Весліник московского университета

№ 6 - 1975

УДК 621.3.032.269.1

Б. А. ВОЛОДИН, Р. М. ИСЛАМОВ, А. М. ХАПАЕВ

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В Симметричной пушке для формирования винтового пучка

Выбран алгоритм решения и разобраны некоторые вопросы анализа сферическисниметричной электронной пушки, используемой в экспериментальных установках для получения индуцированного излучения.

Работа существующих моделей мазеров на циклотронном резонансе [1, 2] связана с получением винтовых электронных пучков, имеющих при попадании в область взаимодействия с высокочастотным полем резонатора малый разброс по продольным скоростям и g-фактор, значительно превышающий единицу (g-фактор есть отношение попе-речной скорости электрона к продольной). В работе [3] описывается электронная пушка, представляющая собой плоский диод, помещенный в постоянное однородное магнитное поле, вектор Н которого составляет угол а с постоянным и однородным электрическим полем, а эмиттирующая поверхность может иметь форму круга (как в упомянутой работе), а также кольца или ленты. В настоящей работе рассматривается модель пушки, аналогичная предложенной в [3]. На рис. 1: A— анод с отверстием для прохождения электронов в область дрейфа, пунктиром отмечены различные положения анода; С — эмиттирующая поверхность, имеющая форму кольца шириной 1 мм. При этом заранее предполагается, что пучок электронов, попадающий в канал, будет обладать малым g-фактором и только при прохождении области плавно увеличивающегося магнитного поля продольная энергия трансформируется в поперечную энергию и g-фактор становится достаточно большим.

Наша задача заключается в расчете потока электронов в заданной геометрии электродов с заданным магнитным полем. Предполагается, что электроны попадают внутрь области ускорения со скоростями, равными нулю. Движение электронов происходит под действием электрического поля \mathbf{E} —grad $\boldsymbol{\varphi}$ и магнитного **H**. В общем случае потенциал электрического поля определяется как граничными условиями, электродами, так и плотностью пространственного заряда потока электронов. Внешнее магнитное поле предполагается невозмущенным собственным магнитным полем пучка, однородным и постоянным во всей области

ускорения. Таким образом, с учетом релятивистских поправок в уравнении движения решается следующая задача:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{m} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} \left[\mathbf{v} \mathbf{H} \right] - \frac{\mathbf{v} \left(\mathbf{v} \mathbf{E} \right)}{c^2} \right\}, \tag{1}$$

$$\Delta \varphi = 4\pi \rho, \quad \varphi = \varphi (\mathbf{r}, \mathbf{v}), \tag{2}$$

$$\varphi|_{\mathbf{r}_0} = \varphi_0, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt}\Big|_{t=0} = \mathbf{v}_0, \quad \mathbf{r}|_{t=0} = \mathbf{r}_0. \tag{3}$$

Здесь v — скорость движения, е — заряд электрона, m — масса электрона, r — координата, t — время, ρ — плотность, ϕ — скалярный потенциал, с — скорость света.



Рис. 1. Конфигурация электродов



Рис. 2. Поведение энергии (E), *g*-фактора (Hg), R — координата электрона, $U_0=20\ 000$, $H_0=1000$, $R_{\rm H}=10$, R=20, $R_{\rm 2M}=8,74$

При этом предполагается, что плотность тока с эмиттера ограничена пространственным зарядом или эмиссионной способностью катода. Задача (1)—(3) определяет движение потока частиц в самосогласованном поле, что вызывает большие сложности, связанные с нелинейной зависимостью плотности пространственного заряда от потенциала φ и особенностями для ρ при нулевых или очень малых начальных скоростях на эмиттере. Поэтому целесообразно первый шаг подбора геометрии пучка и грубой оценки возможностей пушки производить без учета пространственного заряда с помощью наиболее простого алгоритма определения потенциала.

Второе упрощающее предположение заключается в том, что задача решается в одночастичном приближении, т. е. определяются энергия, продольная и поперечная скорости, g-фактор и координаты одного электрона с заданными начальными данными в заданных полях. При этом внешние поля вычисляются следующим образом. Магнитное поле предполагается однородным и постоянным по всей области ускорения. Характер электрического поля определяется выбором конфигурации электродов. Нами исследовалась конфигурация электродов, показанная на рис. 1. Она позволяет проанализировать возможности данной системы инжекции, рассчитывая электрическое поле, как поле сферического конденсатора:

$$U = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} U_0 \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} \right), \tag{4}$$

$$E_{0} = -\frac{R_{1} + R_{H}}{R_{H}R^{2}} \frac{R_{1}}{c^{2}} \frac{U_{0}}{300},$$
(5)

где R_1 — раднус внутренней сферы, R_2 — раднус внешней сферы, U_0 — разность потенциалов между электродами, U — разность потенциалов между катодами и точкой с координатой R, R_H — расстояние между электродами.

При сделанных предположениях задача (1)—(3) сводится к решению системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dv_i}{d\tau_i} = -\Delta [k(l_i - v_i \chi) + \eta_i], \qquad (6)$$

$$\frac{dr_i}{d\tau} = v_i, \quad i = 1, 2, 3, \tag{7}$$

$$\Delta = \sqrt{1 - v^2}, \quad \chi = (\mathbf{v} \mathbf{l}), \quad k = \frac{E_0}{H_0}, \quad \eta_i = [\mathbf{v} \mathbf{H}]_i, \quad (8)$$

где 1 — единичный вектор электрического поля, $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{1}$, а

a shekara a shekara

$$l_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cos \delta, \quad l_2 = \frac{y}{x^2 + y^2} \cos \delta, \quad l_3 = \sin \delta, \tag{9}$$

h — единичный вектор магнитного поля, $H = H_{c}h$, $h_{1} = h_{2} = 0$, $h_{3} = 1$, а

$$\mathbf{v}' = c \, \mathbf{v}, \quad t = \frac{\tau}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{eH_0}{mc}. \tag{10}$$

Уравнение движения электронов в заданных полях интегрировались на БЭСМ-6 с помощью стандартной программы, использующей метод Рунге—Кутта с модификацией Мерсона, с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Прежде чем переходить к анализу графиков, следует заметить, что выбор оптимального варианта конфигурации электродов и полей исходит из требования, чтобы попадающий в резонатор винтовой поток электронов обладал минимальной продольной скоростью, что приводит к увеличению эффективности взаимодействия пучка с полем резонатора. Для этого выходящий из пушки слабо закрученный пучок электронов поступает в область сильного магнитного поля H_2 с плавно меняющимся градиентом. Считая движение электронов в пространстве

дрейфа адиабатическим с инвариантом $\frac{v_{\perp}^2}{H} = \text{const}$, что оправедливо

при условии малого пространственного заряда и плавного изменения магнитного поля, запишем соотношение между магнитным полем в промежутке анод-катод, g-фактором в конце области ускорения и критическим полем в резонаторе, соответствующим полному переходу скорости в поперечную или отражению электронов от магнитной пробки

$$\mathbf{v}_{\kappa \mathbf{p}\perp} = \mathbf{v}_{1\perp} + \mathbf{v}_{1\parallel}, \ H_{\kappa \mathbf{p}} = \left(1 + \frac{1}{g^2}\right) H_1. \tag{11}$$

Расчеты, проведенные по формуле (11) для различных значений H_1 , показывают, что максимальное значение рабочего поля в резонаторе должно лежать ниже кривой, соответствующей $H_{\rm kp}$, и позволяют по известному g-фактору выбирать соотношение полей на участке анод-катод до области взаимодействия.

Результаты расчета одного характерного варианта приведены на рис. 2. Они дают представление об изменении энергии E, g-фактора, расстояния от оси системы до электрона, вылетающего с середины эмиттирующего кольда с $R_{\rm DM}$ =8,74. Отношение поперечной скорости к продольной равно 0,3 на входе в канал, и для одной траектории оно может



Рис. 3. Изменение *g*-фактора и радиуса влета в конце области ускорения в зависимости от H_0 при фиксированных значениях U_0 , $R_{\rm H}=3$, $R_0=20$, $R_{\rm BM}=8,74$. $U_0:1-10^4$, $2-3\cdot10^4$, $3-5\cdot10^4$, $4-7\cdot10^4$, $5-9\cdot10^4$ и $6-11\cdot10^4$

быть незначительно увеличено, например до 0,5 за счет уменьшения магнитного поля, как показано на рис. 3, или увеличения электрического.



Рис. 4. Изменение $\Delta g = g_{R_1} - g_{R_2}$ в конце области ускорения ($\Delta R_{b_2} = R_{b_1}$) в зависимости от параметров U_0 , H_0 , $R_{\rm H} = 10$, $R_0 = 20$, $R_{\rm 3M, cpeg} = 9$, $R_1 = 9.45$, $R_2 = 8.55$. Для U_0 см. легенду рис. 3

Иначе говоря, графики, построенные на рис. 3, показывают зависимость основных характеристик электрона (R_b, g) в конце промежутка анод-катод от параметра k, так что благоприятные значения k, соответствующие g-фактору, равному в конце области ускорения $0,3\div0,5$ и радиусу влета $9\div10$, лежат в довольно широком диапазоне $k\simeq12\div200$, а для остальных вариантов наблюдается попадание электрона на анод.

Поскольку важно иметь постоянство основных характеристик для всех траекторий, начинающихся с разных точек эмиттера, результаты

дальнейшего исследования с подбором конфигурации полей приведены на рис. 4. При этом ширина эмиттера принята равной 1 мм. Видно, что характерным моментом в построенных диаграммах является уменьшение относительного расстояния между крайними электронами $\Delta R_b = R_{b_1} - R_{b_1}$, отсчитываемого от оси z (рис. 4, б), с увеличением магнитного поля. Аналогичные изменения $\Delta g = g_2 - g_1$ (рис. 4, а) в конце области ускорения связаны с увеличением H_0 и уменьшением k.



Рис. 5. Изменение *g*-фактора в конце области ускорения, радиуса влета (R_b) от расстояния между электродами (R_B) . U_0 : 1-10, $2-5\cdot10^4$, $3-9\cdot10^4$ B, $R_{\rm SM}=8,74$, $H: \bigcirc -500$, $\mathbf{x} - 2500$, $\mathbf{\Delta} - 4500$ эл

В диаграммах, приведенных на рис. 5, варьировалось расстояние между электродами при различных значениях k. Построенные графики дают представление о зависимости g-фактора, радиуса влета Rb от величины зазора между электродами A и B. Как видно из рисунков, при $k \ge 100$ g-фактор не меняется при изменении зазора и равен 0,5, а при $k \ll 50$ увеличение расстояния между электродами сопровождается падением g-фактора при влете в канал. Значения радиуса влета, соответствующие $R_b = 10$ мм, достигаются при k = 20 (рис. 5, *a*). С увеличением расстояния между электродами R_H значение R_b резко отклоняется от $R_b = 10$ мм, увеличиваясь или уменьшаясь в зависимости от того, к больше или меньше 20 (рис. 5, б). Из проведенного рассмотрения следует, что для уменьшения разброса частиц при выбранной геометрии электродов желательно уменьшать расстояние между А и В. С другой стороны, для получения монохроматического пучка в условиях, когда пространственным зарядом можно пренебречь, необходимо увеличивать расстояние R_H , чем достигается уменьшение влияния анодного отверстия.

В заключение авторы выражают благодарность профессору Ф. А. Королеву за интерес к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

2. Гапонов А. В., Гольденберг А. А. «Письма в ЖЭТФ», 2, 430, 1965. 3. Королев Ф. А., Курин А. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 5, 116, 1969.

Поступила в редакцию 24.6 1974 г.

Кафедра электроники

^{1.} Девятков Н. Д., Голакт Н. Б. «Раднотехника и электроника», 12, 1973— 1988, 1967.