

УДК 538.56

А. С. ВШИВЦЕВ, В. Ч. ЖУКОВСКИЙ

## О ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОНДУЛЯТОРЕ

Вычислена интенсивность излучения ондулятора и рассмотрена его поляризация. Для заданной частоты и волнового вектора определено направление электрического поля излучения. Получено ограничение на максимальную длину ондулятора, при которой можно пренебречь потерями энергии электрона.

В последнее время большое внимание уделяется так называемому ондуляторному излучению, т. е. излучению, испускаемому быстрыми электронами, движущимися в знакопеременном вдоль траектории, но постоянном во времени, магнитном или электрическом поле [1—9]. Наряду с синхронным излучением [10] (см. также [11]) ондуляторы начинают широко применяться в эксперименте для получения направленного жесткого электромагнитного излучения большой интенсивности.

В настоящей заметке с помощью метода деления на оператор вычисляется интенсивность излучения в ондуляторе, а также исследуются его поляризационные свойства. В заключение рассматривается влияние излучения на движение электронов в ондуляторе.

Закон движения электрода с зарядом —  $e_0$  в ондуляторе может быть представлен в виде

$$x = a \sin \omega_0 t, \quad y = 0, \quad z = v_{\parallel} t, \quad (1)$$

тогда для плотности заряда и тока получим

$$\rho = -e_0 \delta(x - a \sin \omega_0 t) \delta(y) \delta(z - v_{\parallel} t),$$

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{v}}{c} \rho = \left( \frac{a\omega_0}{c} \rho \cos \omega_0 t, 0, \frac{v_{\parallel}}{c} \rho \right).$$

Решение волнового уравнения для потенциалов поля излучения

$$\square \left( \frac{\Phi}{A} \right) = -4\pi \left( \frac{\rho}{j} \right) \quad (2)$$

будем искать с помощью разложения входящих в него функций в ряд и интеграл Фурье следующего вида:

$$F(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{v=1}^{\infty} \int d^3k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i v \omega_0 t - i v_{\parallel} k_z t} F_v(\mathbf{k}),$$

а также соотношения

$$e^{-ix \sin \alpha} = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} e^{-i\nu\alpha} J_{\nu}(x),$$

где  $J_{\nu}(x)$  функции Бесселя.

С помощью деления на оператор в уравнении (3) находим  $\Phi$  и  $\mathbf{A}$ , а также следующие выражения для компонентов Фурье электрического и магнитного поля излучения:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\nu} &= i4\pi G \left( \frac{\omega_{\nu}}{c} \mathbf{j}_{\nu} - \mathbf{k} \rho_{\nu} \right), \\ \mathbf{H}_{\nu} &= i4\pi G [\mathbf{k} \mathbf{j}_{\nu}]. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь функция Грина

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{k^2 - (\omega_{\nu}/c)^2} + i\pi \frac{\omega_{\nu}}{|\omega_{\nu}|} \delta \left( k^2 - \frac{\omega_{\nu}^2}{c^2} \right), \\ \omega_{\nu} &= \nu\omega_0 + v_{\parallel} k_z, \end{aligned} \quad (4)$$

а компоненты плотности заряда и тока равны:

$$\begin{aligned} \rho_{\nu} &= -e_0 J_{\nu}(ak_x), \\ \begin{pmatrix} j_{x\nu} \\ j_{y\nu} \\ j_{z\nu} \end{pmatrix} &= -e_0 \begin{pmatrix} \frac{\omega_0 v}{ck_x} \\ 0 \\ v_{\parallel}/c \end{pmatrix} J_{\nu}(ak_x). \end{aligned} \quad (5)$$

Интенсивность излучения определяем по общей формуле

$$W = -\frac{1}{T} c \int_0^T dt \int d^3x (\mathbf{j}^* \mathbf{E}),$$

где  $T = 2\pi/\omega_0$  — период колебаний. С помощью (3), (4) и (5) находим

$$W = -i \frac{c}{2\pi^2} \sum_{\nu} \int d^3k G \left( \frac{\omega_{\nu}}{c} \mathbf{j}_{\nu}^* \mathbf{j}_{\nu} - \rho_{\nu} \mathbf{k} j_{\nu}^* \right). \quad (6)$$

Проведя двойную замену переменных в (10)  $\nu \rightarrow -\nu$ ,  $k_z \rightarrow -k_z$  (при этом  $\omega_{\nu} \rightarrow -\omega_{\nu}$ ), видим, что главная часть интеграла должна быть равна нулю. В результате после интегрирования по  $d^3k = k^2 dk d\varphi d\theta \sin\theta$  в сферической системе координат с помощью  $\delta$ -функции получим [3]

$$W = \frac{ce_0^2\omega_0^2}{2\pi} \sum_{\nu} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \frac{d\theta \sin\theta v^2}{(1 - \beta_{\parallel} \cos\theta)^3} \left( \frac{\omega_0^2 v^2}{c^2 k_x^2} + \beta_{\parallel}^2 - 1 \right) j_{\nu}(ak_x).$$

Аргумент функции Бесселя и частота излучения соответственно равны

$$ak_x = \frac{a}{c} \frac{\nu\omega_0 \sin\theta \cos\varphi}{1 - \beta_{\parallel} \cos\theta}, \quad \omega_{\nu} = \frac{\nu\omega_0}{1 - \beta_{\parallel} \cos\theta}.$$

В реальном случае обычно  $v_{\parallel}/c \sim 1$ , т. е.

$$1 - \beta_{\parallel} \approx \frac{1}{2} (1 - \beta_{\parallel}^2) = \frac{1}{2} \varepsilon_{\parallel} \ll 1,$$

тогда и  $\theta^2 \sim \varepsilon_{\parallel} \ll 1$ . Излучение будет дипольным, т. е. максимум приходится на первую гармонику  $\nu = 1$ , когда

$$\beta_{\perp} = \frac{a\omega_0}{c} \ll \sqrt{1 - \beta_{\parallel}^2} = \sqrt{\varepsilon_{\parallel}}.$$

В этом приближении после усреднения по  $\varphi$  получим

$$dW_1 \approx 2 \frac{e_0^2 \omega_0^4 a^2}{c^3} \frac{e_{\parallel}^2 + \theta^4}{(\varepsilon_{\parallel} + \theta^2)^5} d\theta \sin \theta. \quad (7)$$

Интегрируя выражение (7) по  $\theta$ , находим полную интенсивность излучения

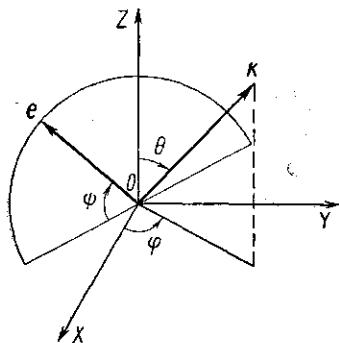
$$W \approx W_1 = \frac{1}{3} \frac{e_0^2 \omega_0^4 a^2}{c^2 \varepsilon_{\parallel}}. \quad (8)$$

Интенсивность второй гармоники  $\nu = 2$  меньше, чем  $dW_1$  в отношении

$$\frac{a^2 \omega_0^2}{c^2 (1 - \beta_{\parallel}^2)} \ll 1,$$

и дает малый вклад в полную интенсивность (8).

Для исследования поляризации излучения обратимся к формуле (3), задающей компоненты электрического поля излучения. Легко видеть, что поляризации, так же как и в случае модели с кусочно-однородным магнитным полем [7, 8], является линейной. Рассмотрим более подробно направление линейной поляризации, определяемое единичным вектором  $\mathbf{e} \parallel \mathbf{E} (\mathbf{e} \perp \mathbf{k})$ . Для этого в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{k}$  (см. рисунок), введен угол  $\psi$  между вектором  $\mathbf{k}$  и плоскостью  $XY$ . Как видно из рисунка,



$$\begin{aligned} e_x &= \cos \Psi \sin \varphi - \sin \Psi \cos \theta \cos \varphi, \\ e_y &= -\cos \Psi \cos \varphi - \sin \Psi \cos \theta \sin \varphi, \\ e_z &= \sin \Psi \sin \theta. \end{aligned} \quad (9)$$

С другой стороны, из (3) и (5) следует

$$\frac{e_y}{e_z} = \frac{\sin \theta \sin \varphi}{\cos \theta - \beta_{\parallel}}. \quad (10)$$

Комбинируя (9) и (10), находим

$$\Psi = \arctg \left[ \operatorname{ctg} \varphi \frac{\beta_{\parallel} - \cos \theta}{1 - \beta_{\parallel} \cos \theta} \right].$$

Как следует из данной формулы, направление поляризации зависит от углов  $\theta$  и  $\varphi$ . Так, если  $\cos \theta \neq \beta_{\parallel}$ , то при  $\varphi = 0$  вектор  $\mathbf{e}$  лежит в плоскости  $XZ$ , а при  $\varphi = \pi/2$  направлен по оси  $OX$ . В случае же  $\cos \theta = \beta_{\parallel}$  вектор  $\mathbf{e}$  лежит в плоскости  $XY$ .

Закон движения для электрона (1) может быть получен в качестве приближенного решения уравнений Лоренца

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E\mathbf{v}}{c^2} \right) = -\frac{e_0}{c} [\mathbf{vH}] \quad (11)$$

в магнитном поле

$$H_x = 0, \quad H_y = H \cos \frac{2\pi z}{L}, \quad H_z = 0 \quad (12)$$

со следующими значениями:

$$v_{\parallel} = v_z|_{t=0} = v_{z0}, \quad a = \frac{e_0 H c L^2}{E v_{\parallel} (2\pi)^2},$$

$$\omega_0 = 2\pi v_{\parallel} / L.$$

В качестве условия приближенного решения (1) следует принять неравенство (см., например, [9])

$$\frac{e_0 H c}{E} \ll \omega_0.$$

Излучение приводит к изменению энергии  $E$  и скорости  $v_{\parallel}$  электрона, которое учитывается введением в правую часть уравнения (11) силы радиационного торможения [10]. Полученные таким образом классические уравнения Дирака—Лоренца в поле (12) в отличие от случая однородного поля точно решить не удастся. Однако для компонента скорости  $v_y$ , параллельного направлению магнитного поля (12), даже с учетом радиационного торможения получается точный результат  $v_y = \text{const}$  (в решении (1)  $\text{const} = 0$ ). Для промежутков времени  $t$ , больших по сравнению с периодом колебаний  $T(\omega_0 t \gg 1)$  и малых по сравнению с характерным временем затухания  $1/\delta$

$$\delta = e^4 H^2 / m^3 c^5 \quad (\delta t \ll 1),$$

находим изменение энергии  $E$  и скорости  $v_{\parallel}$ :

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\delta}{2} \frac{m v_{\parallel}^2}{1 - v_{\parallel}^2}, \quad (13)$$

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\frac{\delta}{2} v_{\parallel} \sqrt{1 - v_{\parallel}^2} \quad (1 - v_{\parallel}^2 \ll 1).$$

С учетом значения  $\delta$  видим, что выражение для потерь энергии (13) совпадает с полученной выше интенсивностью излучения электрона (8).

Из (13) следует, что изменением энергии электрона  $\Delta E$  на длине ондулятора  $l$  ( $\Delta E \ll E$ ) можно пренебречь и пользоваться полученными выше формулами для излучения, если выполнено неравенство

$$\frac{El\delta}{v_{\parallel} m c^2} \ll 1. \quad (14)$$

В реальных условиях эксперимента  $H \sim 10^4 \div 10^5$  Гс,  $E \sim 1$  гэВ из (14) получаем ограничение  $l \ll 10^4$  см, которое, очевидно, всегда можно считать выполненным.

Авторы благодарят А. А. Соколова за предложенную тему и обсуждение результатов работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Motz H. «J. Appl. Phys.», 22, 527, 1951.
2. Корхмязян Н. А. «Изв. АН АрмССР», физика, 5, 418, 1970.
3. Корхмязян Н. А., Элбакян С. С. «Изв. АН АрмССР», физика, 6, 7, 1971; ДАН СССР, 203, 791, 1972.
4. Алиханян А. И., Есин С. К. и др. «Письма ЖЭТФ», 15, 142, 1972.
5. Алфсеров Д. Д., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г. Препринт ФИАН № 23, 1972.
6. Байер В. Н., Катков В. М. ЖЭТФ, 63, 2121, 1972.
7. Багров В. Г., Соколов А. А., Тернов И. М., Халилов В. Р. «Изв. вузов», физика, № 10, 50, 1973.
8. Bagrov V. G., Khalilov V. R., Sokolov A. A., Ternov I. M. «Ann. der Phys.», 30, 1, 1973.
9. Павленко Ю. Г., Петухов В. И., Мусса А. Х. «Изв. вузов», физика, № 10, 88, 1973.
10. Сб. «Синхротронное излучение», под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., 1966.
11. Соколов А. А., Гальцов Д. В., Жуковский В. Ч. ЖТФ, 43, 682, 1973.

Поступила в редакцию  
5.3 1974 г.

Кафедра  
теоретической физики

---