мость критических значений $\varkappa$ от числа Маха. Расчетные данные обозначены треугольниками, экспериментальные [6] — кружками.

Граница устойчивости, полученная на основе двумерной теории с той же сеткой конечных элементов, изображена сплошной линией, полученная аналитически [7] — пунктирной. Видно, что результаты расчетов на основе последовательной линейной теории хорошо согласуются с экспериментальными.

Анализ форм колебаний позволяет выяснить физическую картину потери устойчивости. На рис. 3 линиями равного смещения изображены распределения амплитуд первых трех тонов для различных $\varkappa$ при $M_0=\sqrt{2}$. Максимальная амплитуда принята за единицу, линии равного смещения проведены с интервалом 0,2. По мере увеличения $\varkappa$ на первом тоне возникает узловая линия, которая смещается вниз по потоку. Узловая линия третьего тона движется навстречу потоку. Между колебаниями в различных точках пластины появляются сдвиги фаз. При $\varkappa=\varkappa_{кр}$ распределения амплитуд первого и третьего тонов практически совпадают; фазы достигают 10° и отличаются знаком. Фазовые сдвиги являются существенными в процессе «подкачки» энергии из потока.

В качестве второй задачи рассмотрим устойчивость квадратной однородной панели, защемленной по всем четырем сторонам. Эта задача не имеет аналитического решения. Вычисленные границы устойчивости изображены на рис. 2, *б* в прежних обозначениях. В отличие от предыдущего случая потеря устойчивости происходит на втором тоне; различие границ устойчивости за счет перехода от двумерной теории к последовательной линейной невелико.

ЛИТЕРАТУРА

1. Olson M. D. «AIAA Journal», 8, No. 4, 1970.
2. Kariappa, Somachekar. «AIAA Journal», 7, No. 1, 1969.
3. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х. Аэроупругость. М., 1959.
4. Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method in Structural Mechanics. Mc. Graw-Hill, 1967.
5. Chesnokov S. S., Kandidov V. P., Vysloukh V. A. Proceedings of the International Conference on the Finite Elements Method in Engineering. Sydney, Australia, 1974.
6. Микишев Г. Н. «Изв. АН СССР», механика и машиностроение, № 1, 1959.
7. Мовчан А. А. «Прикладная математика и механика», 21, № 2, 1957.

Поступила в редакцию
15.10 1974 г.

Кафедра
общей физики для мехмата

УДК 530.145

И. П. ВОЛОБУЕВ

СВОЙСТВА ПЕРЕСТАНОВОЧНЫХ ФУНКЦИЙ И ПРОПАГАТОРА В ТЕОРИИ ПОЛЯ С КВАНТОВАННЫМ ПРОСТРАНСТВОМ-ВРЕМЕНЕМ

В локальной квантовой теории поля перестановочные функции и пропагатор представляют собой обобщенные функции, обладающие особенностями типа $\delta(x^2)$, $\theta(x_0)\delta(x^2)$ и $1/x^2$ на световом конусе [1]. Произведение обобщенных функций с совпадающими особенностями плохо определено, что приводит, в частности, к известным ультрафиолетовым расходимостям в теории возмущений [2].

В работах [3, 4] рассмотрена теория поля, в которой Пуанкаре-инвариантность в пространстве относительных импульсов заменена инвариантностью относительно группы де Ситтера SO (2,3), что приводит к модификации понятия относительной 4-координаты. Представляет интерес исследовать свойства перестановочных функций и пропагатора в таком подходе.

Оператор Казимира группы SO (2,3)

$$c=-\sqrt{1-p^2l_0^2}\,\frac{\partial}{\partial p_\mu}\left(\frac{g_{\mu\nu}-p_\mu p_\nu l_0^2}{\sqrt{1-p^2l_0^2}}\,\frac{\partial}{\partial p_\nu}\right) \tag{1}$$

(l_0 — фундаментальная длина) в унитарных представлениях имеет спектр:

$$C=\begin{cases} L(L+3) & L=-1,\ 0,\ 1,\ 2\ldots \\ -\left(\frac{3}{2}\right)^2-\Lambda^2 & 0\leqslant\Lambda<\infty. \end{cases}$$

Переход к координатному представлению осуществляется с помощью функций [5]:

$$\langle L,\ n,\ l,\ m\,|\,\omega,\ \varkappa,\ \mathbf{n}\rangle=\frac{1}{\sqrt{N}}\,Y_l^m(\mathbf{n})\,e^{in\omega}\,\mathrm{th}^l\chi\times$$

$$\times(\mathrm{ch}\,\chi)_2^{-(L+3)}F_1\left(\frac{1}{2}(|n|+l+L+3),\quad \frac{1}{2}(-|n|+l+L+3);\quad l+3/2;\quad \mathrm{th}^2\chi\right),$$

$$\langle\Lambda,\ n,\ l,\ m\,|\,\omega,\ \chi,\ \mathbf{n}\rangle=\frac{1}{\sqrt{M}}\,Y_l^m(\mathbf{n})\,e^{in\omega}\,\mathrm{th}^l\chi\times$$

$$\times(\mathrm{ch}\,\chi)_2^{i\Lambda-3/2}F_1\left(\frac{1}{2}(|n|+l-i\Lambda+3/2)\right),$$

$$\frac{1}{2}(-|n|+l-i\Lambda+3/2);\qquad l+3/2;\qquad \mathrm{th}^2\chi), \tag{2}$$

где $L(\Lambda)$, n — собственные значения интервала и времени, а l и m — величина и проекция момента. Сферические координаты в p-пространстве де Ситтера ω, $\varkappa$, $\mathbf{n}$ определяются так:

$$p_0=\mathrm{ch}\,\chi\sin\omega,\quad \mathbf{p}=\mathrm{sh}\,\chi\,\mathbf{n},\quad p_4=\mathrm{ch}\,\chi\cos\omega,\quad (p_0^2-\mathbf{p}^2+p_4^2=1).$$

Можно взять другие собственные функции (1), переходящие при $l_0\to 0$ в плоские волны:

$$\langle L,\ N\,|\,p\rangle=(p_4-ipN)^{-(L+3)}N^2=1,$$

$$\langle\Lambda,\ N\,|\,p\rangle=(p_4+pN)^{i\Lambda-3/2}N^2=-1. \tag{3}$$

В соответствии с [3] перестановочные функции в импульсном представлении рассматриваемой теории имеют вид

$$D(p)=\varepsilon(p_0)\,\delta(2p_4-2m_4),$$

$$D_1(p)=\delta(2p_4-2m_4),\qquad p_4=\sqrt{1-p^2}.$$

Используя функции (2), перейдем к новому координатному представлению и исследуем свойства перестановочных функций.

В результате будем иметь

$$D(\lambda,\ n)=\frac{1}{(2\pi)^3 i}\int\langle\lambda,\ n,\ 0,\ 0\,|\,p\rangle\,D(p)\,d\Omega_p,$$

$$D_1(\lambda,\ n)=\frac{1}{(2\pi)^3 i}\int\langle\lambda,\ n,\ 0,\ 0\,|\,p\rangle\,D_1(p)\,d\Omega_p$$

(зависимости от l, m нет в силу свойств инвариантности $D(p)$ и $D_1(p)$).

Используя полноту системы (3), для $D(\lambda,\ n)$ найдем:

$$D(\lambda,\ n)=\frac{\varepsilon(n)}{(2\pi)^3 i}\int\langle\lambda,\ (1,\ 0)\,|\,p\rangle\,D(p)\,d\Omega_p.$$

Из соображений релятивистской инвариантности и четности, в непрерывной серии $D(\Lambda,\ n)=0$, т. е. коммутатор обращается в нуль вне конуса.

Для времениподобной области найдем

$$D(L,\ n) = \frac{\varepsilon(n)}{16\pi}\ \frac{m}{(m_4)^{L+1}}\ \frac{L+3}{\Gamma\left(\frac{L+5}{2}\right)\Gamma\left(\frac{L+4}{2}\right)} \times$$

$$\times\ G^{1,2}_{2,2}\left(\left(\frac{m}{m_4}\right)^2 \middle| \begin{matrix} -\frac{L-1}{2},\ -\frac{L}{2} \\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} \end{matrix}\right).$$

По формулам, связывающим G-функцию с гипергеометрической, легко установить, что

$$D(L,\ n) = \frac{\varepsilon(n)}{2\pi}\ \frac{(2L+1)!!}{(L+2)!}\ (m_4)^{L+2}\ {}_2F_1\left(-\frac{L+2}{2},\ -\frac{L+1}{2};\right.$$

$$\left. -L-\frac{1}{2};\ \frac{1}{m_4^2}\right).$$

Отсюда легко показать, что при $m=0$ (наиболее сингулярная часть $D(L,\ n)$)

$$D(L,\ n)|_{m=0} = \frac{\varepsilon(n)}{2\pi}\ \frac{1}{L+2}\ \delta_{L,-1}.$$

Видно, что коммутатор не имеет особенностей. Аналогично, для функции $D_1(L,\ n)$ получим

$$D_1(L) = -\frac{1}{8\pi i}\ \frac{1}{(m_4)^{L+1}}\ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{L+4}{2}\right)\Gamma\left(\frac{L+3}{2}\right)} \times$$

$$\times G^{2,2}_{3,3}\left(\left(\frac{m}{m_4}\right)^2 \middle| \begin{matrix} -\frac{L}{2},\ -\frac{L-1}{2},\ \frac{1}{2} \\ 1,\ 0,\ \frac{1}{2} \end{matrix}\right).$$

Используя далее формулы, связывающие G-функцию с гипергеометрической, нетрудно показать, что при $L=-1$ $D_1(L)$ имеет простой полюс.

Для пространственноподобной области найдем

$$D_1(\Lambda) = \frac{1}{(2\pi)^3 i}\ \frac{1}{4}\ \frac{\Gamma\left(-\frac{i\Lambda}{2}-\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{i\Lambda}{2}-\frac{1}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \times$$

$$\times\ {}_2F_1\left(-\frac{i\Lambda}{2}-\frac{1}{4},\ i\frac{\Lambda}{2}-\frac{1}{4};\ \frac{1}{2};\ m^2\right).$$

При $m=0$ сразу получаем асимптотику

$$D_1(\Lambda)\Big|_{\substack{m=0\\ \Lambda\to\infty}} \to \frac{1}{2(2\pi)^3 i}\ \frac{1}{\Lambda}.$$

При $m\neq 0$ вычисления дают

$$D_1(\Lambda)\Big|_{\Lambda\to\infty} \to \frac{1}{8\pi i}\ \frac{m_4 m}{\Lambda}\ K_1(m\Lambda).$$

Как и следовало ожидать, асимптотика совпадает с обычной.

Нетрудно убедиться, что

$$D^c(\lambda, n) = \frac{\varepsilon(n)}{2} D(\lambda, n) - \frac{1}{2} D_1(\lambda, n)$$

является обобщением известной формулы обычной теории. Из свойств D и D_1 видно, что $D^c(\lambda, n)$ имеет единственную сингулярность при $L = -1$, не зависящую от массы. Асимптотика $D^c(\Lambda)$ вне конуса совпадает с обычной.

Все рассмотренные функции при $l_0 \to 0$ непрерывно переходят в обычные.

На основании изложенных результатов можно утверждать, что перестановочные функции и пропагатор в рассматриваемой теории значительно менее сингулярны, чем в обычной. Поэтому можно надеяться, что произведение причинных функций будет интегрируемым, т. е. в теории возмущений не будет расходимостей [4].

Автор глубоко благодарен В. Г. Кадышевскому за постоянное внимание к работе, советы и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., 1957.
2. Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Тодоров И. Т. Основы аксиоматического подхода к квантовой теории поля. М., 1969.
3. Кадышевский В. Г. В сб.: «Проблемы теоретической физики». Памяти И. Е. Тамма. М., 1972.
4. Донков А. Д., Кадышевский В. Г., Матеев М. Д., Мир-Касимов Р. М. Препринт ОИЯИ, Е2—6992, 1973.
5. Limic N., Niederle G., Raczka R. R. «J. Math. Phys.», 8, 1079, 1967.

Поступила в редакцию
18.10 1974 г.

НИИЯФ

УДК 539.216.22:621.391.822

А. С. АБРАМОВ, В. В. ПОТЕМКИН

ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОДМАГНИЧИВАНИЯ НА УРОВЕНЬ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ В ТОНКИХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ

Как известно [1, 2], спектр э. д. с., наводимый в обмотке, охватывающей ферромагнитный сердечник, циклически перемагничиваемый внешним магнитным полем, кроме дискретных компонентов содержит сплошную составляющую, обусловленную магнитным шумом. Наличие последней связано с немонотонным характером движения вектора намагниченности под действием внешнего поля из-за флуктуаций потенциальных барьеров. Набор потенциальных барьеров, последовательно преодолеваемых вектором намагниченности, флуктуирует как по общему числу и высоте каждого барьера, так и по распределению их во времени.

Уменьшение временных флуктуаций, а следовательно, и депрессию магнитного шума, можно ожидать, если на образец, перемагничиваемый относительно низкочастотным полем H_p, наложить добавочное поле значительно более высокой частоты $H_{вч}$.

Экспериментально это предположение подтверждено при исследовании шумовых свойств тонких ферромагнитных пленок, напыленных в вакууме на стеклянные подложки в присутствии магнитного поля. Толщина пленок составляла около 1000 Å, коэрцитивная сила — $H_c = 2{,}5$ э., поле анизотропии — $H_к = 4$ э. Пленки перемагничивались гармоническим полем $H_р$ с частотой $f_р = 1$ кГц; сигнал снимался с помощью витков, охватывающих пленку. Частота добавочного поля равнялась 100 кГц. Измерялась спектральная плотность шумовой э. д. с. на частотах ($f_{набл}$), лежащих как ниже частоты перемагничивания, так и выше ее, причем, в последнем случае для уменьшения мешающего влияния высших гармоник дискретного спектра э. д. с., частоты наблюдения располагались между гармониками и применялась добавочная предварительная фильтрация сигнала.