УДК 533.9.01

В. А. ПУЧКОВ

ЭФФЕКТЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ В КИНЕТИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ ДЛЯ ПЛАЗМЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Влияние поляризации плазмы на ее кинетические свойства при наличии высокочастотного электрического поля в случае неподвижных ионов изучалось в работе [1]. Кинетическое уравнение, полученное при этих условиях, позволяет рассчитывать проводимость плазмы, однако не дает возможности описывать такие явления, как, например, аномальное увеличение интеграла столкновений за счет взаимодействия частиц с ионным звуком.

В работе [2] найден интеграл столкновений в пределе слабого поля. Но если массу ионов положить бесконечной, электрон-электронный член интеграла столкновений продолжает зависеть от внешнего поля, что не согласуется с результатами [1].

В настоящей работе получено кинетическое уравнение, справедливое для монохроматических полей произвольной амплитуды, в котором учитывается конечность массы ионов.

Расчет интеграла столкновений проведем для плазмы, состоящей из электронов и одного сорта ионов, используя метод микроскопических фазовых плотностей

$$N_a(x, t) = \sum_{1\leqslant i\leqslant N} \delta(x - x_{ia}(t)), \quad x = (\mathbf{r},\ \mathbf{p}).$$

Индексом a обозначен сорт частиц. Исходную систему уравнений можно записать в виде [3]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial r} + e_a\mathbf{E}(t)\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right)(\delta N_a - \delta N_a^{\text{ист}}) = -e_a n_a \delta\mathbf{E}\frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{p}},$$

$$\operatorname{div}\delta\mathbf{E} = 4\pi\sum_a e_a\int \delta N_a d\mathbf{p}, \quad \mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0\sin\omega_0 t,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + e_a\mathbf{E}(t)\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right)\langle\delta N_a\,\delta N_b\rangle^{\text{ист}}_{x,t,x',t'} = 0,$$

$$\langle\delta N_a\,\delta N_b\rangle^{\text{ист}}_{x,t,x',t'}\Big|_{t=t'} = n_a\,\delta_{ab}\delta(x - x')\,f_a(x',\ t'), \tag{1}$$

где δN_a, $\delta\mathbf{E}$ — флуктуации фазовой плотности и электрического поля, e_a — заряд частицы сорта a, n_a — концентрация, f_a — функция распределения, $\delta N_a - \delta N_a^{\text{ист}}$ — индуцированная часть функции δN_a, пропорциональная $\delta\mathbf{E}$, $\delta N_a^{\text{ист}}$ — флуктуация источника, а усреднение ведется по статистическому ансамблю. Учитывая, что внешнее электрическое поле $\mathbf{E}(t)$ не зависит от координат, рассмотрим пространственно-однородный случай.

Кинетическое уравнение удобнее записывать для функции φ_a:

$$\varphi_a(\mathbf{p},\ t) = f_a(\mathbf{p}_a(t),\ t) \qquad \mathbf{p}_a(t) = \mathbf{p} - \frac{e_a\mathbf{E}}{\omega_0}\cos\omega_0 t,$$

$$\frac{\partial\varphi_a}{\partial t} = J_a(\mathbf{p}_a(t),\ t) = I_a(\mathbf{p},\ t), \tag{2}$$

$$I_a(\mathbf{p},\ t) = -\frac{e_a}{(2\pi)^3 n_a}\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}}\int \operatorname{Re}(\delta N_a\,\delta\mathbf{E})_{\mathbf{k},\mathbf{p}_a(t)}\,d\mathbf{k}.$$

Из уравнений (2) следует, что интеграл столкновений I_a определяется спектральной функцией $(\delta N_a\delta\mathbf{E})$, которая может быть найдена из решения системы (1).

При решении (1) вместо $\delta\mathbf{E}$ используем функции

$$\delta\rho_a(\mathbf{k},\ t) = \exp(-ia_a\sin\omega_0 t)\,(i\mathbf{k}\,\delta\mathbf{E})/4\pi; \quad a_a = \frac{e_a}{m_a}\frac{\mathbf{Ek}}{\omega_0^2}.$$

(m_a — масса частицы сорта a), для которых получена бесконечная система алгебраических уравнений (см. [1] формулу (2.3))

$$\delta\rho_a(\omega, \mathbf{k}) + 4\pi\delta\varepsilon_a(\omega, k) \sum_b \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l(a_{ab})\, \delta\rho_b(\omega - l\,\omega_0, \mathbf{k}) = \delta\rho_a^{\text{ист}}(\omega, \mathbf{k}),$$

$$\delta\,\varepsilon_a(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi\, e_a^2\, n_a}{k^2} \int \frac{\mathbf{k}\,(\partial\,\varphi_a/\partial\mathbf{p})}{\omega - \mathbf{kv} + i\Delta}\, d\mathbf{p}, \quad a_{ab} = a_a - a_b. \tag{3}$$

Здесь J_l — функция Бесселя порядка l, а $\delta\varepsilon_a$ — парциальные вклады в продольную диэлектрическую проницаемость ε. Систему (3) решаем в пределе $\omega_0 \gg kv_{Ti}$ при произвольном соотношении между ω_0 и kv_{Te} (v_{Te} и v_{Ti} — электронная и ионная тепловые скорости, $v_{Ta} = (\varkappa T_a/m_a)^{1/2}$, T_a — температура).

Зная $\delta\rho_a$, найдем флуктуации электрического поля

$$(\delta\,\mathbf{E}\,\delta\,\mathbf{E})_{t,t',\mathbf{k}} = \frac{(4\pi)^2}{k^2}\, A_e^* \sum_b e_b^2 n_b \int \frac{d\mathbf{p}\,\varphi_b(\mathbf{p}) \exp\,[i\,\mathbf{kv}\,(t' - t)]}{\varepsilon_b(\mathbf{kv}, \mathbf{k}, t)\, \varepsilon_b^*(\mathbf{kv}, \mathbf{k}, t')} \tag{4}$$

и интеграл столкновений

$$I_{ab} = \frac{2}{\pi}\, e_a^2\, e_b^2\, n_b \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^4}\, k_\alpha k_\beta \int_{-\infty}^{t} dt' \int d\mathbf{p}' \left\{ \frac{\partial \varphi_a}{\partial p_\beta}\, \varphi_b(\mathbf{p}') \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\exp\,[i\,(\mathbf{kv} - \mathbf{kv}')\,(t' - t)]\, A_{ea}}{\varepsilon_b(\mathbf{kv}', \mathbf{k}, t')\, \varepsilon_b^*(\mathbf{kv}', \mathbf{k}, t)} - \frac{\partial\varphi_b}{\partial p_\beta'}\, \varphi_a(\mathbf{p}) \frac{\exp\,[i\,(\mathbf{kv}' - \mathbf{kv})\,(t' - t)]\, A_{eb}}{\varepsilon_a(\mathbf{kv}, \mathbf{k}, \mathbf{t}')\, \varepsilon_a^*(\mathbf{k\,v}, \mathbf{k}, t)} \right\}, \tag{5}$$

$$I_a = \sum_b I_{ab}, \quad A_a = \exp\,[ia_a(\sin\omega_0 t' - \sin\omega_0 t), \quad A_{ab} = A_a A_b^*,$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение, а

$$(\varepsilon_i(\omega, \mathbf{k}, t))^{-1} = \frac{1}{R(\omega, \mathbf{k})\,[1 + \delta\varepsilon_i(\omega, \mathbf{k})]} \sum_m \frac{J_m(a_{ei})\, e^{-i\omega_0 t}}{1 + \delta\varepsilon_i(\omega + m\omega_0, \mathbf{k})},$$

$$(\varepsilon_e(\omega, \mathbf{k}, t))^{-1} = \frac{1}{1 + \delta\varepsilon_e(\omega, \mathbf{k})} \left\{ 1 - \sum_{r,m} J_r(a_{ei})\, J_{r+m}(a_{ei})\, e^{-im\omega_0 t} \times \right.$$

$$\left. \times\, Y(\omega - r\,\omega_0, \mathbf{k})/(1 + \delta\varepsilon_e(\omega + m\,\omega_0, \mathbf{k})) \right\}, \quad Y = \delta\varepsilon_i/[(1 + \delta\varepsilon_i)\,R],$$

$$R(\omega, \mathbf{k}) = 1 - \frac{\delta\varepsilon_i(\omega, \mathbf{k})}{1 + \delta\varepsilon_i(\omega, \mathbf{k})} \sum_s J_s^2(a_{ei}) \frac{\delta\varepsilon_e(\omega + s\,\omega_0, \mathbf{k})}{1 + \delta\varepsilon_e(\omega + s\omega_0, \mathbf{k})}.$$

В нулевом внешнем поле функции ε_e и ε_i переходят в обычную продольную диэлектрическую проницаемость ε, и формула (5) дает уравнение Балеску — Ленарда [4—5]. Если же не учитывается поляризация, то из (5) следует уравнение Силина [6]. В пределе $m_i = \infty$ кинетическое уравнение (5) совпадает с результатом работы [1]. Равенство $R(\omega, \mathbf{k}) = 0$ представляет из себя дисперсионное уравнение теории параметрического резонанса ([7] формула (4.8)).

В качестве иллюстрации рассмотрим случай, когда $\omega_0 \gg kv_{Te}$. Запишем электрон-ионный интеграл столкновений для медленно меняющейся части функции распределения, которую можно получить усреднением по периоду $2\pi/\omega_0$

$$I_{ei} = 2e_e^2\, e_i^2\, n_i \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^4}\, k_\alpha k_\beta\, J_0^2 \times$$

$$\times \int d\mathbf{p}' \frac{\delta\,(\mathbf{kv}' - \mathbf{kv})}{|\,\tilde{\varepsilon}(\mathbf{kv}, \mathbf{k})\,|^2} \left[\frac{\partial}{\partial p_\beta} - \frac{\partial}{\partial p_\beta'} \right] \varphi_e(\mathbf{p})\, \varphi_i(\mathbf{p}'), \tag{6}$$

$$\tilde{\varepsilon}(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \delta\varepsilon_e + \delta\varepsilon_i + [1 - J_0^2(a_{ei})]\,\delta\varepsilon_e\,\delta\varepsilon_i.$$

Уравнение (6) дает возможность описать релаксацию температур. Пусть φ_e и φ_i — распределения Максвелла, тогда для частоты релаксации ν_T имеем

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = (T_i - T_e)\,\nu_T,$$

$$\nu_T = \frac{4}{3}\,\frac{e_e^2 e_i^2 n_i}{\varkappa T_e \varkappa T_i} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^4} J_0^2 \int d\mathbf{p}\, d\mathbf{p}'\, (\mathbf{k}\mathbf{v})^2 \,\frac{\delta(\mathbf{k}\mathbf{v}' - \mathbf{k}\mathbf{v})}{|\tilde{\varepsilon}(\mathbf{k}\mathbf{v}, \mathbf{k})|^2}\, \varphi_e(\mathbf{p})\,\varphi_i(\mathbf{p}').$$

В пределе сильного поля и при условии $v_{Te} \gg v_{Ti}$ получаем

$$\nu_T = \frac{\nu_T^0}{\pi\Lambda}\,\frac{\ln y}{y}\, k_{\min} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2}\,\Gamma(k), \qquad \nu_T^0 = \frac{2m_e}{m_i}\,\frac{4}{3}\,\frac{\sqrt{2\pi}\, e_e^2 e_i^2 \Lambda n_i}{\sqrt{m_e}\,(\varkappa T_e)^{3/2}},$$

$$\Gamma(k) = \frac{1}{(1 + 1/k^2 r_{De}^2)^2}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{x^2 e^{-x^2/2}\, dx}{|1 + [1 - J_+(x)]/k^2 r_{Di}^2|^2}, \tag{7}$$

$$J_+(x) = x e^{-x^2/2} \int\limits_{+i\infty}^{x} d\tau\, e^{\tau^2/\tau}, \quad y = \frac{k_{\min} eE}{m_e \omega_0^2}.$$

В выражении (7) Λ — кулоновский логарифм, ν_T^0 — известная частота релаксации в отсутствие внешнего поля и поляризации. Из (7) видно, что сильное поле увеличивает время релаксации, а обрезание по k носит более сложный характер.

Если не учитывать поляризацию, то

$$\Gamma(k) = 1, \quad \nu_T = \frac{\nu_T^0}{\pi\Lambda}\,\frac{\ln y}{y}.$$

Автор выражает благодарность проф. Ю. Л. Климонтовичу за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климонтович Ю. П., Пучков В. А. ЖЭТФ, **67**, 556, 1974.
2. Быченков В. Ю., Силин В. П. ЖЭТФ, **67**, 134, 1974.
3. Климонтович Ю. Л. «Успехи физических наук», **101**, 577, 1970.
4. Balescu R. Phys. of Fluids, **3**, 52, 1960.
5. Lenard A. Ann. Phys., **3**, 90, 1960.
6. Силин В. П. ЖЭТФ, **38**, 1771, 1960.
7. Силин В. П. ЖЭТФ, 48, 1679, 1965.

Поступила в редакцию
20.9 1974 г.

Кафедра
общей физики
для мехмата

УДК 537.525.; 533.9.07

Г. И. ГОРЯГА, А. А. КУЗОВНИКОВ, Г. С. ЯРАМЫШЕВ

КОНСТРУКЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В УСЛОВИЯХ РАСПЫЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОДОВ РАЗРЯДНОЙ ТРУБКИ

Известно, что метод электрических зондов является одним из распространенных способов диагностики плазмы [1—5]. Однако в ряде случаев (например, при исследованиях в.ч. разрядов) применение зондов наталкивается на определенные трудности, связанные с распылением материала электродов [6] и напылением металла на остек-