Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1976

УДК 538.56 : 533.9.01

В. К. ГРИШИН

О ВОЗБУЖДЕНИИ ВОЛН БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ В ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ (замедляющих системах)

Методом нелинейного кинетического уравнения оцениваются предельные поля, генерируемые замагниченным пучком в замедляющей системе. Показывается, что волны большой амплитуды могут достигаться лишь в системах с малой фазовой скоростью. Оцениваются предельные значения потенциала поля и тока пучка.

1. Проблеме генерации волн большой амплитуды в настоящее время уделяется большое внимание (см., например, [1, 2]). В качестве одной из перспективных рассматривается схема с пучком в электродинамических структурах, обладающих свойствами замедляющей системы. Последняя понимается чисто феноменологически как система, в которой фазовая скорость электромагнитных волн может быть меньше скорости инжектируемых частиц (плазменный или диафрагмированный волновод, ферромагнитный канал и т. д.). В этих условиях генерация волн происходит в результате развития продольной неустойчивости пучка (в соответствующей области частот и длин волн). Эволюция этого процесса должна привести к конечному состоянию, где автомодулирующее действие продольного поля (самофокусировка) стабилизируется энергетическим перемешиванием частиц в пучке. Это согласованное состояние поле — пучок и определяет предельные поля, возбуждаемые пучком в замедляющей системе.

Возможность достижения предельного состояния в системе плазма — пучок обсуждается, в частности, в [2—6], где рассматривается также проблема устойчивости подобных состояний при некоторых условиях. В настоящей работе оцениваются возможности, заключенные в самих пучковых системах (пучок замагничен, воздействие полей на замедляющее устройство не рассматривается). Используя феноменологический подход, с помощью анализа самосогласованного состояния устанавливаются некоторые общие требования к свойствам пучка и замедляющих систем, без соблюдения которых невозможно достижение предельных амплитуд.

2. Рассмотрим интенсивный электронный пучок в бесконечно длинной замедляющей системе. Положим, что в поперечной плоскости электроны стабилизированы продольным магнитным полем (сколь угодно большим). Допустим также, что диаметр сечения пучка заметно меньше

характерных поперечных размеров замедляющей системы. Тогда продольное поле, генерируемое пучком, будет практически однородно в плоскости сечения пучка, и задача описания состояния пучка сводится к одномерной.

Таким образом, предельное (стационарное в системе координат пучка) состояние, когда электроны стягиваются в отдельные сгустки большой интенсивности, описывается нелинейным уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial P} e\mathscr{E} + (v - v_s) \frac{\partial F}{\partial z'} = 0, \qquad (1)$$

где F — плотность пучка, $P = p - p_s$, p — продольный импульс частиц, $p_s = mv_s \gamma_s$, $\gamma_s^2 = (1 - \beta_s^2)$, $v = \beta c$ — скорость частиц со средним значением v_s (все в лабораторной системе); $z' = z - v_s t$ (z — вдоль оси системы), $\mathscr{E} = \mathscr{E}(F)$ — продольное поле пучка, синхронизированное с ним. Согласно сказанному выше, под $\int F dP$ целесообразно понимать линейную плотность пучка.

Очевидно, сгусток частиц движется со средней скоростью v_s, так что на каждом сечении

$$\langle v - v_s \rangle \int F dP = \int (v - v_s) F dP = 0. \qquad (2)$$

Этому свойству удовлетворяет функция, непосредственно следующая из решения характеристической системы для (1):

$$F = F(\psi^2(z') - w), \quad w = \int\limits_0^P (v - v_s) dP', \qquad (3)$$

где $w \geqslant 0$, $w = 0$ лишь при $P = 0$, $\psi^2(z')$, а также вид F определяется уравнением

$$\frac{d\psi^2}{dz'} = e\mathscr{E}(F). \qquad (4)$$

Соотношение (4), учитывая очевидное условие существования самофокусировки в районе мгновенного центра,

$$\operatorname{sgn} e\mathscr{E} = \operatorname{sgn} \frac{\partial}{\partial z'} \int F dP,$$

определяет F как $F(\psi^2 < w) = 0$. Последнее устанавливает энергетический разброс, стабилизирующий самостягивание частиц продольным полем: $P_{\max}$ и $P_{\min}$ оцениваются из уравнения $\psi^2_{\max} = w(P_2, P_1)$ (в силу $w'_p = v - v_s \lesseqgtr 0$ при $P \lesseqgtr 0$ имеется всего два корня).

3. Обратимся к наиболее интересному случаю большой интенсивности пучков, когда амплитуды генерируемых полей достигают значений, при которых энергетический разброс в пучке по абсолютной величине сравним или превосходит равновесное значение энергии, определяемое как $E_s = mc^2\gamma_s$, и относительное движение большинства частиц становится релятивистским.

Здесь усматривается ряд общих свойств, присущих предельным состояниям в любых замедляющих системах. Прежде всего, следует отметить, что хотя в равновесном состоянии $\langle v - v_s \rangle = 0$, среднее значение $\langle P \rangle = \langle p \rangle - p_s \neq 0$ при $\langle p \rangle > p_s$. В равновесном состоянии потоки частиц, обгоняющих центр пучка и отстающих от него, очевидно, равны. Но интервал избыточных скоростей $\Delta v_+ = c - v_s$ меньше, чем возможный интервал меньших скоростей $\Delta v_- = c + v_s$. Поэтому большая часть частиц обладает энергией, превышающей равновесное значение при $v=v_s(\Delta N_+ > \Delta N_-$, в системе координат пучка $\Delta N'_+ = \Delta N'_-$), т. е. средняя энергия $\langle E \rangle > E_s$.

Поскольку в процессе формирования пучка и его поля энергия, запасенная в системе, не превышает начальной энергии E_0 инжектируемых частиц, то $\langle E \rangle \leqslant E_0$. Следовательно, скорость пучка v_0 меньше начальной скорости v_0. Падение в процессе генерации скорости пучка и связанного с ним поля тем сильнее, чем выше относительный разброс по энергиям в пучке, т. е. потенциал пучка (интенсивное относительное движение возникает за счет снижения скорости частиц, см. [7]).

Из соотношения $\psi^2_{\max} = w(P_{\max}, p_{\min})$ непосредственно следует ($v_{\text{перед}} \to \pm c$):

$$P_{\max} = \frac{\varphi^2_{\max}}{c(1-\beta_s)}, \quad P_{\min} = -\frac{\psi^2_{\max}}{c(1+\beta_s)}. \tag{5}$$

Вместе с тем средний импульс (в сечении $z'=0$)

$$\langle p \rangle = \frac{k\psi^2_{\max}\gamma_s^2\beta_s}{c} + p_s; \tag{6}$$

k — коэффициент, слабо зависящий от ψ^2 (в предельном случае самостягивания $k \to 1$, см. ниже). В справедливости (6) нетрудно убедиться, поскольку для большинства частиц (относительное движение в среднем предполагается релятивистским, что $w=(c \pm v_s)P$)

$$\langle p \rangle \int F dP = \int\limits_0^{P_{\max}} PF(\psi^2 - (c - v_s)P)\,dP + \int PF(\psi^2 - (c + v_s)|P|\,dP.$$

В среднем по всей совокупности частиц

$$p_{\text{ср}} \simeq \frac{k\psi^2_{\max}\beta_s\gamma_s^2}{2c} + mc\beta_s\gamma_s. \tag{7}$$

С другой стороны, из (4) и характера приближения для поля $\mathcal{E}$ следует, что

$$\psi^2_{\max} = \int e\mathcal{E}\,dz' = Ae^2\beta_s N, \tag{8}$$

где N — число частиц в конфигурации ($\psi^2_{\max}/e$ — потенциал поля пучка, β_s появляется в (8), так как в замедляющей системе поле определяется токовой характеристикой пучка [1], A — константа, определяемая при заданных значениях v_s и фазовой скорости $v_ф$ в системе c продольными размерами сгустка.

Учитывая, что $P_{\text{ср}} + p_s \leqslant p_0$, где p_0 — начальный импульс частиц, находим изменения в процессе генерации средней скорости распространения пучка в конечном состоянии и синхронизированного с ним поля. В первом приближении

$$\beta_s^2\gamma_s^2 \simeq \frac{2p_0c}{Ae^2N} \simeq \frac{2mc^2\gamma_0}{Ae^2N}. \tag{9}$$

[1] Исходя из чисто феноменологических представлений, можно утверждать, что при $v_s > v_ф$, где $v_ф$ — фазовая скорость в системе, поле пучка определяется в основном вихревой составляющей поля, связанной с токовой характеристикой пучка, см. [8].

Изменение скорости v_s тем заметнее, чем выше интенсивность пучка (учет энергии поля E во всем объеме системы только усугубляет ситуацию, так как $E_\xi \sim \beta_s^2 N^3$).

Поскольку для генерации поля необходимо, чтобы $v_s > v_\phi$, то для достижения предельных амплитуд наиболее перспективной является замедляющая система с наименьшей фазовой скоростью, например плазма[1] или ферромагнитный канал [8]. При высоком значении v_ϕ формирование интенсивных волн возможно лишь пучками повышенных энергий ($\gamma_0 \sim N$).

Максимальная глубина потенциальной ямы пучка, достигаемая при $\beta_s \to \beta_\phi$ (результат не зависит от вида $\mathcal{E} = \mathcal{E}(F)$ см. (7) и (8)) оценивается как

$$U_{\max} \cong \frac{2mc^2\gamma_0\beta_0}{e\beta_s\gamma_s^2} e\beta_0 = \gamma_0/\beta_\phi \text{ (мв)}. \tag{10}$$

Последняя оценка отличается в $\gamma_s^2\beta_\phi/\gamma_0$ раз от аналогичной оценки в [3] для системы пучок — плазма. Заметим, что оценка (10) подтверждает справедливость исходной предпосылки о релятивистском в среднем относительном движении частиц в конечном состоянии, поскольку $U_{\max} \gg 2mc^2$.

С точки зрения применения рассматриваемой пучковой схемы важно отметить два факта. При формировании полей интенсивными пучками скорость волн автоматически понижается до сколь угодно малой величины (при $v_\phi \sim 0$). Такие медленные волны весьма эффективны для захвата и ускорения тяжелых ионов. В дальнейшем эти волны (совместно с пучком) можно ускорять внешними полями.

При использовании пучков для «автоускорения» [9] максимальный эффект также определяется наименьшим значением фазовой скорости в замедляющей системе. Из (5)

$$E_{\max} \simeq 2kE_0 \frac{1+\beta_\phi}{\beta_\phi} \underset{\beta_\phi \to 1}{\longrightarrow} 4E_0. \tag{11}$$

Таким образом, при высоких значениях β_ϕ простое увеличение интенсивности инжектируемых пучков не позволит добиться заметного прироста максимальной энергии.

4. Для количественных оценок рассмотрим практически важный случай пучков с достаточно большой длиной модуляции. Тогда поле интенсивного пучка

$$\mathcal{E} \simeq \frac{2\varkappa\langle I\rangle}{cl_0}, \tag{12}$$

где $\langle I\rangle$ — средний ток в пучке[2]: $\langle I\rangle = ev_sN/l_0$, l_0 — эффективная длина модуляции (сгустка). Коэффициент $\varkappa$ лежит в пределах $1 \geqslant \varkappa \geqslant \geqslant \beta_s$ при $d/\beta_\phi \gg l_0 \gg D/\beta_\phi$, где d — диаметр пучка, D — диаметр замедляющей системы, но $l_0 \gg d$ [8, 10].

Представление (12) допускает простое решение уравнений (1) и (4) (рассматривается состояние с наибольшей продольной модуляцией): $F = \text{const}$ при $w(P) \leqslant \psi^2(z')$, причем линейная плотность пучка спадает к периферии как

[1] Напомним, что здесь обсуждаются не способы, а необходимые условия достижения предельных полей. Очевидно, условие $v_s > v_\phi$ должно выполняться во всем интервале возбуждаемых частот; вообще $v_{\text{ср}} = v_\phi(\mathcal{E})$.

[2] Напомним, что в рассматриваемой схеме самофокусировка приводит к глубокой продольной модуляции, так что исходный пучок разбивается на отдельные сгустки длиной l_0.

$$\int F dP = \frac{N}{l_0} \exp\left(-\frac{2|z'|}{l_0}\right). \qquad (13)$$

Из (7) и (8) следует (здесь $k=1$), что предельный ток, достигаемый при самофокусировке,

$$I_{max} \sim \frac{E_0 c}{e\beta_ф \varkappa} \to 17 \frac{\gamma_0}{\beta_ф^2} (kA). \qquad (14)$$

Последнее соотношение может трактоваться как оценка максимального тока, пропускаемого в замедляющей системе, ср. [8]. Дальнейшее накопление частиц в сгустке сопровождается одновременным увеличением размеров его, так что

$$l_0 \geqslant 3 \cdot 10^{-13} N\beta_ф^3/\gamma_0 \text{ (см)}, \qquad (15)$$

откуда, кстати, нетрудно получить необходимые оценки для минимальной длины замедляющей системы при заданной плотности инжектируемого пучка. Предельный потенциал определяется (10) и составляет $\gamma_0/\beta_ф$ (мВ). Минимальное значение числа накопленных частиц в самофокусированной конфигурации, при котором достигается заметное изменение средней скорости частиц, оценивается вновь из (13): при $l_{min} \sim d/\beta_ф$

$$N_{min} \simeq 3 \cdot 10^{12} \gamma_0 d/\beta_ф^2 \to 10^{15-16}.$$

В целом нелинейная теория дает ряд новых результатов, не следующих из квазилинейной теории [11, 12].

В заключение несколько слов о практических возможностях достижения предельных состояний. Один из реальных путей — инжекция в систему короткого интенсивного сгустка. Такой способ позволяет сформировать пучок с глубокой модуляцией, минуя переходную стадию. Короткий интенсивный сгусток можно получить, например, с помощью торможения «длинного» пучка в неоднородном продольном магнитном поле (продольная энергия частиц перекачивается в поперечную; о перспективах использования магнитного поля для ускорения сгустков см. [13, 14]).

Автор выражает благодарность А. А. Коломенскому за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович М. С., Цитович В. Н. «Успехи физических наук», 113, 533, 1972.
2. Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. «Успехи физических наук», 103, 603, 1971.
3. Jacarik G., Tsytovich V. M. «Nucl. Fusion.», 13, 505, 1973.
4. Kadomtsev B. B., Poguste O. P. «Phys. Fluids», 14, 2470, 1971.
5. Рутневич Б. Н., Пащенко А. В., Федорченко В. Д., Журасов В. И. ЖТФ, 42, 493, 1972.
6. Криворучко С. Н., Файнберг Н. Б., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. ЖТФ, 67, 2092, 74.
7. Файнберг Я. Б. «Атомная энергия», 11, 313, 1961.
8. Гришин В. К. ЖТФ, 42, 9, 1972; 45, 672, 1975.
9. Гапанович В. Г., Коломенский А. А., Лебедев А. Н. «Труды II Международной конференции по теории плазмы». Киев, 1974.
10. Кислецов А. В., Лебедев А. Н. ЖТФ, 42, 699, 1972.
11. Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д. ЖЭТФ, 57, 966, 1969.
12. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. ЖЭТФ, 58, 1709, 1970.
13. Sloan M. L., Drummond W. E. «Phys. Rev. Lett.», 20, 1234, 1973.
14. Гришин В. К. «Вест. Моск. ун-та», 17, № 1, 97, 1975.

Поступила в редакцию
10.4 1975 г.

НИИЯФ