Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1975

УДК 534.6

Т. Ф. ДЕМИДЕНКО, В. И. ШМАЛЬГАУЗЕН

О ВОЗДЕЙСТВИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ШУМА НА РЕАЛЬНЫЙ ПРИЕМНИК ДАВЛЕНИЯ

Рассматривается пространственное усреднение турбулентных пульсаций давления круглым плоским приемником, имеющим известное распределение чувствительности по радиусу. Предлагается способ аппроксимации реального распределения чувствительности, пригодный для достаточно широкого класса приемников давления. Для предложенной аппроксимации рассчитаны функции ослабления спектра пульсаций давления.

В ряде задач гидроакустики приходится иметь дело с анализом шума, вызываемого воздействием турбулентного потока жидкости на гидрофон, заделанный заподлицо с поверхностью обтекаемого тела. В одних случаях турбулентные пульсации давления играют роль помехи, в других сами являются предметом исследования. Спектр пульсации давления искажается благодаря пространственному усреднению по поверхности гидрофона. Этот эффект обсуждается в [1, 2 и 3]. Коркосом [1] использовалась идеализированная модель гидрофона, чувствительность которого к давлению одинакова по всей поверхности. Как показывает опыт, реальные приемники не обладают этим свойством.

В настоящей статье рассматривается воздействие турбулентности на приемник, обладающий непостоянным распределением чувствительности на его поверхности.

Рассмотрим следующую модель. В системе координат (x, y, z) в плоскости $Z=0$ расположена стенка с вделанным в нее заподлицо гидрофоном, центр которого находится в начале координат. Направление оси x выберем вдоль потока. Вблизи стенки образуется стационарный пограничный слой. Флуктуации давления в нем обладают пространственной корреляцией, анизотропной в плоскости (x, y). Плоскость эту можно описывать либо корреляционной функцией $\mathbf{R}(x, y, \tau)$, либо ее Фурье-образом, который называется взаимным спектром:

$$\Gamma(\omega, x, y) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(x, y, \tau) \cos \omega\tau \, d\tau. \qquad (1)$$

На основании экспериментальных и теоретических исследований предлагается следующее выражение для взаимного спектра [4, 5]:

$$\Gamma(\omega, x, y) = \Phi(\omega) A\left(\frac{\omega x}{V_c}\right) B\left(\frac{\omega y}{V_c}\right) \cos\left(\frac{\omega x}{V_c}\right), \qquad (2)$$

где $\Phi(\omega) = \Gamma(\omega, 0, 0)$ — частотный спектр, V_c — конвективная скорость в пограничном слое, A и B — эмпирические функции, характеризующие продольное и поперечное затухание флуктуаций.

Как показано в [1], спектральная плотность сигнала на выходе гидрофона $\Phi_m(\omega)$ выражается следующим образом:

$$\Phi_m(\omega) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta_\omega(x, y)\, \Gamma(\omega, x, y)\, dx\, dy. \qquad (3)$$

Здесь $\Theta_\omega(x, y)$ — пространственная функция реакции гидрофона на частоте ω. Введем $\varkappa(\omega)$ — коэффициент ослабления гидрофоном «истинного» частотного спектра турбулентности $\Phi(\omega)$:

$$\varkappa(\omega) = \frac{\Phi_m(\omega)}{\Phi(\omega)}.$$

Подставляя (2) в (3), имеем

$$\varkappa(\omega) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \theta_\omega(x, y) A\left(\frac{\omega x}{V_c}\right) B\left(\frac{\omega y}{V_c}\right) \cos\left(\frac{\omega x}{V_c}\right) dx\, dy. \qquad (4)$$

Таким образом, получив из эксперимента $\Phi_m(\omega)$ и зная $\varkappa(\omega)$, можно найти $\Phi(\omega)$. Поэтому важной задачей является расчет коэффициента ослабления $\varkappa(\omega)$ для реальных приемников. Для этого необходимо вычислить функцию реакции гидрофона $\Theta_\omega(x, y)$, которая представляет собой свертку

$$\theta_\omega(x, y) = \iint K_\omega(\xi, \eta) K_\omega(x + \xi, y + \eta)\, d\xi\, d\eta, \qquad (5)$$

где $K_\omega(x, y)$ — реакция приемника на гармоническую силу с частотой ω, приложенную в точке с координатами (x, y).

В дальнейшем будем рассматривать только круглые симметричные приемники, для которых $K(x, y) = K(r)$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Для гидрофонов, имеющих одинаковую чувствительность во всех точках поверхности, $K(r)$ есть константа для точек на поверхности гидрофона и нуль — для точек вне ее. Этот случай рассматривался в работе [1]. Однако, как показали экспериментальные исследования, реальные гидрофоны имеют плавный спад чувствительности к краям. Для экспериментальной оценки $K_\omega(x, y)$ гидрофоны испытывались следующим методом. В качестве источника случайной силы, воздействующей на гидрофон, служила распавшаяся струя воды, истекающая из отверстия $d \approx 0{,}3$ мм под давлением 3 атм. Спектральные характеристики шума распавшейся водяной струи исследовались в [6]. Предварительно усиленный сигнал пропускался через спектроанализатор и записывался самописцем. Во время эксперимента струя перемещалась по поверхности гидрофона синхронно с бумагой самописца. На рис. 1 в качестве примера приведены результаты испытаний гидрофона с радиусом чувствительного элемента, равным 8 мм. По оси ординат отложена относительная чувствительность гидрофона, а по оси абсцисс — расстояние от центра гидрофона в см. Как видно из графика, чувствительность гидрофона меняется непрерывно с изменением координаты точки возбуждения.

Далее предлагается метод приближенного расчета коэффициента ослабления $\varkappa(\omega)$ для реальных гидрофонов.

Рассмотрим сначала простейшую модель приемника с плавным изменением чувствительности. Для этого примем следующую аппроксимацию:

$$K(r) = K_0 e^{-r^2/R^2}, \qquad (6)$$

где R — эффективный радиус гидрофона. Чувствительность такого приемника к равномерно распределенному давлению будет

$$K_1 = \int_0^\infty K(r)\, 2\pi r = \pi K_0 R^2. \qquad (7)$$

Введем нормированное распределение чувствительности по поверхности гидрофона:

$$K(r) = \frac{\widehat{K}(r)}{K_1} = \frac{1}{\pi R^2} e^{-r^2/R^2}. \qquad (8)$$

Для такого распределения чувствительности не представляет труда вычислить по формуле (5) функцию реакции

$$\theta(r) = \frac{1}{2\pi R^2} e^{-r^2/R^2}. \qquad (9)$$

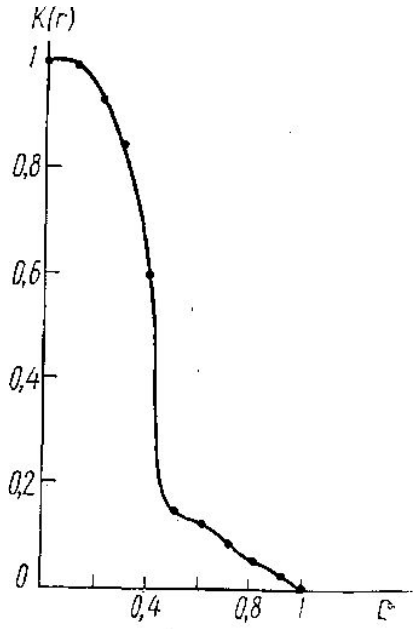

Рис. 1

Найдем функцию ослабления $\varkappa(\omega)$ для такого приемника согласно (4). Для вычислений использовалась аппроксимация взаимного по пространству спектра, предложенного в [3, 4, 5]. Полагая

$$A\left(\frac{\omega x}{V_c}\right) = e^{-\alpha k x}, \quad B\left(\frac{\omega y}{V_c}\right) = e^{-\beta k y},$$

где $k = \frac{\omega}{V_c}$, получим

$$\varkappa(\omega) = \frac{1}{2\pi R^2} \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2+y^2}{2R^2}} e^{-\alpha k x} e^{-\beta k y} \cos kx\, dx\, dy. \qquad (10)$$

Введем безразмерную частоту $\Omega = kR = \frac{\omega R}{V_c}$. Тогда

$$\varkappa(\omega) = F(\Omega),$$

где

$$F(\Omega) = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty e^{-z^2} e^{-2\sqrt{2}\,\alpha\Omega z} \cos 2\sqrt{2}\,\Omega z\, dz \int_0^\infty e^{-z^2} e^{-2\sqrt{2}\,\beta\Omega z}\, dz. \qquad (11)$$

Для вычисления функции $F(\Omega)$ были приняты значения $\alpha = \frac{0{,}55}{2\pi}$ и $\beta = \frac{3{,}5}{2\pi}$ согласно [3]. Интегрирование проводилось с помощью ЭЦВМ. На рис. 2 приведена зависимость величины $\varkappa(\Omega)$ от безразмерного параметра Ω (сплошная линия). На этом же рисунке точками (пунктирная кривая) показана аналогичная функция, рассчитанная

для идеализированного приемника с чувствительностью, постоянной по всей поверхности [1].

Аналогичный прием может быть использован для приближенного расчета функции ослабления приемников, имеющих характеристики чувствительности, отличные от формул (6). Выражение (5) для $\Theta_\omega(r)$ имеет вид свертки. Такое преобразование приближает вид функции к

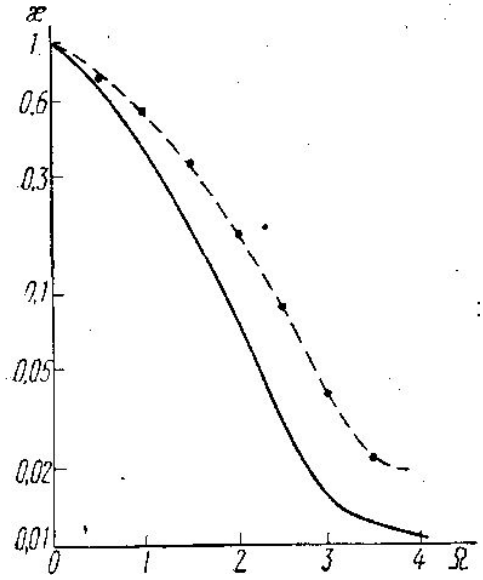

Рис. 2

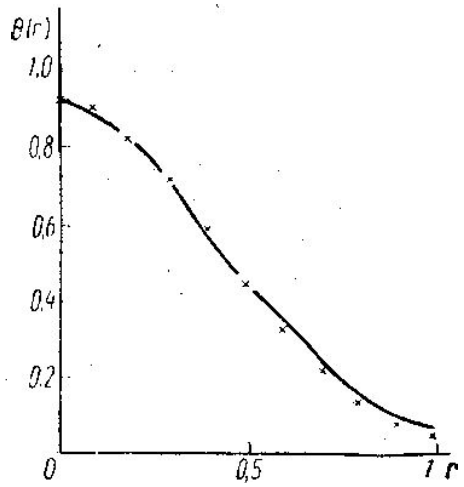

Рис. 3.

виду (9). По этой причине в ряде случаев можно удовлетворительно аппроксимировать функцию реакции $\Theta(r)$ реального гидрофона формулой (9) даже тогда, когда распределение $K(r)$ приемника нельзя описать формулой (6) с удовлетворительной точностью. На рис. 3 приведен результат аппроксимации функции $\Theta(r)$ для гидрофона, распределение чувствительности которого приведено на рис. 1. На рис. 3 крестиками нанесены значения $\Theta(r)$, вычисленные по экспериментально снятым кривым. Сплошная кривая — аппроксимация этих данных формулой (9). Значения эффективного радиуса R подбирались по методу наименьших квадратов. В приведенном примере $R=0{,}42$ см. Действительный радиус чувствительного элемента равен 0,4 см. Как видно из рис. 3, предлагаемая аппроксимация функции $\Theta(r)$ хорошо описывает рассматриваемый приемник, хотя функция $K(r)$ (рис. 1) существенно отличается от идеализированной характеристики (6).

В заключение отметим, что предлагаемая аппроксимация $\Theta(r)$ может быть распространена на приемники, распределение чувствительности которых зависит от частоты ω. В этом случае эквивалентный радиус R будет также зависеть от частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Corcos G. M. IASA, 35, 192, 1963.
2. Corcos G. M. «J. Fluid Mech.», 18, No. 2, 1969.
3. Миниович И. Я., Перник А. Д., Петровский В. С. Гидродинамические источники звука. Л., 1972.
4. Willmarth W. W., Roos F. W. «J. Fluid Mech.», 22, 1965.
5. Willmarth W. W., Wooldridge G. E. «J. Fluid Mech.», 14, No. 10, 1962.
6. Демиденко Г. Ф., Степанова Н. В., Шмальгаузен В. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 12, № 5, 1971.

Поступила в редакцию
31.5 1974 г.

Кафедра
общей физики для мехмата