

УДК 533.9.082.5

Л. М. ВОЛКОВА, А. М. ДЕВЯТОВ, Е. А. КРАЛЬКИНА,
С. Ф. ШУШУРИН

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ В ПЛАЗМЕ ПО ИНТЕНСИВНОСТЯМ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

Изложены результаты решения модельных задач по определению распределения электронов по энергиям по интенсивностям спектральных линий. Проведен анализ зависимости точности восстановления решения от ошибок входных данных.

В работах [1, 2] был предложен новый метод расчета функций распределения электронов по энергиям в плазме по экспериментально измеренным интенсивностям спектральных линий, а также проведены предварительные расчеты. Необходимость постановки такой задачи была вызвана тем, что существующие экспериментальные методы определения функций распределения, во-первых, не дают удовлетворительной информации об электронах больших энергий, а, во-вторых, вносят некоторые возмущения в плазму, тогда как спектроскопические исследования свободны от этого недостатка.

Как известно, при определенных условиях, когда возбужденные уровни атомов заселяются за счет прямого возбуждения и каскадных переходов с вышележащих уровней, а рассеяются за счет спонтанных переходов вниз, для величины интенсивности i -той спектральной линии справедлива следующая формула:

$$I(x_i) = N_0 N_e h \nu(x_i) \int_{eV_h(x_i)}^{\infty} Q(x_i, V) f(V) V \bar{V} dV, \quad (1)$$

где N_0 — концентрация атомов в нормальном состоянии, N_e — концентрация электронов, h — постоянная Планка, V — энергия электронов, $f(V)$ — функция распределения электронов по энергиям, $I(x_i)$ — значение интенсивности, $\nu(x_i)$ — частота, $Q(x_i, V)$ — оптическая функция возбуждения, $V_h(x_i)$ — потенциал возбуждения i -той спектральной линии.

Зависимость соответствующих величин от x_i отражает их зависимость от индексов уровней, между которыми происходит излучательный переход.

Решая систему уравнений (1), записанных для различных спектральных линий, можно получить информацию об электронах больших энергий V , т. е. в области $V > \min\{eV_k(x_i)\}$. Система уравнений (1) представляет собой уравнение Вольтерра 1-го рода, заданное в опорных точках x_i , которое после несложных преобразований (см. [1, 2]) можно свести к уравнению Фредгольма 1-го рода:

$$U(x) = \int_a^b K(x, V) f(V) dV, \quad (2)$$

где

$$U(x) = I(x)/N_0 N_e h\nu(x),$$

$K(x, V) = Q(x, V) \sqrt{V}$ — ядро интегрального уравнения (2), $f(V)$ — искомая функция, $a = \min\{eV_k(x_i)\}$; b выбирается из условия:

$$\int_b^\infty K(x, V) f(V) dV \ll \int_a^b K(x, V) f(V) dV.$$

Решение уравнения (2), т. е. определение функции $f(V)$ по известным $K(x, V)$ и $U(x)$, относится к классу некорректных задач и является неоднозначным. Однако приближенное решение (2) можно получить, воспользовавшись одним из регуляризирующих по А. Н. Тихонову алгоритмов [3], который требует наложения некоторых качественных ограничений на область изменения функции и ее производной.

Прежде чем применить метод регуляризации к вычислению функции распределения по данным эксперимента, необходимо определить влияние неизбежных погрешностей входных данных, т. е. величин $I(x_i)$, N_0 , N_e и $Q(x_i, V)$, на точность восстанавливаемого распределения, иными словами, выяснить возможность метода применительно к нашей конкретной задаче. Для этого решался ряд модельных задач, идея которых состояла в том, что по заданному распределению и функциям возбуждения вычислялись значения функции $U(x)$, а затем решалась обратная задача, причем значения функций $U(x)$ и $Q(x, V)$ использовались с некоторыми наперед заданными ошибками. По отклонению вычисленной функции от заданной можно было судить о погрешности полученного решения. Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-4 по программе [4]. Регуляризирующий функционал в наших расчетах имел вид

$$\Omega[f(V)] = \int_a^b (K_1(V) f'(V))^2 dV, \quad (3)$$

$K_0(V) \equiv 0$, $K_1(V) \equiv 1$, т. е. ограничения были наложены только на производную искомой функции.

В качестве исходных функций распределения мы использовали 1) распределение Максвелла с $T_e = 10$ эВ, 2) распределение с недостатком быстрых электронов и 3) распределение $\exp(-V/10)(1 + 0,5 \sin 0,628 V) \sqrt{V}$.

Последнее распределение было необходимо для выяснения чувствительности метода к выявлению «тонкой» структуры распределения. Вычисления проводились по значениям интенсивностей 7 линий, распределение электронов было поручено в 36 точках. Значения функций $U(x)$ вводились в машину с различными относительными ошибками. Для каждой серии значений $U(x)$ обратная задача решалась 2 раза —

один раз с повышенным, а второй раз с заниженным на ту же величину ядром. На рисунках 1—3 представлены результаты вычислений. Сплошной кривой отмечены заданные распределения, а кружками — результаты вычислений. Нижняя кривая соответствует вычислениям с завышенным ядром, а верхняя — с заниженным. Из рисунков видно, что общим недостатком полученных решений является их «за-

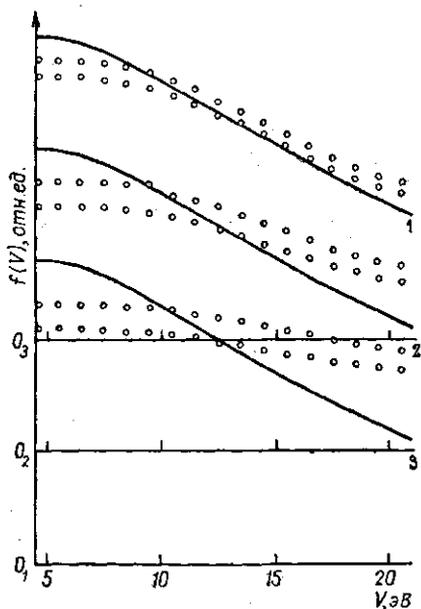


Рис. 1. Заданное распределение $\exp(-V/10)\sqrt{V}$. Относительная погрешность функции $U(x)$: 1—5, 2—10 и 3—15%

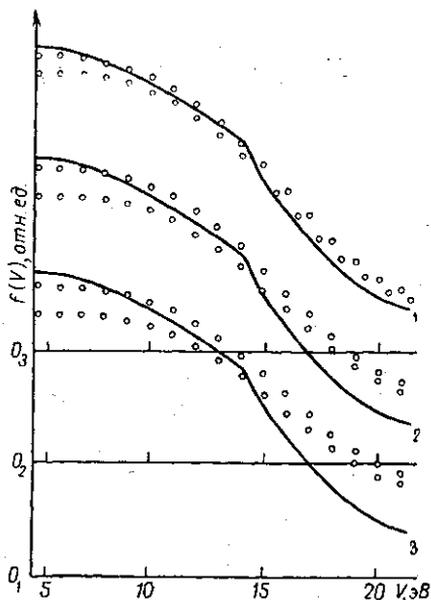


Рис. 2. Заданное распределение $\exp(-V/10)\sqrt{V}$ для $V < 13,5$, $7,6 \exp(-V/4)\sqrt{V}$ для $V \geq 13,5$. Обозначения те же, что на рис. 1

глаженность». Особенно это проявляется на концах кривых, так как нами использовались естественные граничные условия $f'(V)|_{a,b} = 0$. Поэтому разумно значения, вычисленные в нескольких крайних точках, отбросить.

Из рисунков видно, что распределения 1 и 2 восстанавливаются достаточно хорошо. Так, при погрешности в 15% точность полученных решений не хуже 35—45%, т. е. порядка точности, получаемой при помощи зондовой методики. Распределение 3 при тех же ошибках входных данных восстанавливается значительно хуже. Однако не следует делать вывод, что «осцилляции» при помощи метода регуляризации выявить вообще нельзя. При погрешности $U(x)$ в 1% получается достаточно хорошее, особенно в средней части, решение (рис. 3).

Из рисунков 1—3 видно, что из-за сильной зависимости погрешности рассчитанных распределений от погрешности измерений, требования к точности эксперимента становятся очень жесткими. Поэтому закономерно встает вопрос о возможностях повышения точности восстановления решения. Примененный регуляризирующий алгоритм (3) основан на том, что из всех возможных решений уравнения (2) выбирается решение определенной степени гладкости, т. е. используется некоторая качественная информация об искомом решении.

Обычно об искомой функции распределения мы знаем гораздо больше, например: начиная с некоторой энергии, эта функция становится убывающей. Всю известную информацию о решении можно использовать, если регуляризирующий функционал $\Omega[f(V)]$ представить в виде [5]

$$\Omega[f(V)] = \int_a^b K_0(V) f(V)^2 + K_1(V) f'(V)^2 dV, \quad (4)$$

$$K_0(V) = \int_c^d K(x, v) U(x) / f_0(V) dx, \quad K_1(V) = \text{const}, \quad c \leq x \leq d.$$

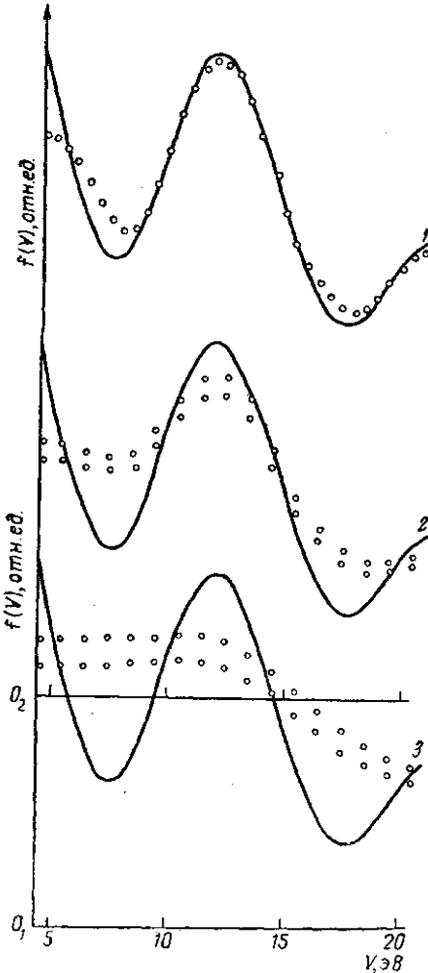


Рис. 3. Заданное распределение $\exp(-V/10) (1 + 0,5 \sin \times 0,628V) \sqrt{V}$. 1 — Относительная погрешность функции $U(x)$: 1—1, 2—5 и 3—15%. Кривая 1 рассчитана с точным ядром

В качестве нулевого приближения искомой функции распределения $f_0(V)$ можно использовать распределение Максвелла с температурой электронов, полученной зондовым методом, или распределение, измеренное методом второй производной и экстраполированное до больших энергий, или использовать результаты, полученные в аналогичных экспериментах.

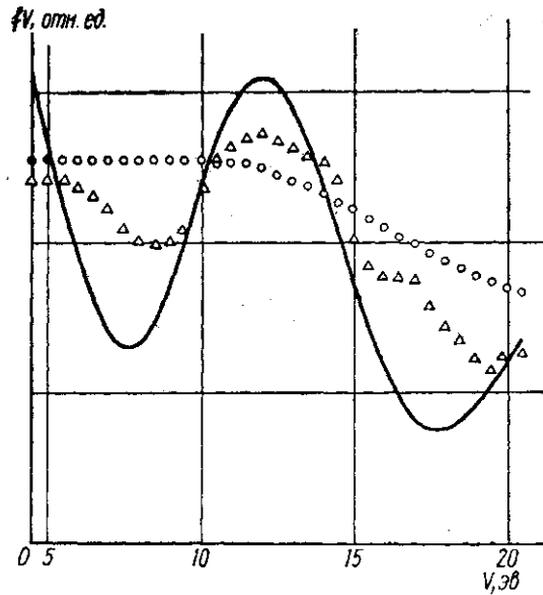


Рис. 4. Заданное распределение $\exp(-V/10) (1 + 0,5 \sin 0,628 V) \sqrt{V}$. Относительная погрешность функции $U(x)$ —15%

Если же достоверной информации о нулевом приближении функции распределения нет или требуется использовать результаты только

спектроскопических исследований, можно принять следующую схему для расчета функции распределения. Сначала рассчитывается распределение с регуляризующим функционалом (3), а затем оно используется в качестве нулевого приближения для дальнейших расчетов с функционалом (4). Но, применяя вышеизложенную методику к вычислению нулевого приближения искомого решения, следует очень внимательно подходить к выбору параметра регуляризации α . Если выбрать в качестве нулевого приближения решение, полученное с $\alpha \leq \alpha_{\text{опт}}$, то оно может обладать структурой, ничего общего с искомым решением не имеющей, тем самым вместо уточнения решения его можно исказить. Более целесообразно в качестве нулевого приближения использовать решение, полученное с $\alpha \geq \alpha_{\text{опт}}$. В этом случае решение получается несколько заглаженным. Исходя из этого, мы можем с уверенностью считать, что если полученное решение обладает какой-то структурой, то она наверняка присутствует и у действительного распределения, т. е. полученное решение передает основные черты действительного, хотя и сглажено. На рис. 4 представлены результаты вычислений по приведенной выше схеме для модельной задачи с исходной функцией распределения вида 3. Сплошной кривой отмечено заданное распределение, \circ — решение, полученное с регуляризующим функционалом в виде (3), ∇ — решение с Ω в виде (4). В качестве нулевого приближения использовалось решение, отмеченное \circ . На рис. 4 представлен результат решения модельной задачи с заниженным ядром. Кривая, рассчитанная с завышенным ядром, имеет аналогичный вид. Из сравнения решений (рис. 3 и 4) видно, что распределение, полученное с нулевым приближением, значительно ближе к заданному.

Таким образом, из рассмотрения полученных результатов можно сделать вывод о перспективности описанного метода вычисления функции распределения электронов по энергиям по интенсивностям спектральных линий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арбузов А. С., Девятков А. М., Шушурин С. Ф. Тезисы докладов на Третьей Всесоюзной конференции по физике низкотемпературной плазмы. М., 1971, стр. 204.
2. Arbuzov A. S., Devyatov A. M., Shushyurin S. P., Solovuyov T. N. Proc. Xth ICRIG, Contributed Papers, Oxford, 1971, p. 387.
3. Тихонов А. Н. ДАН СССР, 151, 501, 1963.
4. Киуру Э. М., Меченов А. С. Стандартная программа решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода методом регуляризации, вып. 45, ротапринт ВЦ МГУ, 1971.
5. Заикин П. Н., Меченов А. С. Некоторые вопросы автоматизированной обработки и интерпретации физических экспериментов». М., 1973.

Поступила в редакцию
10.10 1974 г.

Кафедра
электроники