Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1975

УДК 621.385

В. Л. КУЗНЕЦОВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ВДОЛЬ ПЛОСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

Дается решение линеаризованного кинетического уравнения Власова в применении к распространению высокочастотных возмущений плоского электронного потока большой плотности, движущегося во внешнем электростатическом поле в случае полного прохождения тока и ограничения тока потенциалом коллектора. Рассмотрен пример распространения возмущений в ускоренном электронном потоке.

Исследованию флуктуаций в системах частиц с кулоновским взаимодействием посвящено большое число работ. Часто при их изучении используют кинетическое уравнение в приближении самосогласованного поля, предложенное А. А. Власовым для описания процессов в плазме [1].

При изучении флуктуационных процессов в плоском диоде кинетическое уравнение Власова было впервые использовано Л. А. Вайнштейном [2]. Аналогичная задача, но для более сложной системы — модифицированного диода, — была решена Г. Я. Мякишевым [3]. Однако в том и другом случае использовалось решение нелинейного стационарного уравнения, с помощью которого можно описывать лишь низкочастотные флуктуации, для которых выполняется соотношение: $\omega_m \tau_0 \ll 1$, где ω_m — наивысшие частоты спектра флуктуаций, а τ_0 — время пролета электронов. При этом можно считать, что действие таких флуктуаций проявляется как последовательность состояний равновесия. Высокочастотные возмущения автоматически исключались из рассмотрения. В ряде задач, однако, условие большой продолжительности (низкой частоты) является слишком жестким. Поэтому определенный интерес представляет решение временной задачи.

Функцию распределения электронов $f(t, x, v)$ и обусловленное ими самосогласованное поле $E(t, x)$ можно представить в виде

$$f(t, x, v) = f_0(x, v) + \delta f(t, x, v),$$
$$E(t, x) = E_0(x) + \delta E(t, x),$$

где $f(x, v)$ и $E_0(x)$ — стационарная функция распределения и поле, являющиеся решением соответствующей стационарной задачи, а $\delta f(t, x, v)$ и $\delta E(t, x)$ — малые возмущения. Считая стационарную задачу решенной (т. е. при известных $f_0(x, v)$ и $E_0(x)$, можно, пренебрегая членами второго порядка малости по возмущениям, записать линеаризованное кинетическое уравнение

$$\frac{\partial [\delta f(t, x, v)]}{\partial t} + v\frac{\partial [\delta f(t, x, v)]}{\partial x} - \frac{e}{m}\delta E(t, x)\frac{\partial [f_0(x, v)]}{\partial v} - \frac{e}{m}E_0(x)\frac{\partial [\delta f(t, x, v)]}{\partial v} = 0. \quad (1)$$

Здесь $\delta E(t, x)$ — напряженность самосогласованного электрического поля, обусловленного флуктуирующим зарядом.

В равновесной плазме положительный заряд ионов компенсирует заряд электронов, соответствующих равновесному распределению, и поэтому $E_0(x)=0$, т. е. равен нулю последний член в уравнении (1). Вследствие этого «лишние» электроны взаимодействуют лишь с созданным ими самими самосогласованным полем. Решение задачи о поведении возмущений в равновесной плазме при заданных начальных условиях дано в работе [4]. В работе [5] рассматривалась задача о распространении возмущений в слабонеравновесной плазме. Здесь также стационарное поле считалось близким к нулю и при расчетах во внимание не принималось. К такому упрощающему предположению обращались и другие авторы, например [6, 7]. При описании электронных потоков такое предположение не может быть использовано, так как нет ионного фона и стационарное поле велико. Учет меняющегося в пространстве поля $E_0(x)$ значительно усложняет задачу.

§ 1. Постановка задачи

Пусть в пространстве между двумя параллельными плоскостями движется пучок электронов перпендикулярно к их поверхности. Введем систему координат, начало которой находится на одной из плоскостей, оси **y** и **z** лежат в этой плоскости, а ось **x** совпадает с направлением движения пучка и направлена внутрь рассматриваемого пространства. Пусть далее известно стационарное распределение потенциала $\varphi_0(x)$ (за ноль потенциала выбран потенциал эмиттера). Стационарную функцию распределения электронов, согласно работам [2, 3], будем определять в виде

$$f_0(x, v) = N_0\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT} + \frac{e\varphi_0(x)}{kT}\right\},$$

где N_0 — концентрация электронов.

В качестве второго уравнения, дающего связь между флуктуациями функции распределения и напряженности самосогласованного поля, удобно выбрать соотношение

$$\delta j^{\text{полн}}(t) = \delta j(t, x) + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial [\delta E(t, x)]}{\partial t}. \quad (2)$$

В рассматриваемой одномерной модели $\delta j^{\text{полн}}(t) = 0$, так как $\text{rot}_x H = 0$.

Систему уравнений (1), (2) можно упростить, произведя преобразование Фурье для временной зависимости:

$$-i\omega\psi + v\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{e}{m}E_0(x)\frac{\partial\psi}{\partial v} - \frac{e}{m}\delta E_\omega\frac{\partial f_0}{\partial v} = 0,$$

$$e\int v\psi\, dv = \frac{i\omega}{4\pi}\delta E_\omega(x).$$

Здесь для простоты обозначений для спектра флуктуаций функции распределения введено обозначение $\psi = \delta f_\omega(x, v)$. Произвольные возмущения электронного потока будем учитывать заданием граничных условий $\delta f_\omega(v, 0)$.

Введем далее безразмерные величины (в работе используется Гауссова система единиц):

$$x' = x\sqrt{\frac{4\pi e^2 N_0}{kT}}; \quad t' = t\sqrt{\frac{4\pi e^2 N_0}{m}},$$

$$v' = v\sqrt{\frac{m}{kT}}; \quad \varphi' = \varphi\frac{e}{kT}; \quad f' = f\sqrt{\frac{kT}{m}}\cdot\frac{1}{N_0}.$$

Опуская в дальнейшем штрихи для простоты обозначений, исходную систему уравнений можно записать в новых переменных в виде

$$-i\omega\psi + v\frac{\partial\psi}{\partial x} - E_0(x)\frac{\partial\psi}{\partial v} + \delta E_\omega(x)\, v\,\frac{e^{-\frac{v^2}{2}+\varphi_0(x)}}{\sqrt{2\pi}} = 0, \qquad (3)$$

$$\int v\,\psi\, d\Omega = \frac{i\omega}{4\pi}\,\delta E_\omega(x).$$

§ 2. Возмущение электронного потока в режиме «насыщения»

Рассмотрим электронный поток, двигающийся во внешнем электрическом поле между выбранными плоскостями. Будем считать, что все электроны, влетевшие в рассматриваемую область, достигнут противоположной границы, т. е. в любом поперечном сечении электронного потока выполняется для всех электронов соотношение $\frac{v^2}{2} - \varphi_0(x) > 0$.

Основная идея решения заключается в сведении системы интегро-дифференциальных уравнений (3) к интегральному уравнению Вольтера. Для этого ищется решение кинетического уравнения системы (3), в котором $\delta E_\omega(x)$ рассматривается как известная функция. Полученное соотношение между ψ и $\delta E_\omega(x)$ значительно проще исходного кинетического уравнения и легко сводится (совместно со вторым уравнением системы (3)) к интегральному уравнению Вольтера.

Однородное линейное дифференциальное уравнение, соответствующее кинематическому уравнению системы (3), имеет вид

$$v\frac{\partial V}{\partial x} - E_0(x)\frac{\partial V}{\partial v} + \left[i\omega\psi - \delta E_\omega(x)\frac{v\exp\left\{-\frac{v^2}{2}+\varphi_0(x)\right\}}{\sqrt{2\pi}}\right]\frac{\partial V}{\partial\psi} = 0. \qquad (4)$$

Решение этого уравнения $V(x, \psi, v)$, приравненное константе, дает неявное выражение для искомой флуктуации функции распределения.

Нетрудно убедиться, что первым интегралом уравнения (4) является выражение $\varphi_1 = \frac{v^2}{2} - \varphi_0(x)$, которое представляет собой «линеаризованный» закон сохранения энергии. Зная один из интегралов (4), можно произвести редукцию его переменных. Для этого введем следующие величины:

$$\bar{v} = \frac{v^2}{2} - \varphi_0(x); \quad \bar{x} = x, \quad \bar{\psi} = \psi. \qquad (5)$$

Такая замена допустима в случае, если $\frac{\partial \bar{v}}{\partial v} = v \neq 0$. Физически это означает, что электронный поток находится в режиме «насыщения».

В новых переменных уравнение (4) примет вид

$$\sqrt{2(\bar{v} + \varphi_0 \cdot \bar{x}))}\ \frac{\partial V}{\partial \bar{x}} + \left[i\omega\bar{\psi} - \delta E_\omega(\bar{x})\ \frac{\sqrt{2(\bar{v} + \varphi_0(\bar{x}))}}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-\bar{v}}\right] \frac{\partial V}{\partial \bar{\psi}} = 0.$$

Решая это уравнение методом характеристик, для $\bar{\psi}$ получаем следующее выражение:

$$\bar{\psi}[\bar{x}, \bar{v}] = \exp\left\{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int_0^{\bar{x}} \frac{d\mu}{\sqrt{\bar{v} + \varphi_0(\mu)}}\right\} \left[\chi(\bar{v}) - \right.$$

$$\left. - \int_0^{\bar{x}} \frac{\delta E_\omega(\mu)}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-\bar{v}} \cdot \exp\left\{-\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int_0^{\mu} \frac{dz}{\sqrt{\bar{v} + \varphi_0(z)}}\right\} d\mu\right]. \qquad (6)$$

Учитывая, что при $\bar{x} = 0$, $\psi[\bar{x}, \bar{v}] = \delta f_\omega(v, 0)$, не трудно убедиться, что произвольная функция χ определяется через функцию распределения на границе следующим образом:

$$\chi\left(\sqrt{v^2 - 2\varphi_0(x)}\right) = \delta f_\omega\left(\sqrt{2}\ \Phi(x, v, 0)\right),$$

где

$$\Phi(x, v, \xi) = \sqrt{-\varphi_0(x) + \frac{v^2}{2} + \varphi_0(\xi)}\ .$$

Переходя в (6) к исходным безразмерным величинам, для образа Фурье флуктуаций функции распределения имеем

$$\delta f_\omega(x, v) = e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int_0^x \frac{d\mu}{\Phi(x,v,\mu)}} \left[\delta f_\omega(\sqrt{2}\ \Phi(x, v, 0) - \right.$$

$$\left. - \frac{\exp\left\{-\frac{v^2}{2} + \varphi_0(x)\right\}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \delta E_\omega(\mu) e^{-\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int_0^{\mu} \frac{dz}{\Phi(x,v,z)}} d\mu\right]. \qquad (7)$$

Домножая (7) на v, интегрируя по скорости с учетом второго уравнения системы (3), получаем интегральное уравнение

$$\left(\frac{i\omega}{4\pi}\right) \delta E_\omega(x) = A(x) + \int_0^x B(x, \mu)\, \delta E_\omega(\mu)\, d\mu, \qquad (8)$$

где

$$A(x) = \int_0^\infty e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int_0^x \frac{d\mu}{\sqrt{u + \varphi_0(\mu)}}}\ \delta f_\omega\left(\sqrt{2(u + \varphi_0(0))}\right) du,$$

а

$$B(x, \mu) = \int_0^\infty e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int_\mu^x \frac{dz}{\sqrt{u + \varphi_0(z)}}}\ \frac{e^{-u}}{\sqrt{2\pi}}\, du.$$

Это интегральное уравнение Вольтера с непрерывным ядром. Оно имеет единственное решение в классе интегрируемых функций для любого непрерывного свободного члена, и это решение представимо в общем случае в виде равномерно сходящегося ряда Неймана.

§ 3. Распространение возмущений в сильно тормозящем поле, не имеющем потенциального минимума

Рассмотрим электронный поток, движущийся в тормозящем поле. Соотношение плотности входящего тока и внешнего поля таково, что результирующее поле, учитывающее пространственный заряд, осуществляет сортировку электронов по скоростям, но не имеет минимума потенциала (виртуального катода) [3], т. е. $-\frac{d\varphi_0(x)}{dx} > 0$ всюду в рассматриваемой области вазимодействия (рис. 1). Такое ограничение связано с тем, что система линеаризованных уравнений (3) не может описывать нелинейные процессы, происходящие вблизи виртуального катода, где роль отброшенного нелинейного члена существенна. О существенно нелинейном характере процессов в виртуальном катоде говорит возможность детектирования на нем высокочастотного сигнала [8, 9].

В рассматриваемом случае нельзя использовать замену (5), так как в процессе движения часть электронов, отражаясь от потенциального барьера, созданного полем, возвращается назад.

Редукцию уравнения (4) можно осуществить введением следующих переменных:

$$\bar{x} = \frac{v^2}{2} - \varphi_0(x); \quad \bar{v} = v; \quad \bar{\psi} = \psi.$$

Такая замена справедлива в области, где $\frac{\partial\varphi_0(x)}{\partial x} \neq 0$, т. е. вполне соответствует рассматриваемому случаю.

В новых переменных уравнение (4) примет вид

$$-E_0\left[\varphi_0^{-1}\left(\frac{\bar{v}^2}{2} - \bar{x}\right)\right]\frac{\partial V}{\partial \bar{v}} + \left[i\omega\bar{\psi} - \right.$$
$$\left. -\delta E_\omega\left[\varphi_0^{-1}\left(\frac{\bar{v}^2}{2} - \bar{x}\right)\right]\frac{\bar{v}\, e^{-\bar{x}}}{\sqrt{2\pi}}\right]\frac{dV}{\partial\bar{\psi}} = 0.$$

Методом характеристик для $\bar{\psi}$ получаем

$$\bar{\psi}[x, v] = \exp\left\{-i\omega\int_0^{\bar{v}}\frac{d\mu}{E_0\left[\varphi_0^{-1}\left(\frac{\mu^2}{2} - \bar{x}\right)\right]}\right\}\left[X(\bar{x}) + \right.$$
$$+\int_0^{\bar{v}}\frac{\delta E_\omega\left[\varphi_0^{-1}\left(\frac{\mu^2}{2} - \bar{x}\right)\right]}{\sqrt{2\pi}\, E_0\left[\varphi_0^{-1}\left(\frac{\mu^2}{2} - \bar{x}\right)\right]}\,\mu\, e^{-\bar{x}}\exp\times$$
$$\left.\times\left\{i\omega\int_0^{\mu}\frac{dz}{E_0\left[\varphi_0^{-1}\left(\frac{z^2}{2} - \bar{x}\right)\right]}\right\}d\mu\right]. \tag{9}$$

Здесь $X(x)$ — произвольная функция, определяемая из граничных условий.

Произведя в (9) замену $z = \varphi_0^{-1}\left(\frac{v^2}{2} - x\right)$, в исходных безразмерных переменных для спектра флуктуаций функции распределения получим выражение, аналогичное (7). Отличие заключается в виде граничной функции. Если в § 2 $\delta f_\omega(v)$ — произвольно задаваемая функция, определенная при $v>0$, то в рассматриваемом случае $\delta f_\omega(v)$ отлична от нуля как при $v>0$, так и в некоторой области при $v<0$.

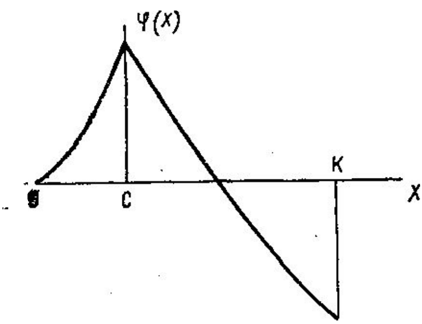

Рис. 1. Распределение потенциала в модифицированном диоде, при котором происходит сортировка электронов по скоростям, но не образуется виртуального катода (э — эмиттер, с — сетка, к — коллектор)

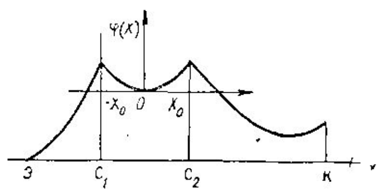

Рис. 2. Распределения потенциала в пространстве между сетками клистрона

Причем лишь при $v>0$ можем произвольно распорядиться ее заданием: при $v<0$ эта функция определяется процессами, проходящими внутри рассматриваемой области.

Определим вид функции $\delta f_\omega(v, 0)$ при $v<0$. Для этого рассмотрим электроны, влетающие в межэлектродное пространство со скоростью v, недостаточной для преодоления потенциального барьера, создаваемого вторым электродом (коллектором). В точке $x_0 = \varphi_0^{-}(v)$ они поворачивают назад. Функция распределения этих электронов в точке x_0 определяется соотношением (7), где $\delta E_\omega(x)$ — флуктуации поля, обусловленные флуктуациями «прямых» и отраженных электронов. При распространении в обратном направлении возмущение описывается формулой, аналогичной (7). Отличие заключается в том, что перед интегралами, стоящими в показателе экспоненты, меняются знаки на противоположные. Исходя из этого нетрудно показать, что при $v<0$ эта функция имеет вид:

$$\delta f_\omega(v) = \exp\left\{i\omega\sqrt{2}\int_0^{x_0}\frac{dz}{\Phi(z,\ v,\ 0)}\right\}\delta f_\omega(|v|) -$$

$$- i\sqrt{\frac{2}{\pi}}\exp\left\{\frac{i\omega}{\sqrt{2}}\int_0^{x_0}\frac{dz}{\Phi(z,\ v,\ 0)}\right\}\times$$

$$\times e^{-\frac{v^2}{2}+\varphi_0(0)}\int_0^D\theta(z,\ x_0)\,\delta E_\omega(z)\sin\left(\int_z^{x_0}\frac{d\vartheta}{\Phi(\nu,\ v,\ 0)}\right)dz, \qquad (10)$$

$$\text{где } \Theta(z, x_0) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad 0 \leqslant z \leqslant x_0 \\ 0 & \text{при} \quad x_0 < z \leqslant D, \end{cases}$$

а D — безразмерное расстояние между электродами.

Первый член выражения (10) описывает взаимодействие «лишних» электронов со стационарным полем, второй — воздействие флуктуирующего самосогласованного поля на стационарную функцию распределения.

Подставляя (10) в выражение для флуктуаций функции распределения, домножая на v и интегрируя по скорости, аналогично проделанному в § 2, приходим к интегральному уравнению

$$\left(\frac{i\omega}{4\pi}\right) \delta E_\omega(x) = A(x) + \int\limits_0^D B_1(x\mu)\, \delta E_\omega(\mu)\, d\mu + \int\limits_0^x B_2(x\mu)\, \delta E_\omega(\mu)\, d\mu, \tag{11}$$

где

$$A(x) = \int\limits_{\operatorname{Re}\sqrt{2\varphi_0(x)}}^{\infty} v \exp\left\{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int\limits_0^x \frac{dz}{\Phi(z, v, x)}\right\} \delta f_\omega [\sqrt{2}\,\Phi(x, v, 0)]\, dv + \int\limits_{-\sqrt{2(\varphi_0(x)-\varphi_k)}}^{-\operatorname{Re}\sqrt{2\varphi_0(x)}} v \exp\left\{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \left(\int\limits_0^{x_0} \frac{dz}{\Phi(z, v, 0)} + 2\int\limits_0^{x_0} \frac{dz}{\Phi(z, v, 0)}\right)\right\} \times$$

$$\times\, \delta f_\omega (\sqrt{2}\,\Phi(z, v, 0))\, dv;$$

$$B_1(x, \mu) = -i \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int\limits_{-\sqrt{2(\varphi_0(x)+\varphi_k)}}^{-\operatorname{Re}\sqrt{2\varphi_0(x)}} \theta(z, x_0')\, v e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}}} \left(\int\limits_0^{x_0'} \frac{dz}{\Phi(z, v', 0)}\right) \times$$

$$\times \exp\left\{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int\limits_0^x \frac{dz}{\Phi(z, v, x)} - \frac{(v')^2}{2} + \varphi_0(0)\right\} \sin\left[\int\limits_z^{x_0'} \frac{d\vartheta}{\Phi(\vartheta, v', 0)}\right] dv.$$

$$B_2(x\mu) = \frac{e^{\varphi_0(x)}}{\sqrt{2\pi}} \int v e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int\limits_\mu^x \frac{d\vartheta}{\Phi(\vartheta, v, x)} - \frac{v^2}{2}}\, dv,$$

$$x_0' = \varphi_0^{-1}(v'); \quad v' = \Phi(x, v, 0).$$

В последнем выражении интегрирование производится по всей области возможных значений скоростей электронов.

Решение уравнения (11) может быть найдено в виде ряда последовательных приближений.

§ 4. Пример распространения возмущений в ускоренном электронном потоке

Рассмотрим в качестве примера распространение возмущений в поле вида

$$\varphi_0(x) = \varphi_1 + k(x - x_0)^2, \tag{12}$$

где $\varphi_1 \gg 1$. (Стационарное распределение такого типа образуется, например, в пространстве между сетками клистрона, рис. 2.) Перейдем к системе координат, связанной с минимумом потенциала (12). Тогда ядро и свободный член уравнения (8) примут вид

$$A(x) = \int\limits_{\varphi_1 + kx_0^2}^{\infty} e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int\limits_{-x_0}^{x} \frac{d\mu}{\sqrt{u + k\mu^2}}} \delta f_\omega\left(\sqrt{2(u + k\mu^2)}\right) du,$$

$$B(x, \mu) = \int\limits_{\varphi_1 + kx_0^2}^{\infty} e^{\frac{i\omega}{\sqrt{2}} \int\limits_{\mu}^{x} \frac{d\nu}{\sqrt{u + k\nu^2}}} \frac{e^{-u+\varphi_1}}{\sqrt{2\pi}} du.$$

Возмущения функции распределения будем задавать как периодическое изменение N-плотности входящего потока:

$$\delta f(t, v) = \vartheta f(t, v), \quad \text{где} \quad \vartheta = \frac{\delta N}{N_0} \ll 1.$$

В этом случае выражение для $A(x)$ с точностью до обозначений и множителя ϑ совпадает с выражением для $B(x\mu)$. Ограничиваясь двумя первыми членами ряда Неймана, дающего решение уравнения (8), для спектра флуктуаций поля имеем

$$\delta E_\omega(x) = \frac{4\pi}{i\omega} A(x) + \frac{(4\pi)^2}{\omega^2} \int\limits_{-x_0}^{x} A(\mu) B(x\mu) d\mu. \tag{13}$$

Обратимся теперь к вычислению интегралов, входящих в выражение (13). Раскладывая в ряд по степеням $(u - \varphi_1)$ показатель экспоненты и ограничиваясь тремя первыми членами для $B(x\mu)$, получим

$$B(x\mu) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{i\Phi}}{\gamma} \left[1 - \frac{1}{2\gamma^2\beta}\right],$$

где

$$\Phi = \frac{i\omega(x - \mu)}{\sqrt{2\varphi_1}} \left[1 - \frac{k}{6\varphi_1}(x^2 + \mu x + \mu^2)\right],$$

$$\beta = \frac{i\varphi_1^{5/2}\sqrt{2}}{3\omega(x - \mu)},$$

$$\gamma = 1 + \frac{i\omega}{(2\varphi_1)^{3/2}}(x - \mu) \left[1 - \frac{k}{2\varphi_1}(x^2 + x\mu + \mu^2)\right].$$

Для $A(x)$ получаем аналогичное выражение. Тогда

$$\int_{-x_0}^{x} A(\mu) B(x\mu)\, d\mu \cong e^{i\Phi}\left[1 + \frac{i\omega (x+x_0)}{(2\varphi_1)^{3/2}}\left(1 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{k}{2\varphi_1}(x^2 - xx_0 + x_0^2)\right)\right](x + x_0),$$

подставляя полученные величины в (13), будем иметь

$$\delta E_\omega(x) = \delta E_\omega(-x_0)\exp\left\{i\left[\Phi + \frac{\sqrt{8\pi}}{\omega}(x + x_0)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{i\omega (x+x_0)}{(2\varphi_1)^{3/2}} - \frac{1}{2}\left(\frac{x+x_0}{2\varphi_1^{3/2}}\right)^2\left(1 - \frac{k}{2\varphi_1}(x^2 - xx_0 + x_0^2)\right)\right\}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что возмущения частотой ω в пространстве дрейфа с потенциалом φ_1 $(k=0)$ имеют длину волны

$$\lambda_0 \simeq \frac{2\pi}{\left(\frac{\omega}{\sqrt{2\varphi_1}} + \frac{\sqrt{8\pi}}{\omega}\right)}.$$

Здесь первый член в знаменателе соответствует распространению невзаимодействующих частиц, тогда как второй учитывает их коллективное поведение.

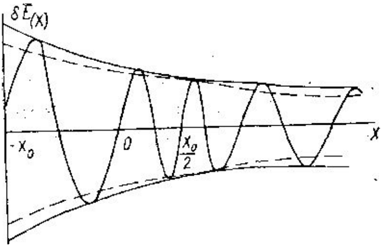

Рис. 3. Поле $\delta E(x)$ в некоторый момент времени при условии гармонического возмущения потока на границе. Пунктирной линией показано изменение амплитуды флуктуаций поля потока, движущегося в пространстве с потенциалом $\varphi_1 = \mathrm{const}(x)$

Длина волны при наличии стационарного поля определяется следующим образом:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{2\pi \frac{\omega}{\sqrt{2\varphi_1}}}{\left(\frac{\omega}{\sqrt{2\varphi_1}} + \frac{\sqrt{8\pi}}{\omega}\right)^2}\frac{k}{6\varphi_1}(x^2 - xx_0 + x_0^2).$$

При распространении возмущений амплитуда флуктуирующего поля слабо затухает:

$$\sim \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x+x_0}{2\varphi_1^{3/2}}\right)^2\left[1 - \frac{k}{2\varphi_1}(x^2 - xx_0 + x_0^2)\right]\right\}.$$

На рис. 3 изображен примерный вид поля $\delta E(x)$ в некоторый момент времени t при условии гармонического возмущения потока на границе. Процессы распространения возмущений в электронном потоке определяются в основном как скоростью электронов, так и их коллективным поведением, зависящим во многом от вида граничных возмущений. Последним можно объяснить то, что добавки к затуханию и длине волны, обусловленные наличием поля, симметричны относительно $x=x_0/2$, тогда как стационарное поле и скорости электронов симметричны относительно $x=0$.

В заключение выражаю благодарность Г. Я. Мякишеву за постоянное внимание и руководство в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов А. А. Теория многих частиц. М., 1950.
2. Вайнштейн Л. А. Теория дробового эффекта при наличии пространственного заряда. Сб. научн. трудов, вып. XI. М., 1948.
3. Мякишев Г. Я. «Радиотехника и электроника», 4, 1961.
4. Ландау Л. Д. ЖЭТФ, **16**, 574, 1946.
5. Лучина А. А. ЖЭТФ, **28**, 17, 1955.
6. Гордеев Г. В. «Прикладная математика и теоретическая физика», № 5, 50, 1966; № 1, 120, 1968.
7. Жвания И. А. ЖТФ, **2**, 248, 1971.
8. Костиенко А. И., Девятков М. Н., Лебедь А. А. «Радиотехника и электроника», **4**, 482—488, 1959.
9. Девятков М. Н., Костиенко А. И., Пирогов Ю. А., Романюк С. К. «Электронная техника», электроника СВЧ, вып. 9, 1970.

Поступила в редакцию
22.6 1973 г.

Кафедра
общей физики
для мехмата