Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1975

УДК 533.9.01

А. А. ВЛАСОВ, М. А. ЯКОВЛЕВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ ИОНАМИ ЧЕРЕЗ ПРОМЕЖУТОЧНУЮ СИСТЕМУ (НЕЙТРАЛЬНЫЙ ГАЗ) И ПРОБЛЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ РОЯ ЧАСТИЦ, УДЕРЖИВАЮЩЕГОСЯ СОБСТВЕННЫМИ СИЛАМИ

Устанавливается наличие и величина силы взаимодействия между ионами в неполностью ионизованной плазме посредством обмена фононами, имеющимися в нейтральном газе. На основе нелокально-статистического подхода найдено распределение поля сторонних и электростатических сил внутри конфигурации шаровой симметрии. Доказывается устойчивость образования к объемным возмущениям.

Решение проблемы существования статистического газового роя частиц, удерживающегося собственными силами без участия стенок, открывает возможность объяснения явления страт [1, 2], искусственных плазмоидов [3], естественных плазмоидов [4] и атмосферных сферических слоев планет [5].

При решении указанной задачи методами классической статистики возникают трудности. Так, предположение о конечности массы образования, квазистационарности, температурности распределения частиц, изотермичности и дифференцируемости функций распределения приводит к внутреннему противоречию. Действительно, используя распределение Больцмана для частиц одного сорта, имеем для массы каждого сорта частиц системы:

$$M_i = \int\limits_{(\infty)} C_i \exp\left[-\frac{e_i\varphi}{\theta_i}\right] d\mathbf{r} > \int\limits_R^\infty C_i \exp\left[\frac{0}{\theta_i}\right] 4\pi r^2 dr = \infty,$$

где $\varphi(\mathbf{r})$ — собственный потенциал системы, при достаточном удалении от центра роя $\psi \sim \frac{1}{r}$, $r > R$. Аналогично статистика Гиббса также приводит к расходимости нормировки многомерной функции распределения в бесконечной области

$$\int \ldots \int \exp\left[-\frac{1}{2\theta}\sum_{i \neq j} K_{ij}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)\right] \prod_{j=1}^N d\mathbf{r}_j = \infty$$

при $k_{ij}(|s|)|_{s\to\infty}^{\to} 0$. Отказ от изотермичности без дополнительных условий не дает замкнутого аппарата. Политропные модели сами по себе не приводят к появлению собственных электрических полей, необходимых для процессов ионизации в плазмоидах.

В предлагаемой работе проблема существования роя частиц, удерживающегося собственными силами, связывается с существованием сил взаимодействия между ионами в неполностью ионизованной плазме посредством обмена фононами, имеющимися в нейтральном газе.

Развиваемая ниже теория в основе своей опирается на нелокально-статистическое описание поведения частиц и их взаимодействий [6]. В данной теории это проявляется в формулировке исходных уравнений для функций распределения, в учете влияния нейтрального газа на движение ионов, через посредство нового вида взаимодействия между ионами, в существовании специфических решений исходных уравнений, допускающих пространственную структуру в распределении вероятности местоположения частиц с периодом, значительно меньшим характерных минимальных размеров классической статистической теории.

В излагаемой теории совмещаются следующие свойства плазменного образования: пространственная ограниченность, при отказе от аналитичности функции распределения во всем объеме пространства, температурный характер распределения частиц в конфигурации, стационарность образования и устойчивость к объемным возмущениям.

§ 1. Вывод вида взаимодействия ионов через посредство акустических волн в нейтральном газе

Матричный элемент энергии взаимодействия двух свободных частиц, каждая из которых взаимодействует с промежуточной системой (совокупностью волн), определяется формулой [7]

$$\langle \mathbf{k}-\mathbf{q},\ \mathbf{k}+\mathbf{q}\,|V|\,\mathbf{k},\ \mathbf{k}\rangle = \frac{|M_{kk-q}|^2\, 2\hbar\omega_q}{[\varepsilon(\mathbf{k})-\varepsilon(\overline{\mathbf{k}-\mathbf{q}})]^2-(\hbar\omega_q)^2}. \tag{1}$$

Здесь M_{kk-q} — матричный элемент энергии взаимодействия каждой частицы порознь с промежуточной системой

$$M_{kk-q} = \int \psi_{\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{r})\,\delta U(\mathbf{r})\,\psi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r},$$

$$\psi_k = \frac{1}{\Omega^{1/2}}\exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}]. \tag{2}$$

В формулах (1) и (2) характер волн промежуточной системы не специализирован. Пусть в нашем случае $\delta\rho_t(\mathbf{r})$ — изменения концентрации нейтрального газа под влиянием акустических волн, тогда энергия взаимодействия иона с акустическим полем будет

$$\delta U(\mathbf{r}) = \int K_{ia}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\,\delta\rho_t(\mathbf{r}')\,d\mathbf{r}',$$

$K_{ia}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$ — энергия взаимодействия иона, находящегося в точке $\mathbf{r}$, с атомом в точке $\mathbf{r}'$. Представляя $\delta\rho_t(\mathbf{r})$ в виде суперпозиции акустических волн

$$\delta\rho_t(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}'} \delta\rho'_{\mathbf{q}}\exp[-i\omega'_{\mathbf{q}}t + i\mathbf{q}'\mathbf{r}], \tag{2'}$$

получаем

$$M_{\mathbf{kk-q}} = \sum_{\mathbf{q}'} \delta\rho_{\mathbf{q}'}\, \sigma_{ia}(q') \cdot \frac{1}{\Omega} \exp[-i\omega'_{\mathbf{q}} t] \int_{\Omega} \exp[i(\mathbf{q}' - \mathbf{q})\mathbf{r}]\, d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где

$$\sigma_{ia}(q) = 4\pi \int_0^\infty K_{ia}(s) \frac{\sin qs}{qs} s^2 ds. \quad (4)$$

Из (3) следует

$$|M_{\mathbf{kk-q}}|^2 = (\delta\rho_{\mathbf{q}})^2\, \sigma_{ia}^2(q). \quad (5)$$

Определим параметры акустического поля. В аппарате статистических функций распределения

$$\delta\rho_t(\mathbf{r}) = \int_{(\infty)} \varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{v},\ t)\, d\mathbf{v}, \qquad \rho_0 = \int_{(\infty)} f_0(\mathbf{v})\, d\mathbf{v} = \mathrm{const},$$

$$f(\mathbf{r},\ \mathbf{v},\ t) = f_0(\mathbf{v}) + \varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{v},\ t),$$

при этом акустическая функция распределения $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ удовлетворяет уравнению [6]

$$\frac{\partial\varphi(\mathbf{r},\ \mathbf{v},\ \mathbf{t})}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{r}} - \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}} U\{\varphi\} \frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{v}} - \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}} U\{f_0\} \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{v}} = 0,$$

$$U\{\varphi\} = \int K_{aa}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\, \varphi(\mathbf{r}',\ \mathbf{v},\ t)\, d\mathbf{r}' d\mathbf{v}, \quad (6)$$

$K_{aa}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$ — парная энергия взаимодействия атомов нейтрального газа. Решение (6) в виде ряда по малым амплитудам волн дает в первом приближении

$$\overset{(1)}{\varphi}_{\mathbf{q}}(\mathbf{v}) = \frac{\sigma_{aa}(q)}{m} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0(v)}{v - \dfrac{\omega}{q}} \delta\rho_{\mathbf{q}}; \quad \tilde{f}_0(v) = \int f_0(\mathbf{v})\, d\mathbf{v}_\perp$$

и для стационарной и пространственно-однородной части функции распределения во втором приближении

$$\overset{(2)}{\varphi}_{\mathbf{q}}(v) = \frac{\sigma_{aa}^2(q)}{4m^2} (\delta\rho_{\mathbf{q}})^2 \frac{\partial}{\partial v} \frac{\partial \tilde{f}_0(v)}{\left(v - \dfrac{\omega}{q}\right)^2} + O(e^{i\omega t}) + O(e^{2i\omega t}) + \ldots,$$

где

$$\sigma_{aa}(q) = 4\pi \int_0^\infty K_{aa}(s) \frac{\sin qs}{qs} s^2 ds.$$

Для скорости распространения волн при условии $\dfrac{\omega}{q} > \dfrac{\theta}{m}$ получаем [8]

$$v_\Phi^2 = \left(\frac{\omega}{q}\right)^2 = \frac{\sigma_{aa}(q)}{m}\rho_0 + \frac{3\theta}{m} + \ldots, \quad (7)$$

$$2\gamma_s = -\pi q v_\Phi^3 \partial \tilde{f}_0(v_\Phi),$$

$\tilde{f}_0(v)$ — максвелловская функция распределения по скоростям.

Поскольку $\sigma_{aa}(q)$ убывает с увеличением q, формула (7) справедлива при $q<q_{\max}$. Критическое значение $q_{\max}$ определяется из равенства

$$\frac{\sigma_{aa}(q_{\max})\,\rho_0}{\theta}=1.$$

Кинетическая и потенциальная энергия волн определяются формулами

$$\varepsilon_k=\Omega\int\limits_{(\infty)}\frac{mv^2}{2}\overset{(2)}{\varphi_{\mathbf{q}}}(v)\,dv=\frac{1}{4}\sigma_{aa}(q)\,(\delta\rho_{\mathbf{q}})^2\,\Omega,$$

$$\varepsilon_{\text{п}}=\frac{1}{2}\int\limits_{\Omega}K_{aa}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\,\overline{\delta\rho_t(\mathbf{r}')\,\delta\rho_t(\mathbf{r})}^{\,t}\,d\mathbf{r}d\mathbf{r}'=\frac{1}{4}\rho_{aa}(q)\,(\delta\rho_{\mathbf{q}})^2\,\Omega.$$

Полная энергия акустических колебаний не должна зависеть от способа рассмотрения. В условиях температурных шумов имеем

$$E=\sum_{\mathbf{q}}\frac{1}{2}\sigma_{aa}(q)\,(\delta\rho_{\mathbf{q}})^2\,\Omega=\sum_{\mathbf{q}}\left(n_{\mathbf{q}}+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_{\mathbf{q}}.$$

Отсюда

$$(\delta\rho_{\mathbf{q}})^2=\frac{\left(n_{\mathbf{q}}+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{\frac{1}{2}\sigma_{aa}(q)\,\Omega};\quad n_{\mathbf{q}}=\left(\exp\left[\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{\theta}\right]-1\right)^{-1}. \tag{8}$$

Из (8), используя (7), вытекает выражение для $\delta\rho_{\mathbf{q}}$, полученное в работе [7] для твердых тел:

$$(\delta\rho_{\mathbf{q}})^2=\frac{\left(n_{\mathbf{q}}+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_{\mathbf{q}}\rho_0}{\frac{1}{2}mv_{\text{ф}}^2\Omega}. \tag{9}$$

Таким образом, формула (9) оказывается справедливой и для газов в нелокальной теории.

Запишем явный вид энергии взаимодействия ионов. Матричный элемент энергии взаимодействия и явный вид этой энергии связаны трансформацией Фурье

$$V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')=\frac{\Omega}{(2\pi)^3}\int V_{\mathbf{q}}\exp\left[i\mathbf{q}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\right]d\mathbf{q},$$

где на основании (1), (5) и (8)

$$V_{\mathbf{q}}\equiv\langle\mathbf{k}-q;\ \mathbf{k}+q\,|V|\,\mathbf{k},\,\mathbf{k}\rangle=\frac{2\left(n_{\mathbf{q}}+\frac{1}{2}\right)(\hbar\omega_{\mathbf{q}})^2\,\sigma_{ia}^2(q)}{\{[\varepsilon(\mathbf{k})-\varepsilon(\mathbf{k}-\mathbf{q})]^2-(\hbar\omega_{\mathbf{q}})^2\}\,\frac{1}{2}\sigma_{aa}(q)\,\Omega};$$

учитывая сферическую симметрию матричного элемента $V_{\mathbf{q}}\equiv V_{|\mathbf{q}|}$:

$$V(|r-r'|)=\frac{\Omega}{(2\pi)^3}\int\limits_0^{q_{\max}}V_{\mathbf{q}}\frac{\sin q\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{q\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\,4\pi q^2dq. \tag{9'}$$

Из (9′) следует, что при достаточно малом расстоянии между ионами $q_{\max}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|\ll\pi$, $V(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\cong V(0)=\mathrm{const}$, т. е. при сближении ионов, взаимодействие через промежуточную систему выключается. Преобразуя знаменатель в формуле (9′)

$$[\varepsilon(\mathbf{k})-\varepsilon(\mathbf{k}-\mathbf{q})]^2-(\hbar\omega_{\mathbf{q}})^2\cong\left(\frac{\hbar^2}{2m_i}\right)^2 q^2(q-q^+)(q+q^+),$$

$$q^+=\frac{2m_i v_\Phi}{\hbar};\quad \frac{2\mathbf{kq}}{|\mathbf{q}|}\ll|\mathbf{q}|,$$

получаем

$$V(s)=\frac{8}{\pi}\left(\frac{m_i}{\hbar}\right)^2 v_\Phi^2\frac{1}{s}\int\limits_0^{q_{\max}}\frac{F(q)\sin qs}{(q-q^+)(q+q^+)}\,dq, \qquad (9'')$$

где

$$F(q)=\frac{\left(n_q+\frac{1}{2}\right)\sigma_{ia}^2\cdot q}{\sigma_{aa}}, \qquad (10)$$

если $q_{\max}=\alpha q^+$, $\alpha>1$, выступающий интеграл берется с применением теории вычетов. Тогда из (9″) получаем явное выражение парной энергии взаимодействия ионов:

$$V(s)=\begin{cases}\gamma^2\dfrac{\cos q^+s}{s}; & s>\dfrac{\pi}{\alpha q^+}\\[2ex] V(0)=\mathrm{const}; & s<\dfrac{\pi}{\alpha q^+}\end{cases}, \qquad (11)$$

$$\gamma^2=\frac{4}{\pi}\left(\frac{m_i}{\hbar}\right)^2 v_\Phi^2\frac{F(q^+)}{q^+}.$$

Взаимодействие иона с атомом в зависимости от кинетических энергий сближения определяется следующими формулами.

При малых кинетических энергиях (порядка тепловых) взаимодействие определяется энергией экранированной поляризации:

$$K_{i_a}(s)=-e^2\beta\frac{1}{s^4}(1+\varkappa_D s)^2\exp[-2\varkappa_D s];\quad s\geqslant a, \qquad (12)$$

где a — наименьшее расстояние сближения, $\beta=a_0^3$, a — эффективный размер атома, $\varkappa_D$ — обратный радиус дебаевской экранировки. Фурье-образ взаимодействия «ион-атом» на основании (4), (12) и с учетом $a\varkappa_D\ll1$ есть

$$\sigma_{ia}^{(1)}(q^+)=-4\pi e^2\beta q^+\left[\frac{\sin q^+a}{(q^+a)^2}+\frac{\cos q^+a}{q^+a}+si(q^+a)\right],$$

полагая $q^+a\sim1$, имеем

$$\sigma_{ia}^{(1)}(q^+)=-4\pi e^2\beta q^+\cdot0{,}38. \qquad (13)$$

При больших кинетических энергиях сближения взаимодействие иона с атомом описывается экранированным потенциалом Томаса — Ферми:

$$K_{ia}^{(2)}(s)=\begin{cases}\infty; & s<s_0\\[1ex] \dfrac{z_1z_2e^2}{s}\exp[-\varkappa_1 s]; & s\geqslant s_0.\end{cases} \qquad (14)$$

Здесь z_1e, z_2e — заряд иона и ядра атома, $\varkappa_т^{-1} = a_B \cdot 0{,}88\,(z_1^{2/3} + z_2^{2/3})$, a_B — радиус первой боровской орбиты, s_0 определяется из уравнения

$$\frac{m_i \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{z_1 z_2 e^2}{s_0} \exp[-\varkappa_т s_0].$$

Из выражения (14) получаем

$$\sigma_{ia}^{(2)}(q^+) = \frac{4\pi z_1 z_2 e^2}{\varkappa_т^2 + q^{+2}} \left(\cos q^+ s_0 + \frac{\varkappa_т}{q^+} \sin q^+ s_0 \right) \exp[-\varkappa_т s_0]. \tag{15}$$

Фурье-образ взаимодействия «атом-атом» на основании (7) выражается через скорость распространения акустических волн в нейтральном газе

$$\sigma_{aa}(q) \cong \frac{m v_ф^2(q)}{\rho_0}. \tag{16}$$

Вследствие слабой зависимости $v_ф$ от q будем считать возможным экстраполяцию значений q в формуле (16) до значений q^+. Поскольку $v_ф \gg \frac{\theta}{m}$, $\frac{\hbar\omega_{q^+}}{\theta} = \frac{2m_i v_ф^2}{\theta} > 1$, получаем

$$n_{q^+} + \frac{1}{2} \cong \frac{1}{2}. \tag{17}$$

Учитывая значения $\beta = (1{,}5 \cdot 10^{-8})^3$ см^3 и $q^+ \cong 10^9$ см$^{-1}$ в случае азота, для нормальных условий в атмосфере на основании (10), (13), (15), (16) и (17) получаем численные значения постоянной γ^2 в формуле (11) для двух крайних случаев

$$\gamma_1^2 \cong 5{,}7 \cdot 10^{-15} \text{ эрг·см}; \quad \gamma_2^2 \cong 3{,}5 \cdot 10^{-19} \text{ эрг·см}. \tag{18}$$

Ввиду разницы масс и вследствие того, что для электронов скорее выполняется (15), чем (13): $\gamma_e^2 \ll \gamma_i^2 \equiv \gamma^2$, поэтому взаимодействие электронов (так же как взаимодействие электронов и ионов) через промежуточную систему в дальнейшем не будет учитываться.

§ 2. Распределение поля сторонних и электростатических сил внутри конфигурации шаровой симметрии

Согласно [6] функции распределения должны удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla_{\mathbf{r}} f_i - \frac{1}{m_i} \nabla_{\mathbf{r}} [U_{ii} + U_{ia} + \Phi] \nabla_{\mathbf{v}} f_i = 0,$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla_{\mathbf{r}} f_e - \frac{1}{m_e} \nabla_{\mathbf{r}} [U_{ea} + \Phi] \nabla_{\mathbf{v}} f_e = 0,$$

$$\Delta U_{ii} + q^{+2} U_{ii} = -4\pi\gamma^2 \int_{(\infty)} f_i d\mathbf{v}; \quad \Delta\Phi = -4\pi e^2 \int_{(\infty)} (f_i - f_e) d\mathbf{v}, \tag{19}$$

$$V_{ia}(\mathbf{r}, t) = \int K_{ia}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\, \delta\rho_t(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}';$$

$$V_{ea}(\mathbf{r}, t) = \int K_{ea}(|\mathbf{r} - r'|)\, \delta\rho_t(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}',$$

$\delta\rho_i(\mathbf{r})$ — определяется формулами (2′) и (8). На основании (2′) и (13), и переходя к непрерывному спектру акустических волн, имеем

$$U_{ia}(\mathbf{r}, t) = \Omega \int_0^{q_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sigma_{ia}(q)\, \delta\rho_q \exp[-i\omega_q t + iqr\cos\vartheta]\, q^2 dq \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

и аналогично для $U_{ea}(\mathbf{r}, t)$. Отсюда следует, что

$$\lim_{t\to\infty} U_{ia}(\mathbf{r}, t) = \lim_{t\to\infty} U_{ea}(\mathbf{r}, t) = 0. \qquad (19')$$

Для выделения стационарных и температурных распределений частиц полагаем $\left.\frac{\partial}{\partial t}\right| \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$, тогда

$$f_{i,e}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \rho_{i,e}(\mathbf{r})\, w_{i,e}(v^2); \quad \int\limits_{(\infty)} w_{i,e}(v^2)\, d\mathbf{v} = 1. \qquad (19'')$$

Подставляя условия (19′), (19″) в (19), получим

$$\begin{pmatrix} \rho_i \\ \rho_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_i \exp\left[-\frac{U+\Phi}{\theta_i}\right] \\ C_e \exp\left[\frac{\Phi}{\theta_e}\right] \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} w_i \\ w_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_i(0) \exp\left[-\frac{m_i v^2}{2\theta_i}\right] \\ w_e(0) \exp\left[-\frac{m_e v^2}{2\theta_e}\right] \end{pmatrix}.$$

При этом потенциальные энергии $\Phi(\mathbf{r})$ и $U_{ii}(\mathbf{r}) \equiv U(\mathbf{r})$ должны удовлетворять основным нелинейным уравнениям:

$$\Delta\Phi = -4\pi e^2 \left(C_i \exp\left[-\frac{U+\Phi}{\theta_i}\right] - C_e \exp\left[\frac{\Phi}{\theta_e}\right]\right),$$

$$U(\mathbf{r}) = \int K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \exp\left[-\frac{U(\mathbf{r}') + \Phi(\mathbf{r}')}{\theta_i}\right] d\mathbf{r}', \qquad (20)$$

$$K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = \frac{\gamma^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cos q^+ (\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

Будем искать решение уравнений (20) для достаточно высоких температур в виде ряда по малому параметру $\varepsilon = 1/\theta_i$:

$$U = U_0 + \varepsilon U_1 + \varepsilon^2 U_2 + \ldots,$$

$$\Phi = \varepsilon\Phi_1 + \varepsilon^2\Phi_2 + \varepsilon^3\Phi_3 + \ldots,$$

$$C_e = C_{e,0} + \varepsilon C_{e,1} + \varepsilon^2 C_{e,2} + \ldots,$$

$$C_{e,0} = C_i \equiv C_{i,0}.$$

В нулевом приближении получаем

$$\rho_{i,0} = \rho_{e,0} = C_i; \quad \Phi_0 \equiv 0, \qquad (21)$$

$$U_0(\mathbf{r}) = \int C_i K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\, d\mathbf{r}'.$$

Таким образом, нулевое приближение характеризуется локальной нейтральностью системы и пространственно-однородным распределением частиц. В случае сферической симметрии выступающий интеграл в (21) имеет вид

$$U_0(r) = \frac{2\pi}{r}\left[\int\limits_0^r C_i u du \int\limits_{r-u}^{r+u} K(s)\, s ds + \int\limits_r^R C_i u du \int\limits_{u-r}^{u+r} K(s)\, s ds\right].$$

Здесь R — радиус шара, r — расстояние от центра. Учитывая выражение для $K(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$ в (20), имеем

$$U_0(r) = \overset{(0)}{U}_0\left(1 - \widetilde{R}\,\frac{\sin q^+ r}{r}\right),$$
$$\overset{(0)}{U}_0 = -\frac{4\pi\gamma^2 C_i}{q^{+2}}; \quad \widetilde{R} = R\sin q^+ R + \frac{\cos q^+ R}{q^+}. \tag{22}$$

Потенциал сторонних сил оказался осциллирующим с весьма малым периодом и имеющим постоянную составляющую, пропорциональную плотности ионов.

В первом приближении имеем

$$\varepsilon C_{e,1} = -C_i \frac{\overset{(0)}{U}_0}{\theta_i},$$
$$\varepsilon\Delta\Phi_1 = -4\pi e^2 C_i \widetilde{R}\,\frac{\overset{(0)}{U}_0}{\theta_i}\cdot\frac{\sin q^+ r}{r}, \tag{23}$$
$$\varepsilon U_1(r) = \int C_i K(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\,\frac{U_0(\mathbf{r}')}{\theta_i}\,d\mathbf{r}'.$$

Используя (23), получаем

$$\varepsilon e(\rho_{i,1} - \rho_{e,1}) = eC_i\widetilde{R}\,\frac{\overset{(0)}{U}_0}{\theta_i}\,\frac{\sin q^+ r}{r},$$
$$\varepsilon\Phi_1 = \frac{4\pi e^2 C_i\widetilde{R}}{q^{+2}}\,\frac{\overset{(0)}{U}_0}{\theta_i}\,\frac{\sin q^+ r}{r}, \tag{24}$$
$$\varepsilon U_1 = \frac{\overset{(0)}{U}_0}{\theta_i}\,U_0(r).$$

Таким образом, в первом приближении возникает быстро осциллирующая плотность заряда и соответственно потенциала электростатического поля, при этом постоянная составляющая этих величин остается равной нулю.

Потенциальная энергия поля сторонних сил в нулевом и первом приближениях для внутренней области конфигурации выражается так:

$$W^{\text{стр}} = \frac{1}{2}\int \rho_{i,0} U_0 d\mathbf{r} + \frac{1}{2}\varepsilon\int(\rho_{i,0}U_1 + \rho_{i,1}U_0)\,d\mathbf{r}.$$

Учитывая (22) в нулевом приближении, получаем

$$W_0^{\text{стр}} = -8\pi^2\left(\frac{\gamma C_i}{q^+}\right)^2\left\{\frac{R^3}{3} + \frac{1}{q^+}\left[\frac{\sin 2q^+R}{2}\left(R^2 - \frac{1}{q^{+2}}\right) + \frac{R}{q^+}\cos 2q^+R\right]\right\}$$

или, оставляя главные члены:

$$W_0^{\text{стр}} = -\frac{8\pi^2}{3}\left(\frac{\gamma C_i}{q^+}\right)^2 R^3.$$

Знак минус указывает на то, что результирующий эффект взаимодействия ионов с помощью обмена фононами в нейтральном газе соответствует притяжению.

Полагая $C_i \cong 2{,}7 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$, $R \cong 10$ см и используя значение γ_1^2 в (18), получаем

$$|W_0^{\text{стр}}| \cong 5{,}5 \cdot 10^8 \text{ эрг.}$$

Энергия связи, приходящаяся на один ион, оказывается весьма значительной для газовой фазы $\cong 6 \cdot 10^{-2}$ эВ.

Электростатическое поле возникает как следствие действия сторонних сил первого приближения, поэтому является эффектом второго порядка по ε:

$$W^{\text{эл}} = \frac{1}{2} \int\limits_0^R \varepsilon (\rho_{i,1} - \rho_{e,1}) \varepsilon \Phi_1 4\pi r^2 dr.$$

Учитывая (24), имеем

$$W^{\text{эл}} = 4\pi^2 \left(\frac{eC_i}{q^+}\right)^2 \left(\frac{\overset{(0)}{U_0}}{\theta_i}\right)^2 \left(R \sin q^+R + \frac{\cos q^+R}{q^+}\right)^2 \left(R - \frac{\sin 2q^+R}{2q^+}\right)$$

или, удерживая главные члены:

$$W^{\text{эл}} = 2\pi^2 \left(\frac{eC_i}{q^+}\right)^2 \left(\frac{\overset{(0)}{U_0}}{\theta_i}\right)^2 R^3.$$

Рассматриваемое образование устойчиво относительно макроскопических объемных возмущений. Действительно, согласно [8], дисперсионное соотношение для малых отклонений концентрации ионов и электронов от равновесных значений $\left(\text{при } \frac{\theta_e}{m_e} \gg \frac{\theta_i}{m_i}\right)$ имеет вид

$$\frac{\omega_i^2}{k^2} = \frac{\tilde{\sigma}_{ii}(k)\rho_{i,0}}{m_i} + \frac{3\theta_i}{m_i}. \tag{25}$$

Здесь

$$\tilde{\sigma}_{ii}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2} + \frac{4\pi\gamma^2}{k^2 - q^{+2}} \tag{26}$$

Фурье-образ энергии взаимодействия ионов через электрическое и стороннее поле. Так как q^+ велико и для макроскопических возмущений $\lambda = \frac{2\pi}{k} \gg \frac{2\pi}{q^+}$, то из (25) и (26) следует условие устойчивости $\omega_i^2 > 0$.

В излагаемой теории предполагается наличие разности давлений между внутренней областью конфигурации и внешней средой, так как разложение по $\varepsilon \sim 1/\theta_i$ подразумевало θ_i относительно высокое. Возникает вопрос об интегральном условии равновесия в целом, при котором эта разность давлений компенсируется собственными силами. Для того чтобы выяснить особенности этих сил, перейдем от функции распределения к ее моментам, тогда из [6] имеем условие локального равновесия в слое, отделяющем внутреннюю область от внешней:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda}\right) u_\lambda = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_{\lambda\mu}}{\partial x_\mu} + \gamma E_\lambda^{\text{стр}} + eE_\lambda^{\text{эл}}.$$

Здесь u_λ, P_s — средняя скорость и концентрация ионов, $P_{\lambda\mu}$ — тензор давления; $E_\lambda^{\text{стр}}$ и $E_\lambda^{\text{эл}}$ — стороннее и электрическое поле, созданное частицами, принадлежащими как внутренней области, так и самой оболочке. Интеграция (26) по толщине слоя дает условие равновесия в целом (полагая, что при отсутствии макродвижений $u_\lambda \equiv 0$ и $P_{\lambda\mu} = P\delta_{\lambda\mu}$):

$$P - P' + \sigma_s | \gamma E_n^{\text{стр}} + eE_n^{\text{эл}}), \tag{27}$$

P, P' — давление изнутри и извне, σ_s — поверхностная концентрация положительных частиц, $E_n^{\text{стр}}$ и $E_n^{\text{эл}}$ — нормальные составляющие полей на поверхности раздела. Из (27) заключаем, что разность давлений может компенсироваться только поверхностной плотностью ионов на границе рассматриваемой конфигурации. Вопрос о динамической природе этого слоя, об устойчивости конфигурации к поверхностным возмущениям будет рассматриваться в последующих работах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Oleson N., Cooper L. Adv. on Electronics and El. Ph., **24**, 155, 1968.
2. Зайцев А. А. ДАН СССР, **79**, 779, 1951; **84**, 41, 1952.
3. Капица П. Л. ЖЭТФ, **57**, 1801, 1969.
4. Singer S. The nature of ball lightning, N.—Y., 1971.
5. Физика верхней атмосферы, под ред. Дж. А. Ратклиора. М., 1963.
6. Власов А. А. Статистические функции распределения. М., 1966.
7. Займан Дж. Принипы теории твердого тела. М., 1966.
8. Власов А. А. Теория многих частиц. М., 1950.

Поступила в редакцию
10.10 1973 г.

Кафедра
теоретической физики