

Чтобы полнее охарактеризовать движение частицы по траектории, можно рассмотреть вероятностные кривые распределения углов вылета и приземления частиц. Под углом вылета понимается угол, образованный двумя лучами, исходящими из центра частицы в момент, совпадающий с началом сальтации. Первый луч идет параллельно дну в направлении движения потока, а второй луч указывает направление на центр частицы в следующем зафиксированном на экране положении частицы. Аналогично, угол приземления — это угол между направлением из центра только что опустившейся на дно частицы на ее центр в момент времени, предшествующий ее контакту со дном. Углы вылета распределены по закону, близкому к нормальному (рис. 2). Кривая углов приземления асимметрична. Частица разгоняется, по-видимому, на очень коротком начальном участке траектории, а затем ее движение обуславливается в значительной мере влиянием случайных пульсаций скорости пересекаемых частицей слоев потока. Этим и можно объяснить несходство кривых распределения углов вылета и приземления — в процессе своего движения частица «забывает» угол вылета.

Для определения ускорения частиц сразу после отрыва от дна начальные участки траекторий проектировались с минимально возможным шагом ($\Delta t = 0,002$ с), определяемым скоростью съемки фильма. Начальный участок траектории представляет собой ступенчатую кривую, составленную из отрезков парабол с положительным параметром (рис. 3). Параболичность участков набора высоты указывает на положительное значение действующего ускорения. Предположим, что ускорение на каждом участке подъема постоянно, что достаточно обосновано вследствие маловременных интервалов (0,006—0,008 с), то вычисленные значения с учетом погрешностей лежат в интервале $2,5 \cdot 10^3$ — $9,4 \cdot 10^3$ см/с². Из полученных данных следует, что в непосредственной близости от дна существенная доля энергии в спектре турбулентных пульсаций приходится на высокочастотную часть спектра (около 150—200 Гц). Оценив по теории «замороженной турбулентности» размеры вихрей, получим величину порядка размеров выступов шероховатости, что говорит в пользу высказанного предположения.

На основании проделанной работы можно сделать следующие выводы.

В момент отрыва от дна потока частица испытывает крайне непродолжительные (0,006—0,008 с) положительные ускорения, изменяющиеся от $2,5 \cdot 10^3$ до $9,4 \cdot 10^3$ см/с².

Двигаясь скачкообразно в придонной области, частица может испытывать значительное воздействие со стороны турбулентного потока. Можно предположить, что непосредственно вблизи дна существенная часть энергии в спектре турбулентных пульсаций скорости приходится на высокочастотную часть (порядка 150—200 Гц).

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский М. М., Вербицкий В. С., Ключек З. Ш., Михайлова Н. А. Сб. «Взаимодействие поверхностного и подземного стока», вып. 2, 1974.
2. Российский К. И., Любимирова К. С. «Водные ресурсы», 1, 1972.
3. Фидман Б. А. Тр. ГТИ, вып. 160, Л., 1968.

Поступила в редакцию
6.7 1973 г.

Кафедра
физики моря и вод суши

УДК 534.121.014

В. А. ВЫСЛОУХ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПАНЕЛИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Применение метода конечных элементов позволяет исследовать ряд задач динамической устойчивости, не имеющих аналитического решения. При этом аэродинамическое воздействие сверхзвукового потока на упругую панель, как правило, определяется на основе двумерной теории [1, 2].

Представляет интерес исследовать устойчивость в рамках последовательной линейной теории, когда аэродинамическое давление в данной точке зависит от распределения схода потока в обратном конусе Маха. Рассмотрим практически важный случай малых чисел Струхала $k = \lambda L/V$, где λ — частотный параметр, L — ха-

ракторный размер панели вдоль потока, V — скорость. Учитывая в выражении для давления $p(x, y, t)$ члены первого порядка малости по k , получаем [3]

$$p = \frac{\rho_0}{\pi} \left(V \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \iint \left(V \frac{\partial z}{\partial \xi} + \frac{\partial z}{\partial t} \right) \left[1 - \frac{kM_0^2}{L\beta^2} (x - \xi) \right] \times (rs)^{-1/2} d\xi d\eta,$$

$$r = (x - \xi) - \beta(y - \eta), \quad s = (x - \xi) + \beta(y - \eta), \quad \beta^2 = M_0^2 - 1.$$

Здесь $z = z(\xi, \eta)e^{\lambda t}$ — поперечное смещение в точках ξ и η ; M — число Маха, ρ_0 — плотность воздуха, Σ — площадь в обратном конусе Маха с вершиной в точке (x, y) .

В качестве первой задачи исследуем устойчивость квадратной однородной панели, две стороны которой, параллельные потоку, свободно оперты, две другие зашпемлены (рис. 1). Согласно методу конечных элементов уравнение движения пластины в потоке приводится к матричной задаче на собственные значения:

$$(\lambda^2 [M] + [K]) \bar{W} = \bar{Q}_a. \quad (1)$$

Для получения матриц жесткости $[K]$ и масс $[M]$ системы в настоящей работе использовались «несогласованные» элементы с точечными массами [4]. В этом случае \bar{W} — вектор-столбец поперечных смещений узлов модели. Вектор аэродинамических сил имеет следующую структуру:

$$\bar{Q}_a = \kappa^* \left([B] + \frac{\lambda L}{V} [D] \right) \bar{W}. \quad (2)$$

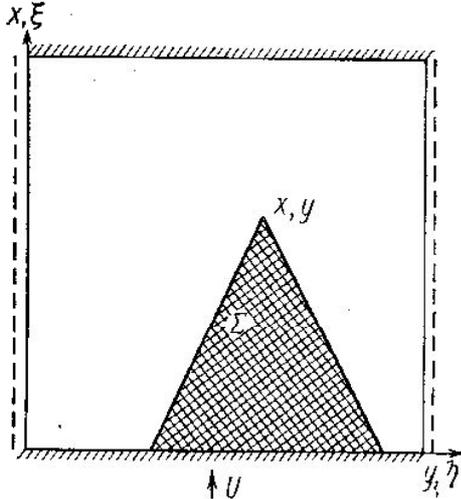


Рис. 1

Здесь $[B]$ и $[D]$ — матрицы аэродинамической жесткости и демпфирования, $\kappa^* = \kappa M_0^2 / \beta$, $\kappa = \rho_0 c_0^2 L^3 / D$ — приведенное аэродинамическое давление, c — скорость звука, D — цилиндрическая жесткость. Алгоритм получения аэродинамических

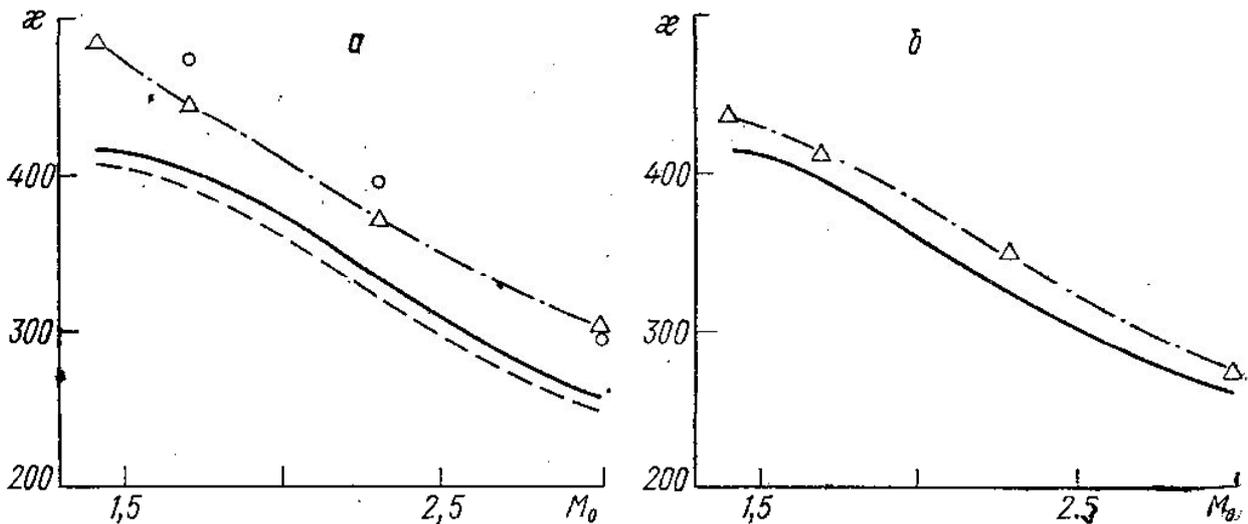


Рис. 2

матриц изложен в работе [5]. При вычислении матриц число Маха предполагалось заданным.

Комплексные собственные значения λ и векторы \bar{W} задачи (см. (1) и (2)), порядок которой в данном случае равен 16, определялись для различных значений κ с помощью ЦВМ БЭСМ-4. При $\kappa=0$, что соответствует свободным колебаниям, ошибка в определении частот первых трех тонов не превышает 5%. С ростом κ потеря устойчивости типа флаттера происходит на третьем тоне, затухание которого при $\kappa > \kappa_{кр}$ становится положительным. На рис. 2, а представлена зависи-

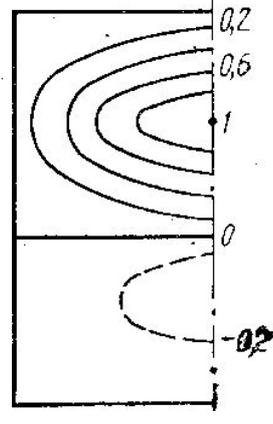
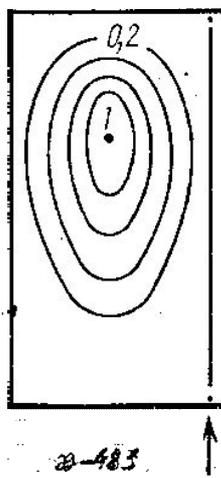
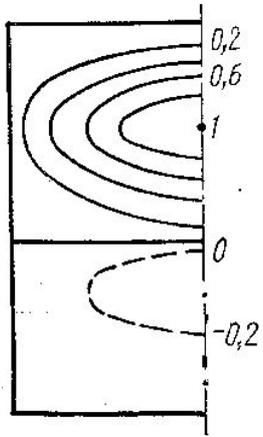
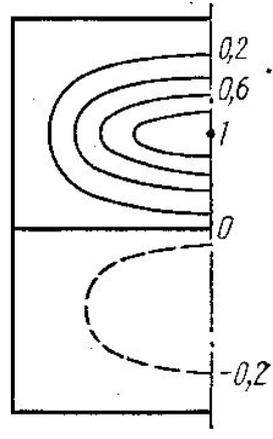
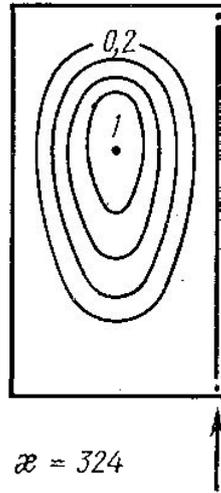
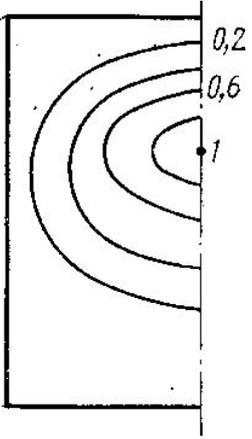
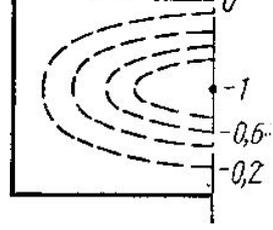
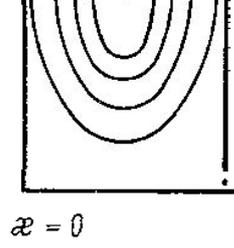
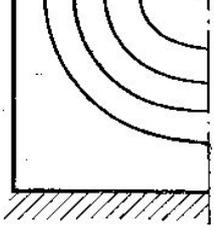


Рис. 3

мость критических значений κ от числа Маха. Расчетные данные обозначены треугольниками, экспериментальные [6] — кружками.

Граница устойчивости, полученная на основе двумерной теории с той же сеткой конечных элементов, изображена сплошной линией, полученная аналитически [7] — пунктирной. Видно, что результаты расчетов на основе последовательной линейной теории хорошо согласуются с экспериментальными.

Анализ форм колебаний позволяет выяснить физическую картину потери устойчивости. На рис. 3 линиями равного смещения изображены распределения амплитуд первых трех тонов для различных κ при $M_0 = \sqrt{2}$. Максимальная амплитуда принята за единицу, линии равного смещения проведены с интервалом 0,2. По мере увеличения κ на первом тоне возникает узловая линия, которая смещается вниз по потоку. Узловая линия третьего тона движется навстречу потоку. Между колебаниями в различных точках пластины появляются сдвиги фаз. При $\kappa = \kappa_{кр}$ распределения амплитуд первого и третьего тонов практически совпадают; фазы достигают 10° и отличаются знаком. Фазовые сдвиги являются существенными в процессе «подкачки» энергии из потока.

В качестве второй задачи рассмотрим устойчивость квадратной однородной панели, защемленной по всем четырем сторонам. Эта задача не имеет аналитического решения. Вычисленные границы устойчивости изображены на рис. 2, б в прежних обозначениях. В отличие от предыдущего случая потеря устойчивости происходит на втором тоне; различие границ устойчивости за счет перехода от двумерной теории к последовательной линейной невелико.

ЛИТЕРАТУРА

1. Olson M. D. «AIAA Journal», 8, No. 4, 1970.
2. Kariappa, Somashekar. «AIAA Journal», 7, No. 1, 1969.
3. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х. Аэроупругость. М., 1959.
4. Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method in Structural Mechanics. Mc. Graw-Hill, 1967.
5. Chesnokov S. S., Kandidov V. P., Vysloukh V. A. Proceedings of the International Conference on the Finite Elements Method in Engineering. Sydney, Australia, 1974.
6. Микишев Г. Н. «Изв. АН СССР», механика и машиностроение, № 1, 1959.
7. Мовчан А. А. «Прикладная математика и механика», 21, № 2, 1957.

Поступила в редакцию
15.10 1974 г.

Кафедра
общей физики для мехмата

УДК 530.145

И. П. ВОЛОБУЕВ

СВОЙСТВА ПЕРЕСТАНОВОЧНЫХ ФУНКЦИЙ И ПРОПАГАТОРА В ТЕОРИИ ПОЛЯ С КВАНТОВАННЫМ ПРОСТРАНСТВОМ-ВРЕМЕНЕМ

В локальной квантовой теории поля перестановочные функции и пропагатор представляют собой обобщенные функции, обладающие особенностями типа $\delta(x^2)$, $\theta(x_0)\delta(x^2)$ и $1/x^2$ на световом конусе [1]. Произведение обобщенных функций с совпадающими особенностями плохо определено, что приводит, в частности, к известным ультрафиолетовым расходимостям в теории возмущений [2].

В работах [3, 4] рассмотрена теория поля, в которой Пуанкаре-инвариантность в пространстве относительных импульсов заменена инвариантностью относительно группы де Ситтера SO (2,3), что приводит к модификации понятия относительной 4-координаты. Представляет интерес исследовать свойства перестановочных функций и пропагатора в таком подходе.

Оператор Казимира группы SO (2,3)

$$c = -\sqrt{1 - \rho^2 l_0^2} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \left(\frac{g_{\mu\nu} - \rho_\mu \rho_\nu l_0^2}{\sqrt{1 - \rho^2 l_0^2}} \frac{\partial}{\partial p_\nu} \right) \quad (1)$$

(l_0 — фундаментальная длина) в унитарных представлениях имеет спектр: