Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 6 — 1975

УДК 669.018:538.632

А. Б. ГРАНОВСКИЙ

# АНОМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СПЛАВОВ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Приближение когерентного потенциала применяется для расчета аномального эффекта Холла (АЭХ) неупорядоченного сплава при рассеянии намагниченных электронов полос проводимости «примесным» потенциалом рассеяния и потенциалом рассеяния, связанным с тепловыми колебаниями решетки. Константа АЭХ при температурах выше дебаевской может быть представлена линейно-квадратичной функцией температуры. Результаты расчета сопоставляются с экспериментальными данными.

Недавно [1] была построена теория остаточного аномального эффекта Холла неупорядоченных сплавов при произвольной концентрации компонентов сплава и при произвольной величине потенциала рассеяния, связанного с хаотическим расположением ионов компонентов сплава по узлам решетки (назовем этот потенциал «примесным»). В данной работе исследуется АЭХ в сплавах при конечной температуре. Учитывается рассеяние электронов проводимости как на «примесном» потенциале, так и на тепловых колебаниях решетки. Ранее подобная задача рассматривалась лишь для слабого «примесного» и электрон-фононного взаимодействия [2].

## Аномальная холловская электропроводность

Гамильтониан, характеризующий зону проводимости бинарного неупорядоченного ферромагнитного сплава $A_xB_y$ ($y=1-x$) в отсутствии спин-орбитального взаимодействия при конечных температурах, можно записать в следующем виде [1, 3]:

$$H^{(0)} = \sum_{\substack{m,m' \\ m\neq m'}} t_{mm'} a_m^+ a_{m'} + \sum_m (\Sigma_{mm}) a_m^+ a_m + \sum_m (\varepsilon_{mm}^m + \theta_{mm}^m - \Sigma_{mm}) a_m^+ a_m =$$

$$= \widetilde{H} + \sum_m V_{mm}^{m(0)} a_m^+ a_m, \qquad (1)$$

где $m$ и $m'$ — номера узлов решетки; интеграл перескока в Ванье-представлении

$$t_{mm'} = N^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}) \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_{m'})]$$

определяется законом дисперсии $\omega(\mathbf{k}) = \omega \mathbf{d}(\mathbf{k})$, $\omega$ — полуширина зоны, $-1 \leqslant \mathbf{d}(\mathbf{k}) \leqslant 1$. Решетка сплава содержит $N$-узлов и имеет элементарную ячейку кубической симметрии объемом $\Omega$. Собственно энергетическая часть $\Sigma_{mm}(z)$ не зависит от номера узла и является функцией комплексной энергии. Электрон-фононное взаимодействие учитывается в гармоническом приближении

$$\theta_{mm}^{m} = \sum_{\mathbf{q}} (\gamma_{mm\mathbf{q}}^{m} b_{\mathbf{q}} + \gamma_{mm\mathbf{q}}^{m*} b_{\mathbf{q}}^{+}), \tag{2}$$

где $\gamma_{mm\mathbf{q}}^{m}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия ($\gamma^{m}$, $\theta^{m}$, $b_{\mathbf{q}}$ и $t_{mm'}$ считаются конфигурационно независящими),

$$V_{mm}^{m(0)}(z) = \varepsilon_{mm}^{m} + \theta_{mm}^{m} - \Sigma_{mm}(z) \tag{3}$$

матричные элементы оператора потенциала рассеяния на $m$-ном узле.

Периодическое и непериодическое спин-орбитальное взаимодействие (непериодическое при конечных температурах определяется как «примесным» потенциалом рассеяния, так и потенциалом колебаний решетки), как показано в [1], приводит к изменению потенциала рассеяния. В данной работе для сокращения выкладок не разделяется действие периодического и непериодического спин-орбитального взаимодействия. Тогда в блоховском представлении суммарную добавку к потенциалу рассеяния в $n$-ной зоне на $m$-ном узле в линейном приближении по спин-орбитальному взаимодействию можно записать в следующем виде (см. (5) и (6) из [1]):

$$V_{n\mathbf{k},n\mathbf{k}'}^{m(1)} = siN^{-1} \exp[i\mathbf{R}_m(\mathbf{k}' - \mathbf{k})]\, \bar{\lambda}_{so_n}(\nu + 1) r_0^2 [\mathbf{k} \times \mathbf{k}'] \,\frac{M_c^n}{M_0^n} \frac{V_{mm}^{m(0)}}{\omega}, \tag{4}$$

где $\mathbf{r}_0$ — параметр решетки, $\bar{\lambda}_{so_n}$ — константа спин-орбитального взаимодействия, $M_c^n$ — модуль проекции намагниченности $n$-ной зоны на направление полной намагниченности сплава $M_c$, $M_0^n$ — спонтанная намагниченность $n$-ной зоны при $T = 0$, $\nu$ — параметр, пропорциональный отношению межзонного матричного элемента потенциала рассеяния к внутризонному: $s = \pm 1$ для зоны с индексом спина вдоль (против) полной намагниченности сплава.

Учитывая (1)—(4), запишем гамильтониан задачи

$$H = \widetilde{H} + \sum_{m} V_{mm}^{m(0)} a_m^{+} a_m + \sum_{m,m',m''} V_{m'm''}^{m(1)} a_{m'}^{+} a_{m''}. \tag{5}$$

Так как мы будем рассматривать электропроводность намагниченных электронов, то индекс зоны эквивалентен индексу спина, и параметры зоны с индексом спина вдоль намагниченности ($s = 1$; $\varepsilon^{A(B)\uparrow}$) отличаются от параметров зоны с противоположным направлением спина ($s = -1$; $\varepsilon^{A(B)\downarrow}$). Во всех выражениях, где это возможно (в том числе и в (5)), индекс спина, а также аргументы комплексной энергии собственно-энергетической части и функций Грина опущены.

В работе [1] подробно изложена методика расчета аномальной холловской электропроводности в рамках приближения когерентного потенциала. Следуя этой методике, легко получить самосогласованное уравнение для нахождения собственно-энергетической части сплава:

$$\left\langle \left\langle \frac{\varepsilon^{m} + \theta^{m} - \Sigma(z)}{1 - (\varepsilon^{m} + \theta^{m} - \Sigma(z)) F(z)} \right\rangle_{\Phi} \right\rangle = 0, \tag{6}$$

где $\langle\ \rangle$ означает конфигурационное усреднение, $\langle\ \rangle_\Phi$ — усреднение по позициям колеблющихся ионов, а

$$F(z)=\frac{N\Omega}{(2\pi)^3}\int d^3\mathbf{k}\,[z-\omega(\mathbf{k})-\Sigma(z)]^{-1}. \tag{7}$$

Исходя из формулы Кубо, предполагая применимость принципа Борна — Оппенгеймера к электрон-фононной системе сплава [3], проводя вычисления аналогично [1], ч. 3, получим выражение для $\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow\downarrow}$ вклада в аномальную холловскую электропроводность зоны с индексом спина вдоль $(\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow})$ и против $(\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\downarrow})$ намагниченности сплава:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow\downarrow}=\frac{e^2\hbar}{\pi\Omega}\int d\eta\left(-\frac{\partial f}{\partial\eta}\right)\frac{L^{\uparrow\downarrow}(\eta)}{\Delta^2(\eta)}\left[Im\Phi_{\alpha\alpha}(\eta-\Sigma(n^-))\right]^2. \tag{8}$$

Здесь

$$\Phi_{\alpha\alpha}(z)=\int d\xi N^{-1}(z-\xi)^{-1}\sum_{\mathbf{k}}v_{\alpha_{\mathbf{k}}}k_\alpha\,\delta(\xi-\omega(\mathbf{k})); \tag{9}$$

$$\Delta(\eta)=Im\Sigma(\eta^-);\quad \eta^\pm=\eta\pm i0; \tag{10}$$

$$L^{\uparrow\downarrow}(\eta)=-isr_0^2\frac{\overline{\lambda}_{so}}{\omega}\frac{M_c^{\uparrow\downarrow}}{M_0^{\uparrow\downarrow}}\Bigg\langle\Bigg\langle\frac{V_{mm}^{m(0)}(\eta^+)V_{mm}^{m(0)}(\eta^-)}{1-V_{mm}^{m(0)}(\eta^+)F(\eta^+)}-$$

$$-\frac{V_{mm}^{m(0)}(\eta^+)V_{mm}^{m(0)}(\eta^-)}{1-V_{mm}^{m(0)}(\eta^-)F(\eta^-)}\Bigg\rangle_\Phi\Bigg\rangle(\nu+1). \tag{11}$$

В работе [3] показано, что усреднение $\langle\ \rangle_\Phi$ проводится по правилу

$$\langle\psi(\theta^m)\rangle_\Phi=\int d\xi P^m(\xi)\psi(\xi);\quad P^m(\xi)=(2\pi\alpha^m)^{-1/2}\exp\left[-\frac{\xi^2}{2\alpha^m}\right], \tag{12}$$

$$\alpha^m=|\gamma_{mm\mathbf{q}}^m|^2\,coth\left(\frac{1}{2}\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{k_0T}\right), \tag{13}$$

$\omega_{\mathrm{q}}$ — закон дисперсии фононов, $k_0$ — постоянная Больцмана. Выражение (8) описывает асимметричное рассеяние намагниченных электронов проводимости при произвольных концентрациях компонентов сплава, произвольной величине как «примесного», так и электрон-фононного потенциала рассеяния и при произвольной температуре. $L(\eta)$ характеризует вероятность асимметричного рассеяния, $\Delta(\eta)$ имеет смысл обратного времени релаксации, а поведение функции $\Phi_{\alpha\alpha}(z)$ определяется законом дисперсии сплава. Ниже полученные выражения (8)—(13) исследуются для выяснения качественных закономерностей в концентрационной и температурной зависимости АЭХ.

## Концентрационная и температурная зависимость аномальной холловской электропроводности сплава при высоких температурах

Так как температурная зависимость $\alpha^m$ определяется законом дисперсии фононов, то в области температур, где проявляется квантовый характер колебаний решетки, последовательное построение теории АЭХ в настоящее время невозможно в силу неизученности фононных спектров сплавов. Поэтому мы рассмотрим случай высоких температур $T\gg T_D$ ($T_D=xT_D^A+yT_D^B$ — температура Дебая сплава), при этом $\alpha^m$ заведомо пропорционально $T$:

$$\alpha^m = g^m \frac{T}{T_D} \qquad (14)$$

(константы $g^{A(B)}$ характеризуют величину электрон-фононного взаимодействия в чистых металлах и их величина различна для разных зон проводимости). Оценки для величины $\alpha^m$ показывают [3], что $\frac{\alpha}{\omega^2} < 1$. Ниже рассматривается только предельный случай слабого электрон-фононного взаимодействия $\frac{\alpha}{\omega^2} \ll 1$. Тогда $\Sigma$ и $F$ можно разложить в ряд по степеням $\frac{\alpha}{\omega^2}$, причем для вычисления АЭХ можно ограничиться линейными членами:

$$\Sigma = \Sigma^0 + \Sigma^\alpha; \quad F = F^0 + F^\alpha. \qquad (15)$$

Здесь и ниже индекс 0 наверху без скобок означает, что соответствующие величины вычисляются при $T=0$. Тогда из (6) следует, что $\Sigma^0$ и $\Sigma^\alpha$ определяются следующими уравнениями:

$$\langle(\varepsilon^m - \Sigma^0)[1 - (\varepsilon^m - \Sigma^0) F^0]^{-1}\rangle = 0, \qquad (16)$$

$$-\Sigma^\alpha \langle[1 - (\varepsilon^m - \Sigma^0) F^0]^{-2}\rangle + \langle\langle \theta^{m^2} F^0 [1 - (\varepsilon^m - \Sigma^0) F^0]^{-3}\rangle_\Phi\rangle +$$
$$+ F^\alpha \langle(\varepsilon^m - \Sigma^0)^2 [1 - (\varepsilon^m - \Sigma^0) F^0]^{-2}\rangle = 0. \qquad (17$$

Для произвольного закона дисперсии $\Sigma^0$, $\Sigma^\alpha$ и $\Phi_{\alpha\alpha}$ (формулы (16), (17) и (9)) можно найти только машинным расчетом. Поэтому рассмотрим следующую модель сплава [3].

1. Закону дисперсии $\omega(\mathbf{k})$ соответствует полуэллиптическая форма кривой плотности состояний

$$\eta_0(E) = \frac{2}{\pi\omega^2}(\omega^2 - E^2)^{1/2}, \quad |E| \leqslant \omega,$$

$$\eta_0(E) = 0, \qquad\qquad |E| \geqslant \omega. \qquad (18)$$

При этом функция Грина, соответствующая данной плотности состояний, согласно (1.36) из [1]

$$F_0(z) = \frac{2}{\omega^2}[z - (z^2 - \omega^2)^{1/2}]. \qquad (19)$$

2. При данном законе дисперсии

$$N^{-1} \sum_{\mathbf{k}} v_{\alpha\mathbf{k}} k_\alpha \delta(\xi - \omega(\mathbf{k})) = D(\omega^2 - \xi^2)^{3/2}, \qquad (20)$$

где $D$ — константа, характеризующая величину максимальной скорости в зоне. Примем $\omega = 1$.

В рамках рассматриваемой модели (18)—(20):

$$F(z) = F_0(z - \Sigma(z)); \quad F^0(z) = F_0(z - \Sigma^0(z)) : \Sigma(z) = z - \frac{1}{F(z)} - \frac{1}{4}F(z), \qquad (21)$$

$$F^\alpha = \Sigma^\alpha \frac{4(F^0)^2}{4 - (F^0)^2} = -2\Sigma^\alpha\left[1 - \frac{z - \Sigma^0}{\sqrt{(z - \Sigma^0)^2 - 1}}\right], \qquad (22)$$

$$Im\Phi_{\alpha\alpha}(\eta - \Sigma(\eta^-)) = D\frac{\pi}{32}\{\pi^3\eta^3(\eta) + 3\pi\eta(\eta)[4 - (ReF(\eta))^2]\}, \qquad (23)$$

где $\eta(\eta)=\pi^{-1} ImF(\eta^-)$ — плотность состояний сплава с учетом электрон-фононного взаимодействия.

Для нахождения $\sigma^{(1)}_{\alpha\beta}$ необходимо решить систему уравнений (16)—(17), (21)—(22) и найденные при этом $\Sigma^0$; $\Sigma^\alpha$; $F^0$; $F^\alpha$ использовать для расчета $\Delta(\eta):L(\eta)$; $Im\Phi_{\alpha\alpha}(\eta-\Sigma(\eta^-))$ (см. (10), (11) и (23)). Уравнение (16) решается аналитически только в ряде предельных случаев, рассматриваемых ниже. Обозначим $\varepsilon^A-\varepsilon^B=\delta$ (для определенности $\delta>0$), $\bar{\alpha}=x\alpha^A+y\alpha^B$, $\bar{\in}=x\varepsilon^A+y\varepsilon^B$ и будем пренебрегать температурным размытием функции Ферми, т. е. $-\frac{\partial f}{\partial\eta}=\delta(E_F-\eta)$.

Слабое «примесное» рассеяние ($\delta\ll 1$). Из уравнения (16) при $\delta\ll 1$ с точностью до членов порядка $\delta^2$ следует

$$\Sigma^0(z)=\bar{\in}+xy\delta^2F_0(z-\bar{\in}).$$

Тогда, решая уравнение (17) и учитывая (22), получаем

$$\Sigma(z)=\bar{\in}+(xy\delta^2+\bar{\alpha})F_0(z-\bar{\in});\quad F(z)=F^0(z)+4\bar{\alpha}(F^0(z))^3[4-(F^0(z))^2]^{-1}.$$

Отсюда

$$\Delta_1(\eta)=Im\Sigma(\eta^-)=(xy\delta^2+\bar{\alpha})\pi\eta^0(\eta), \tag{24}$$

$$\pi\eta^0(\eta)=ImF_0(\bar{\eta}-\bar{\in})=2\sqrt{1-(\eta-\bar{\in})^2}; \tag{25}$$

$$\pi\eta(\eta)=\pi\eta^0(\mu)-2\bar{\alpha}\pi\mu^0(\eta)\left[1-\frac{(\eta-\bar{\in})^2}{1-(\eta-\bar{\in})^2}\right]. \tag{26}$$

Рассчитывая величину $L(\eta)$ по формуле (11), представим ее в следующем виде:

$$L^{\uparrow\downarrow}(\eta)=L^{0\uparrow\downarrow}_{(\eta)}+L^{\alpha\uparrow\downarrow}_{(\eta)}+L^{\alpha^2\uparrow\downarrow}_{(\eta)}=-sr_0^2(\nu+1)\frac{M_c^{\uparrow\downarrow}}{M_0^{\uparrow\downarrow}}\bar{\lambda}_{s0}2\pi\eta^0(\eta)\times$$
$$\times[B_1^0(\eta)+B_1^\alpha(\eta)+B_1^{\alpha^2}(\eta)], \tag{27}$$

$$B_1^0(\eta)=xy(y-x)\delta^3+4xy(1-3xy)\delta^4(\eta-\bar{\in})-8x^2y^2\delta^4(\eta-\bar{\in}), \tag{28}$$

$$B_1^\alpha(\eta)=3xy\delta(\alpha^A-\alpha^B)+24xy(y-x)(\alpha^A-\alpha^B)\delta^2(\eta-\bar{\in})+8xy\bar{\alpha}\delta^2(\eta-\bar{\in}), \tag{29}$$

$$B_1^{\alpha^2}(\eta)=4[3(x\alpha^{A^2}+y\alpha^{B^2})-2\bar{\alpha}^2](\eta-\bar{\in}), \tag{30}$$

$L^0(\eta)$ — характеризует вероятность «примесного» рассеяния. Величина $L^{\alpha^2}(\eta)$ связана с рассеянием на фононах в сплаве, а $L^\alpha(\eta)$ описывает вероятность интерференционного рассеяния. Так как $\alpha$ имеет размерность квадрата энергии ($\alpha\ll 1$), а $\delta$ — размерность энергии, то в рассматриваемом случае $\delta\ll 1$ отброшены все члены порядка $\delta^5$; $\alpha^2\delta$; $\delta^3\alpha$ и выше, при вычислении $\sigma^{(1)}_{\alpha\beta}$ с той же точностью:

$$Im\Phi_{\alpha\alpha}(\eta-\Sigma(\eta^-))=\frac{\pi^4}{8}D[\eta^0(\eta)]^3. \tag{31}$$

Подставляя (24) и (27)—(31) в (8), получаем следующее выражение для аномальной холловской электропроводности при $\delta\ll 1$:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow\downarrow} = -D' s\bar{\lambda}_{so} \frac{M_c^{\uparrow\downarrow}}{M_0^{\uparrow\downarrow}} [\eta^0_{\uparrow\downarrow}(E_F)]^7 \frac{B_1^{0\uparrow\downarrow}(E_F) + B_1^{\alpha\uparrow\downarrow}(E_F) + B_1^{\alpha^2\uparrow\downarrow}(E_F)}{[\Delta_1^{\uparrow\downarrow}(E_F)]^2}, \tag{32}$$

где

$$D' = \frac{e^2\hbar}{\pi\Omega} D^2 \frac{\pi^7}{32} (\nu + 1) r_0^2.$$

**Сильное «примесное» рассеяние** ($\delta \gg 1$) (уровень Ферми в окрестности $\varepsilon^A$). В этом случае для $z$ вблизи $\varepsilon^A \,|\, (\varepsilon^B - \Sigma^0(z)) F^0(z) \,| \gg 1$ и из (16) и (21) следует с точностью до членов порядка $\delta^{-1}$:

$$\Sigma^0(z) = \varepsilon^A - y(F^0(z))^{-1}; \qquad F^0(z) = 2\left[z - \varepsilon^A - \sqrt{(z - \varepsilon^A)^2 - x}\,\right].$$

Подставляя $\Sigma^0$ и $F^0$ в уравнение (17), при $\alpha\delta \ll 1$, учитывая (22), получаем

$$F^\alpha(z) = \frac{\alpha^A}{x} F^0(z) \frac{4(F^0(z))^2}{4x - (F^0(z))^2}; \qquad \Sigma^\alpha(z) = \frac{\alpha^A}{x} F^0(z) \frac{4 - (F^0(z))^2}{4x - (F^0(z))^2}. \tag{33}$$

Следовательно:

$$\Delta_2(\eta) = \pi\eta^0(\eta) \left[\frac{y}{y_x} + \frac{\alpha^A}{x}\left(1 + \frac{2y}{[\pi\eta^0(\eta)]^2}\right)\right]; \tag{34}$$

$$\pi\eta^0(\eta) = 2\sqrt{x - (\eta - \varepsilon^A)^2}; \tag{35}$$

$$\pi\eta(\eta) = \pi\eta^0(\eta) - \pi\eta^0(\eta) \frac{2\alpha^A}{x}\left[1 - \frac{(\eta - \varepsilon^A)^2}{x - (\eta - \varepsilon^A)^2}\right]; \tag{36}$$

$$Im\Phi_{\alpha\alpha}(\eta - \Sigma(\eta^-)) = D\frac{\pi^4}{8}[\eta^0(\eta)]^3 \left[1 + \frac{3y}{[\pi\eta^0(\eta)]^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{3\alpha^A}{2x}\left(1 - \frac{2(\eta - \varepsilon^A)^2}{x - (\eta - \varepsilon^A)^2}\right)\right]; \tag{37}$$

$$L^{\uparrow\downarrow}(\eta) = -sr_0^2(\nu + 1)\frac{M_c^{\uparrow\downarrow}}{M_0^{\uparrow\downarrow}} \bar{\lambda}_{so} 2\pi\eta^0(\eta)[B_2^0 + B_2^\alpha(\eta) + B_2^{\alpha^2}(\eta)]; \tag{38}$$

$$B_2^0 = -\frac{y}{4x}\delta; \qquad B_2^\alpha(\eta) = -\frac{y\delta\alpha^A}{2x[x - (\eta - \varepsilon^A)^2]};$$

$$B_2^{\alpha^2}(\eta) = \left(\frac{\alpha^A}{x}\right)^2 4(\eta - \varepsilon^A). \tag{39}$$

Так как при всех концентрациях, кроме $y \ll 1$, $B_2^{\alpha^2} \ll B_2^\alpha$, в выражении для $B_2^{\alpha^2}$ опущены члены линейные по $y$. Подставляя (34)—(39) в (8), получаем для аномальной холловской электропроводности при $\delta \gg 1$

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow\downarrow} = -D' s\bar{\lambda}_{so} \frac{M_c^{\uparrow\downarrow}}{M_0^{\uparrow\downarrow}} [\eta^0_{\uparrow\downarrow}(E_F)]^7 \frac{B_3^{0\uparrow\downarrow}(E_F) + B_3^{\alpha\uparrow\downarrow}(E_F) + B_3^{\alpha^2\uparrow\downarrow}(E_F)}{[\Delta_3^{\uparrow\downarrow}(E_F)]^2}, \tag{40}$$

где

$$B_3^0(E_F) = -\frac{y}{4x}\delta\left(1 + \frac{3y}{[\pi\eta^0(E_F)]^2}\right),$$

$$B_3^\alpha(E_F) = \frac{y\alpha^A\delta}{4x^2}\left(1 + \frac{8(E_F - \varepsilon^A)^2}{[\pi\eta^0(E_F)]^2}\right), \tag{41}$$

$$B_3^{\alpha^2}(E_F)=\left(\frac{\alpha^A}{x}\right)^2 4(E_F-\varepsilon^A),\qquad \Delta_3(E_F)=\pi\eta^0(E_F)\left[\frac{y}{4x}+\frac{\alpha^A}{x}\right]. \quad (42)$$

Причем в выражениях, связанных исключительно с рассеянием на фононах, отброшены члены, линейные по $y$.

Сильное примесное рассеяние ($\delta\gg1$). (Уровень Ферми в окрестности $\varepsilon^B$.) Данный случай эквивалентен рассмотренному выше при замене $A$ на $B$ и $x$ на $y$ во всех выражениях в формуле (40). Как следствие такой замены $B_3^0$ и $B_3^\alpha$ меняют знак.

Чистый ферромагнитный металл $A$. В рассматриваемом случае $\delta=0$, $\varepsilon^B=\varepsilon^A$ и $\overline{\varepsilon}=\varepsilon^A$ легко получить аналогично случаю слабого «примесного» рассеяния:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow\downarrow}=-D's\overline{\lambda}_{s0}\frac{M_c^{\uparrow\downarrow}}{M_0^{\uparrow\downarrow}}[\eta_{\uparrow\downarrow}^0(E_F)]^7\frac{B_4^{\alpha^2\uparrow\downarrow}(E_F)}{[\Delta_4^{\uparrow\downarrow}(E_F)]^2}, \quad (43)$$

где

$$\Delta_4(E_F)=\alpha^A\pi\eta^0(E_F);\qquad B_4^{\alpha^2}(E_F)=\alpha^{A^2}4(E_F-\varepsilon^A). \quad (44)$$

В заключение приведем два хорошо известных выражения, необходимых для обсуждения полученных результатов. В наших обозначениях константа АЭХ

$$R=-\frac{\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\uparrow}+\sigma_{\alpha\beta}^{(1)\downarrow}}{4\pi M_c}\rho^2, \quad (45)$$

где $\rho$ — полное сопротивление сплава, а вклад в обычную электропроводность зоны проводимости $\sigma_{\alpha\alpha}^{\uparrow\downarrow}=\sigma^{\uparrow\uparrow}$ [3]:

$$\sigma^{\uparrow\downarrow}=\frac{\pi e^2\hbar^2}{12\Omega}D\left(\frac{\partial^2\omega(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}^2}\right)_{E_F}^{-1}\frac{\eta_{\uparrow\downarrow}^3(E_F)}{\Delta^{\uparrow\downarrow}(E_F)}\left(1+\frac{6\Delta^{\uparrow\downarrow}(E_F)}{\pi\eta_{\uparrow\downarrow}(E_F)}\right). \quad (46)$$

Во всех рассмотренных нами случаях второй частью в скобке в формуле (46) можно пренебречь и если $\eta(E_F)\approx\eta^0(E_F)$, что

$$\rho_{\uparrow\downarrow}=(\sigma^{\uparrow\downarrow})^{-1}=\frac{12\Omega}{\pi^2e^2\hbar^2D}\left(\frac{\partial^2\omega(\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}^2}\right)_{E_F}\frac{\Delta^{(\uparrow\downarrow)}(E_F)}{[\eta_{\uparrow\downarrow}^0(E_F)]^3}. \quad (47)$$

## Обсуждение результатов

Из формул (32), (40), (43) и (45) следует, что константа АЭХ сплава, в котором носителями АЭХ являются одновременно электроны полос проводимости с индексом спина вдоль ($s=+1$) и против ($s=-1$) намагниченности, может быть записана в следующем виде:

$$R=\frac{D'}{4\pi}\frac{\overline{\lambda}_{s0}}{M_c}\left\{\frac{M_c^\uparrow}{M_0^\uparrow}[\eta_\uparrow^0(E_F)]^7\frac{B_\uparrow^0+B_\uparrow^\alpha+B_\uparrow^{\alpha^2}}{(\Delta^\uparrow)^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{M_c^\downarrow}{M_0^\downarrow}[\eta_\downarrow^0(E_F)]^7\frac{B_\downarrow^0+B_\downarrow^\alpha+B_\downarrow^{\alpha^2}}{(\Delta^\downarrow)^2}\right\}\rho^2, \quad (48)$$

причем концентрационная зависимость всех величин, входящих в (48), существенно отличается в случаях слабого и сильного «примесного» рассеяния, а температурная зависимость остается неизменной.

При $T=0$ $R\to R^0\sim\frac{B^0}{(\Delta^0)^2}(\rho^0)^2$, что согласуется с [1], а в случае чистого металла (см. (43)) $R^A \sim \rho^2 \sim T^2$ (см. [4]). Следовательно, формула (48) правильно описывает предельные случаи остаточного АЭХ и АЭХ в чистых металлах, и правило Маттисена не применимо к константе АЭХ при любых концентрациях примесей.

Легко убедиться, что концентрационные зависимости $B^0$ и $B^\alpha$ при $\delta \ll 1$ (формулы (28)—(30)) совпадают с полученными соответствующими концентрационными зависимостями работы [2] (при $\rho \sim \Delta$ и $\rho^0 \sim xy$). В то же время концентрационные зависимости $B^{\alpha^2}$ несколько отличаются (последний член формулы (35) работы [2] и формула (30) данной работы). Это связано с тем, что член $B^{\alpha_2}$, описывающий вероятность рассеяния электронов на фононах, определяется в работе [2] двухфононными процессами ($B_{\text{II}}^{\alpha^2}$), а в данной — однофононными ($B_{\text{I}}^{\alpha^2}$) (см. (2)). Так как двухфононные процессы не дают вклада в $B^\alpha$ [2], не меняют температурной зависимости, а также порядок величины $B^{\alpha^2}$ [4], то учет исключительно однофононных либо двухфононных процессов в формировании $B^{\alpha^2}$ не приводит к ошибкам в качественной теории. Тем не менее при построении количественной теории учет как $B_{\text{I}}^{\alpha^2}$, так и $B_{\text{II}}^{\alpha^2}$ необходим.

Вероятность интерференционного рассеяния определяется членом $B^\alpha$. При $\delta \ll 1$ в силу (29) интерференция возникает в основном из-за различного характера колебаний ионов $A$ и $B$ $(B_{\text{I}}^\alpha \sim \alpha^A - \alpha^B)$, при этом $B^\alpha$ порядка $B^0$. При $\delta \gg 1$, $B^\alpha$ (см. (41)) возникает за счет перенормировки функции Грина под влиянием электрон-фононного взаимодействия (см. (36)—(39) и (41)—(42)) и $B^\alpha \ll B^0$.

Выделяя в $B^\alpha$ и $B^{\alpha^2}$ явно температурную зависимость $\left(\text{см. (14)}, \; B^\alpha = C^g \frac{T}{T_D}; \; B^{\alpha^2} = C^{g^2} \left(\frac{T}{T_D}\right)^2\right)$ и используя формулу (47), выражение (48) можно переписать в следующем эквивалентном виде:

$$R = \frac{D'' \overline{\lambda}_{s0}}{M_c} \left\{ \frac{M_c^\uparrow}{M_0^\uparrow} \eta_\uparrow^0 (E_F) \left[ B_\uparrow^0 + C_\uparrow^g \frac{T}{T_D} + C_\uparrow^{g^2} \left(\frac{T}{T_D}\right)^2 \right] \left(\frac{\rho}{\rho_\uparrow}\right)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{M_c^\downarrow}{M_0^\downarrow} \eta_\downarrow^0 (E_F) \left[ B_\downarrow^0 + C_\downarrow^g \frac{T}{T_D} + C_\downarrow^{g^2} \left(\frac{T}{T_D}\right)^2 \right] \left(\frac{\rho}{\rho_\downarrow}\right)^2 \right\}, \tag{49}$$

где через $D''$ обозначена константа, не зависящая от температуры и состава сплава. Начнем с выяснения температурной зависимости АЭХ. Предположим, что

$$\frac{\rho(T)}{\rho_{\uparrow\downarrow}(T)} = \frac{\rho(T_D)}{\rho_{\uparrow\downarrow}(T_D)}, \quad T \gg T_D, \tag{50}$$

и что смещением уровня Ферми под влиянием температурного размытия плотности состояний сплава (см. (20), (36)) в силу слабости электрон-фононного взаимодействия можно пренебречь. Тогда из (49) получаем

$$R = a + b \frac{T}{T_D} + c \left(\frac{T}{T_D}\right)^2, \qquad T \gg T_D, \tag{51}$$

где $a$, $b$ и $c$ не зависят от температуры. В работах [5, 6] показано, что линейно-квадратичная функция температуры хорошо описывает температурное поведение $R$ в различных сплавах при $T < T_C$ ($T_C$ — температура Кюри).

Необходимо сделать два замечания относительно формулы (51). Во-первых, сравнение формулы (51) для ферромагнитных сплавов при $T<T_C$ (о парамагнитной области см. ниже) возможно лишь для сплавов с $T_C \gg T_D$. Но в сплавах с высокими точками Кюри существенную роль могут играть процессы рассеяния на магнитных неоднородностях. Так как в настоящее время не построено теории АЭХ, учитывающей процессы рассеяния на магнитных неоднородностях и связанных с ними интерференционных процессов в сплавах при $T_D<T<T_C$, то совпадение температурной зависимости, выражаемой формулой (51), с экспериментальными данными в этом температурном интервале не может служить доказательством о несущественной роли указанных процессов рассеяния в формировании АЭХ. Во-вторых, величина $a$, хотя и пропорциональна, но не совпадает в точности с $R^0$, как следует из (49)—(51).

В парамагнитной области формула (51) остается в силе, отсюда следует, что температурная зависимость в сплавах при $T>T_C$ существенно слабее, чем в чистых металлах выше $T_C$, и обнаружение температурной зависимости $R$ при $T>T_C$ связано с рядом экспериментальных трудностей, основная из которых малая величина э. д. с. АЭХ в парамагнитной области. Температурную зависимость АЭХ при $T>T_C$ при существующей точности измерений э. д. с. ($\sim 10^{-9}$ $B$) можно наблюдать лишь в сплаве определенного концентрационного состава, при котором $T_C \gg T_D$, что дает возможность пренебречь рассеянием на магнитных неоднородностях при $T \gg T_D$ и $a \approx 0$, что приводит к более резкой температурной зависимости $R$ этого сплава по сравнению с чистым ферромагнитным металлом. (В чистом ферромагнитном металле при $T>T_C$ $R \approx a^m + cT^2$, где первый член связан с рассеянием на магнитных неоднородностях и порядка второго члена, связанного с рассеянием на фононах.) Так как $a \sim R^0$ ($R^0$ может изменить знак при некотором концентрационном составе сплава вне области малой концентрации одного из компонентов сплава [1]), то эти требования не являются противоречивыми и экспериментальное исследование сплавов, обладающих указанными свойствами, может служить непосредственной проверкой предлагаемой теории. Температурная зависимость $R$ при $T>T_C$ наблюдалась в работе [7] в сплаве $Ni_x Cu_y$ при содержании $N_i$ 61,87% ($T_C=230$ K). Так как $R^0$ в этой работе не выделялся, то остается неясным, действительно ли в этом сплаве $a \approx 0$.

Так как рассмотренные нами предельные случаи слабого ($\delta \ll 1$) и сильного «примесного» рассеяния безусловно не соответствуют реальным значениям $\delta$ в сплавах переходных металлов, то к полученным в данной работе концентрационным зависимостям $B^0$; $B^\alpha$; $B^{\alpha^2}$ (см. (28)—(30) и (41)—(42), которым пропорциональны соответственно $a$, $b$ и $c$, следует относиться с большей степенью осторожности при сравнении с экспериментальными данными.

Автор выражает глубокую признательность проф. Е. И. Кондорскому за руководство работой и обсуждение полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кондорский Е. И., Ведяев А. В., Грановский А. Б. Тезисы доклада на 18-м Всесоюзном совещании по физике низких температур. Киев, 1974; «Физика металлов и металловедение», **40**, 1974.
2. Волошинский А. Н., Рыжакова Н. В. «Физика металлов и металловедение», **34**, 21, 1972.
3. Chen A., Weisz G., Sher A. Phys. Rev., **B 5**, 2897, 1972.

4. Грановский А. Б., Кондорский Е. И. «Физика металлов и металловедение», 39, 718, 1975.
5. Васильева Р. П., Черемушкина А. В. и др. «Физика металлов и металловедение», 38, 289, 1974.
6. Кондорский Е. И., Черемушкина А. В. и др. «Физика твердого тела», 6, 539, 1964.
7. Roy S. K., Subrahmanyam A. V. «Phys. Rev.», 177, 1133, 1965.

Поступила в редакцию
26.12 1974 г.

Кафедра
магнетизма