

2. Hilbish R. T., Montgomery R. M., Holmes R. A. Journ. of Applied Physics., 39, 5782—5788, 1968.
3. Такаута К. Phys. Rev. Lett., 5 (6), 238—240, 1960.
4. Годяк В. А., Иванов А. Н., Кузовников А. А. «Журн. тех. физики», 37, 1063—1067, 1967.
5. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М., 1969.

Поступила в редакцию
14.3 1974 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 537.525.1

Л. М. ВОЛКОВА, А. М. ДЕВЯТОВ, А. С. МЕЧЕНОВ,
Н. Н. СЕДОВ, М. А. ШЕРИФ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ИЗ ЗОНДОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Наиболее распространенным методом определения функции распределения электронов по энергиям в положительном столбе газового разряда является метод второй производной [1]. Но, как известно, этот метод обладает рядом недостатков. К их числу можно отнести недостоверность результатов в области больших энергий (так как в этой области вторая производная ионного тока становится сравнимой или даже больше второй производной электронного тока), невозможность производить измерения при больших шумах и исследовать быстропеременные процессы. Так как электроны больших энергий обуславливают неупругие взаимодействия с атомами и молекулами, которые являются решающими для установления многих характеристик ионизованного газа, то возникает необходимость разработки метода определения функции распределения в области больших энергий.

В [2] предлагается определять функцию распределения электронов по энергиям путем ее расчета из зондовых характеристик методом регуляризации [3]. Электронный ток на зонд имеет следующую зависимость от потенциала зонда:

$$i(E_p) = \frac{nae}{2^{3/2} m^{1/2}} \int_{E_p}^{\infty} \frac{E - E_p}{\sqrt{E}} f(E) dE, \quad (1)$$

где $E_p = eV_p$ — энергия, соответствующая задерживающему потенциалу зонда V_p , e , m — заряд и масса электрона, n — концентрация электронов, a — площадь зонда, $f(E)$ — функция распределения электронов по энергиям.

Уравнение (1) легко преобразуется в уравнение Фредгольма 1-го рода

$$i(E_p) = c \int_0^b K(E_p, E) f(E) dE$$

$$0 \leq E \leq b \quad 0 \leq E_p \leq d, \quad (2)$$

где $c = \frac{nae}{2^{3/2} m^{1/2}}$ — константа, а ядро интегрального уравнения:

$$K(E_p, E) = \begin{cases} \frac{E - E_p}{\sqrt{E}} & \text{при } E \geq E_p \\ 0 & \text{при } E < E_p. \end{cases}$$

Нахождение решения уравнения (2), т. е. определение функции $f(E)$ по известным значениям $i(E_p)$ и $K(E_p, E)$, относится к классу некорректных задач и для ее решения используется метод регуляризации А. Н. Тихонова. Согласно методу регуляризации [3], приближенное решение уравнения (2) $f^\alpha(E)$ определяется как функция, реализующая минимум сглаживающего функционала

$$M^\alpha [f, i] = \int_0^d \left\{ \int_0^b K [E_p, E] f^\alpha(E) dE - i(E_p) \right\}^2 dE_p + \alpha \Omega [f], \quad (3)$$

где α — параметр регуляризации, Ω — регуляризующий функционал.

Задача определения функции, минимизирующей функционал (3), представляет собой задачу Лагранжа на условный экстремум, а функция $f^\alpha(E)$ определяется уравнением Эйлера для этого функционала. Обычно уравнение Эйлера заменяется конечно-разностным аналогом с приведением к системе линейных алгебраических уравнений. Решение интегрального уравнения (2) и определение функции $f^\alpha(E)$ нами производилось на ЭВМ БЭСМ-4 с использованием стандартной программы, описанной в [4]. Регуляризующий функционал в нашем случае имел вид

$$\Omega [f(E)] = \int_0^b [K_0(E) f^\alpha(E)^2 + K_1(E) f^{\alpha'}(E)^2] dE,$$

где $K_0(E) = K_1(E) \equiv 1$.

А в случае задания нулевого приближения $K_0(E)$ определялось по формуле

$$K_0(E) = \frac{\int_0^d K(E_p, E) i_0(E_p) dE_p}{f_0(E)}; \quad i_0(E_p) = \int_0^b K(E_p, E) f_0(E) dE;$$

где $f_0(E)$ — заданное нулевое приближение [5]. Параметр регуляризации при решении уравнения (2) определялся методом невязки.

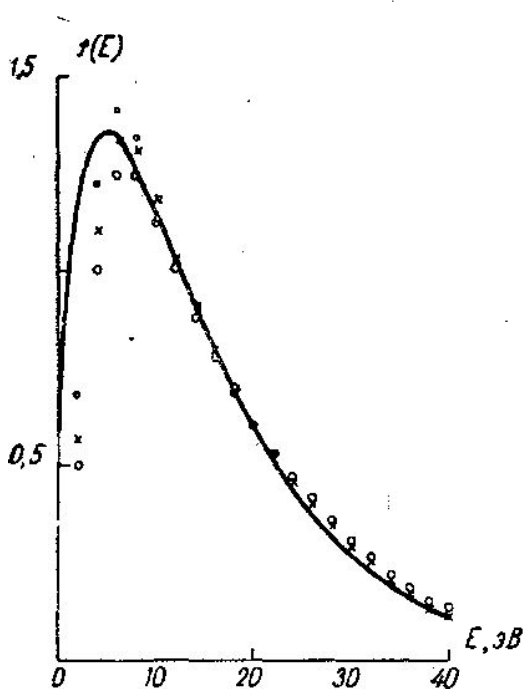


Рис. 1. Полученные приближения с распределением ошибок типа а, сплошная кривая — заданная функция, ● — ошибка 1%, × — ошибка 5%, ○ — ошибка 10%

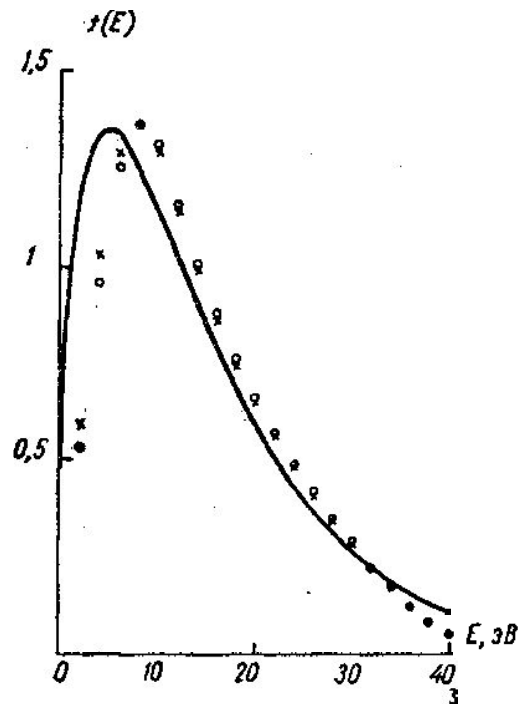


Рис. 2. Полученные приближения с распределением ошибок типа б. Обозначения те же, что на рис. 1

Для выяснения эффективности данного метода решения поставленной задачи и исследования точности полученных приближений в зависимости от ошибок входных данных и определения влияния задания нулевого приближения искомой функции на точность полученных результатов нами решался комплекс модельных задач. Для этого задавалась функция распределения в виде максвелловского распределения с заданной температурой (10 и 5 эВ), по ней рассчитывались значения тока на зонд для 12 разных значений потенциалов зонда в промежутке 0—11 В. К полученным значе-

ниям тока прибавлялись величины погрешностей в пределах 1—10% и затем по ним определялась методом регуляризации функция распределения в 41 точке с шагом один вольт. Величины погрешностей измерения вольтамперных характеристик тока на зонд порядка 2—4%. Точность определения потенциала пространства из-за необходимости применения графического метода не выше 5%.

Погрешности вводились следующим образом: *a* — погрешности распределялись по случайному закону, *b* — погрешности максимально увеличивали наклон зондовой характеристики, *в* — погрешности максимально уменьшали наклон зондовой характеристики. На рис. 1, 2 и 3 представлены результаты расчета для функции распределения с температурой 10 эВ. Результаты соответствуют трем разным распределениям погрешностей.

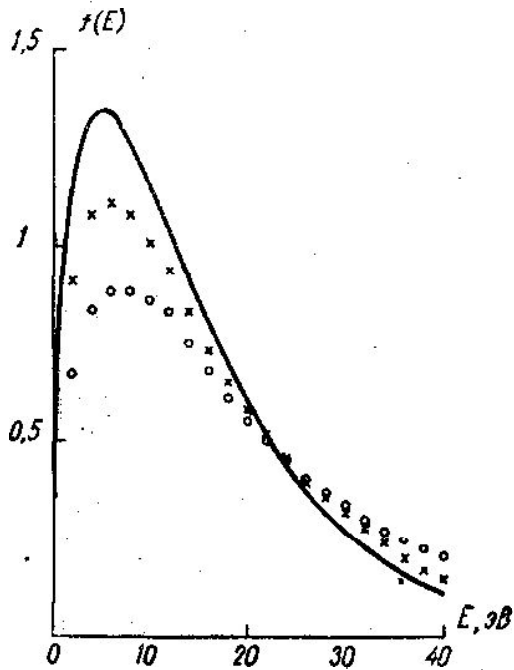


Рис. 3. Полученные приближения с распределением ошибок типа *в*. Обозначения те же, что на рис. 1

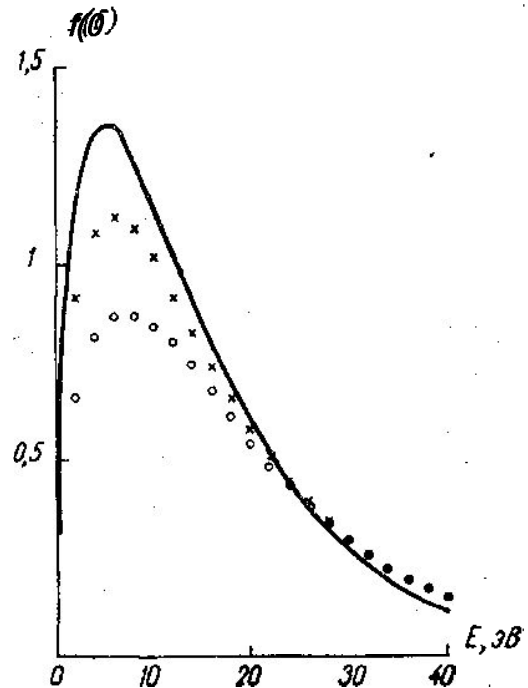


Рис. 4. Полученные приближения с заданным нулевым приближением. Обозначения те же, что на рис. 1

Как видно из рисунков, полученные приближения в целом хорошо воспроизводят заданную функцию. Для распределения ошибок типа *б* (рис. 2) наблюдается некоторое (2 эВ) смещение максимумов полученных приближений в сторону больших энергий по сравнению с заданной кривой. Распределение ошибок типа *в* (рис. 3) занижает величины максимумов полученных приближений, но положения их максимумов почти совпадают с положением заданной кривой. Из рисунков видно, что совпадение полученных приближений и заданной функции распределения заметно лучше в области больших энергий электронов.

Результаты, показанные на рис. 1—3, получены без задания нулевого приближения. На рис. 4 представлены результаты, аналогичные результатам рис. 3, однако с заданием нулевого приближения. В качестве нулевого приближения в данном случае было взято максвелловское распределение с температурой 12 эВ. Как видим, задание нулевого приближения заметно улучшает результат для случая распределения ошибок типа *в*. Расчеты показывают, что результаты, полученные с нулевым приближением в виде максвелловского распределения с температурой выше температуры заданного распределения, лучше совпадают с заданным распределением, чем результаты, полученные с нулевым приближением с температурой ниже температуры заданного распределения.

В табл. представлены погрешности полученных приближений $\frac{\max \delta f}{\max f}$ и средние относительные отклонения $\overline{\delta f/f}$ в зависимости от погрешности входных данных $\delta i/i$ в процентах.

| $\frac{\delta i}{i}$ | $\frac{\max \delta f}{\max f}$ | $\left(\frac{\delta \bar{f}}{f}\right)$ | $\frac{\max \delta f}{\max f}$ | $\left(\frac{\delta \bar{f}}{f}\right)$ | $\frac{\max \delta f}{\max f}$ | $\left(\frac{\delta \bar{f}}{f}\right)$ | $\frac{\max \delta f}{\max f}$ | $\left(\frac{\delta \bar{f}}{f}\right)$ |
|----------------------|--------------------------------|---|--------------------------------|---|--------------------------------|---|--------------------------------|---|
| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
| 1 | 36 | 7,5 | — | — | — | — | — | — |
| 5 | 43,5 | 8,3 | 42 | 14,7 | 19,1 | 14,4 | 19,1 | 13,2 |
| 10 | 48 | 12,4 | 46 | 16,6 | 37,5 | 28,2 | 38 | 20 |

Номер столбца в таблице соответствует номеру рисунка, для которого представлены значения погрешностей.

Из полученных результатов видно, что вполне целесообразно использовать метод регуляризации Тихонова с заданным нулевым приближением (полученным, например, из самой зондовой характеристики) для определения функции распределения электронов по энергиям в положительном столбце газового разряда в довольно широких пределах энергий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малышев Г. М., Федоров В. Л. ДАН СССР, 92, 269, 1953.
2. Ерошенков Е. К. Всесоюзная конференция по физике низкотемпературной плазмы, Алма-Ата, 1970.
3. Тихонов А. Н. ДАН СССР, 151, 501, 1963.
4. Киуру Э. М., Меченов А. С. Стандартная программа решения интегральных уравнений Фредгольма I рода методом регуляризации, вып. 45, ротاپринт. ВЦ МГУ, 1971.
5. Заикин П. Н., Меченов А. С. Сб. «Некоторые вопросы автоматизированной обработки и интерпретации физических экспериментов». М., 1973.

Поступила в редакцию
3.7 1974 г.

Кафедра
электроники

УДК 551—465—15

А. А. ПИВОВАРОВ, Г. С. МУКОСЕЕВА

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ В МОРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОБЪЕМНЫХ ИСТОЧНИКОВ И ПЕРЕМЕННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА ТЕПЛОМ

Распространяющиеся в море температурные волны суточного периода обусловлены теплообменом с атмосферой, поглощением лучистой энергии Солнца и турбулентным перемешиванием в воде. Теории и расчету их посвящены довольно многочисленные работы, в большинстве которых исследуется влияние какого-либо одного из указанных выше определяющих факторов при пренебрежении или существенной схематизации других. Достаточно полный обзор таких исследований дан в работе [1]. В настоящем сообщении мы рассмотрим задачу при совместном учете поглощения лучистой энергии Солнца и изменения по глубине интенсивности турбулентного обмена в воде, что представляет интерес для более полного понимания влияния каждого из них в общем процессе формирования температурных колебаний в море.

Расположим начало координат на поверхности моря, а ось oz направим вертикально вниз. Будем считать, что распространение тепла происходит только по вертикали и осуществляется за счет поглощения лучистой энергии и турбулентного перемешивания. Температурные колебания будем считать установившимися и рассматривать задачу только для отклонений температуры от ее среднесуточного значения. В соответствии с [2] для коэффициента турбулентного обмена теплом $k(z)$ примем следующую аппроксимационную схему изменения его по глубине:

$$k(z) = \begin{cases} k_0 + az & 0 \leq z \leq h \\ (k_0 + ah) e^{-c(z-h)} = be^{-c(z-h)} & h \leq z < \infty \end{cases} \quad (1)$$