e^{i[k_1\eta(\vartheta_{02}) - \pi/4]}}{\sqrt{|\eta''(\vartheta_{02})|} \sqrt[4]{k_1^2 r_0^2 \sin^2 \gamma_{02} - \mu_1^2(r_0)} \sqrt[4]{k_1^2 r^2 \sin^2 \gamma_{02} - \mu_1^2(r)}}; \quad (17)$$

$$\eta(\vartheta_0) = \cos \gamma_0 (z + tr - t_0 r_0) -$$

$$- \frac{m\pi}{k_1 \Phi} \left[\arcsin\left(\frac{t \cos \gamma_0}{\sin \gamma_0}\right) - \arcsin\left(\frac{t_0 \cos \gamma_0}{\sin \gamma_0}\right) \right] +$$

$$+ \frac{\cos \gamma_0}{k_1 \Phi} \int_{t_0}^t \operatorname{arctg} \left[\frac{l \sqrt{1 - \cos^2 \gamma_0 (1 + t^2)}}{\sqrt{(1 + t^2) \cos^2 \gamma_0 - n^2}} \right] \frac{dt}{\sqrt{1 - \cos^2 \gamma_0 (1 + t^2)}};$$

$$\eta'' = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi_0} =$$

$$= \frac{r_0 t \{t_0^2 - [1 - (1 + t^2) \cos^2 \gamma_0]\} - r_0 \{t^2 - [1 - (1 + t^2) \cos^2 \gamma_0]\}}{t_0 \sin^4 \gamma_0} \cos \gamma_0 -$$

$$l(1 - n^2) \sin^3 \gamma_0 \left[t \sqrt{(1 + t_0^2) \cos^2 \gamma_0 - n^2} - t_0 \sqrt{(1 + t^2) \cos^2 \gamma_0 - n^2} \right]$$

$$- \frac{\sqrt{1 - n^2} \sin \psi_0 [2(1 - t^2) \cos^4 \gamma_0 + (t^2 - n^2)(1 + \cos^2 \gamma_0)]}{k_1 \Phi a^{3/2} \sin^4 \gamma_0} \times$$

$$\times \frac{\operatorname{arth} \left\{ \frac{l \sqrt{1 - n^2} \sqrt{a} \cos \gamma_0 [t \sqrt{(1 + t_0^2) \cos^2 \gamma_0 - n^2} - t_0 \sqrt{(1 + t^2) \cos^2 \gamma_0 - n^2}]}{a \sqrt{\cos^2 \gamma_0 (1 + t^2) - n^2} \sqrt{\cos^2 \gamma_0 (1 + t_0^2) - n^2} - l(1 - n^2) t_0 \cos^2 \gamma_0} \right\}}{\operatorname{arctg} \left\{ \dots \right\}};$$

$$\cos \gamma_0 = \sin \psi_0 \cos \vartheta_0$$

(Для краткости здесь всюду подразумевается, что $z_0=0$. Симметрия задачи позволяет сделать это без ограничения общности.) На каустиках, которые определяются системой уравнений $\eta'|_{\xi=\cos\theta_0}=0$, $\eta''|_{\xi=\cos\theta_0}=0$, расчет поля можно произвести методом, описанным Л. М. Бреховских [8], стр. 438).

Получим теперь выражение для множителя D , учитывающего диссипативные потери.

Безразмерную функцию $f(r)$ приближенно можно представить в таком виде:

$$f(r) = \frac{k_0 r}{\mu_1} \left(\frac{k_1^2 r^2}{\mu_1^2} - 1 \right)^{-1/2} \left\{ \frac{k_1^2 r^2}{\mu_1^2} (1 - n^2) + l \mu_1 \Phi \left[\frac{k_1^2 r^2}{\mu_1^2} (1 - n^2) - 1 \right]^{1/2} \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{1}{l^2} \left(\frac{k_1^2 r^2}{\mu_1^2} (1 - n^2) - 1 \right) \right] \right\}^{-1}.$$

Если волна (луч) не проходит вблизи границы волноводной зоны $r=r_m$, то можно взять более грубое приближение для

$$f(r) \sim m^2 \frac{\omega^3}{k_1^3 \Phi^{3,3}}. \quad (18)$$

Подставляя (18) в интеграл (8), получим: $\int f(r) ds = J$. В прямой волне

$$J(\cos \theta_{01}) = \pm \frac{2\lambda}{\Phi} \{ [\sin^2 \psi_0 \sin \theta_{01} + \sin \psi_0 \cos \theta_{01} \ln (\sin \psi_0) (\sin \psi_0 + \cos \theta_{01})] - \\ - [\sin \psi \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_{01}} + \cos^2 \gamma_{01} \ln (\sin^2 \psi + \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_{01}})] \}; \quad (19a)$$

Знак минус берется в области $r < r_0$ до точки поворота, знак плюс в области $r > r_0$.

В волне после точки поворота

$$J = \frac{2\lambda}{\Phi} \{ \sin^2 \psi_0 \sin \theta_0 + \cos \gamma^2 \gamma_0 \ln [\sin \psi_0 (\sin \psi_0 + \sin \theta_0)] - \\ - 2 \cos^2 \gamma_0 \ln [\sin^2 \psi_0 \cos^2 \theta_0] + \sin \psi \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} + \\ + \cos^2 \gamma_0 \ln (\sin^2 \psi + \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_0}) \}. \quad (19b)$$

В волне, отраженной от неволноводной зоны:

$$J(\cos \theta_{02}) = \frac{2\lambda}{\Phi} \{ [\sin^2 \psi_0 \sin \theta_{02} + \cos^2 \gamma_0 \ln (\sin^2 \psi_0 + \\ + \sin \psi_0 \sin \theta_{02})] - 2 [n \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma_0} + \sin^2 \psi_0 \cos^2 \theta_{02} \times \\ \times \ln (n^2 + \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma_0}) + [\sin \psi \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_{02}} + \\ + \sin^2 \psi_0 \cos^2 \theta_{02} \ln (\sin^2 \psi + \sqrt{\sin^2 \psi - \cos^2 \gamma_{02}})] \}. \quad (19b)$$

Как функции координаты r выражения (19) получаются с помощью уравнений (2).

Итак, поле точечного источника в клине (r_0, z_0, φ_0) с учетом диссипативных потерь в лучевом приближении описывается выражениями (1) и (17) с дополнительным множителем D_m :

$$\Psi(r_1, r_0, z, z_0, \varphi_1, \varphi_0) = \sum_m A_m [U_m^- D_m^- + U_m^+ D_m^+] F_m(\varphi). \quad (20)$$

Спектральный коэффициент A_m в том же самом приближении для точечного источника можно записать по аналогии с коэффициентами в задаче для плоского слоя ([7] стр. 329):

$$A_m = \sin \mu_0 \varphi_0 \left[\mu_0 \Phi - \sin \mu_0 \Phi \cos \mu_0 \Phi - \frac{1}{t^2} \sin^2 \mu_0 \Phi \operatorname{tg} \mu_0 \Phi \right]^{-1}, \quad (21)$$

$$\mu_0 \equiv \mu_1(r_0).$$

Несмотря на трансцендентный характер дисперсионного уравнения, лежащего в основе решения задачи, решение получено в аналитической форме. Это удалось сделать путем перехода к параметрической системе уравнений (2) от трансцендентного дисперсионного уравнения [1]. В соответствии с этим и само решение выражается через параметр ψ , имеющий смысл угла падения на границу $\varphi = \Phi$ лучей Бриллюэна, или через параметр t , связанный с ψ формулой (14а).

Приведем еще выражение для поля точечного источника в клине в дальней зоне с учетом и характеристики направленности источника $\Theta(\vartheta_0)$:

$$\Psi(\infty) = u_0 \left\{ \sum_m A_m \left[U_m^-(\infty) D_m^-(\infty) \theta \left[+ \arccos \left(\frac{\cos \gamma_0}{\sin \psi_0} \right) \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + U_m^+(\infty) D_m^+(\infty) \theta \left[- \arccos \left(\frac{\cos \gamma_0}{\sin \psi_0} \right) \right] \right] F(\varphi) \right\};$$

$$U_m^+(\infty) = V(\gamma_0) \frac{e^{ik_1 \eta_+(\gamma_0)}}{\rho \sqrt[4]{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0}}; \quad U_m^-(\infty) = \frac{e^{ik_1 \eta_-(\gamma_0)}}{\rho \sqrt[4]{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0}};$$

$$D_m^\mp(\infty) = e^{-i \operatorname{const} I_\mp(\infty)}.$$

Выражение для $J_\pm(\infty)$ получается из (19) при условии $\psi = \psi|_{r=\infty} = \pi/2$:

$$J_-(\infty) = -\frac{2\lambda}{\Phi} \{ \sin \psi_0 \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} + \cos^2 \gamma_0 \times$$

$$\times \ln(\sin^2 \psi_0 + \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0}) + \sin \gamma_0 + \cos^2 \gamma_0 \ln(1 + \sin \gamma_0) \},$$

$$J_+(\infty) = \frac{2\lambda}{\Phi} \{ \sin \psi_0 \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} + \cos^2 \gamma_0 \ln(\sin^2 \psi_0 +$$

$$+ \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} - 2 \cos^2 \gamma_0 \ln \cos^2 \gamma_0 + \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} + \\ + \cos^2 \gamma_0 \ln(\sin \gamma_0 + 1) \}$$

(для рефрагированной волны ($n^2 \leq \cos^2 \gamma_0 < 1$));

$$J_+(\infty) = \frac{2\lambda}{\Phi} \{ \sin \psi_0 \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} + \cos^2 \gamma_0 \ln(\sin^2 \psi_0 +$$

$$+ \sqrt{\sin^2 \psi_0 - \cos^2 \gamma_0} - 2 [n \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma_0} + \cos^2 \gamma_0 \ln(n^2 + \\ + \sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma_0})] + \sin \gamma_0 + \cos^2 \gamma_0 \ln(1 + \sin \gamma_0) \}$$

(для интервала углов $0 < \cos^2 \gamma_0 < n^2$).

Здесь γ_0 — полярный угол $\arctg r/z$, $\rho = \sqrt{r^2 + z^2}$, график функции $I_{\mp}(\gamma_0)$ показан на рис. 3. Двухзначность означает наложение прямой волны и волны, отраженной от «ребра клина». Большое затухание испытывают отражения от неволноводной зоны: волна $\gamma_{0r} = \arccos n < \gamma_0 < \pi - \arccos n$ и прилегающие к граничному лучу γ_{0r} участки рефрагированной волны.

В $\rho = \infty$ поля нормальных волн ограничиваются каустиками $\gamma_{0k} = \frac{\pi}{2} - \psi_0$, $\gamma_{0k} = \frac{\pi}{2} + \psi_0$. Поле на каустиках и в зонах тени описывается выражением

$$\Psi_k(\infty) = \frac{u_0}{\rho} \left\{ \sum_m A_m J_{\mu_0}(k_1 r_0 \sin \gamma_0) D_m(\gamma_{0k}) \theta \left(\frac{0}{\pi} \right) F_m(\varphi) \right\},$$

на каустике $\gamma_{0k} = \pi/2 - \psi_0$ берется $\Theta(0)$, на каустике $\gamma_{0k} = \pi/2 + \psi_0$ берется $\Theta(\pi)$; J_{μ_0} — функция Бесселя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. К. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 13, 293—300, 1972.
2. Кузнецов В. К. «Акустический журнал», 19, 3, 1973.
3. Кузнецов В. К., Низамов В. Ж. Труды VI Всесоюзной акустической конференции (А—IV—6). М., 1968.
4. Кузнецов В. К. «Акустический журнал» (в печати).
5. Кузнецов В. К. «Акустический журнал», 5, 170—175, 1959.
6. Kohnhauser E. T., Rapley W. P. JASA, 27, 689, 1955.
7. Кузнецов В. К. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 14, 692—698, 1973.
8. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., 1957, стр. 439.

Поступила в редакцию
5.6 1973 г.

Кафедра
акустики