

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 — 1976

УДК 621.384.633

Л. А. САРКИСЯН

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ЭВМ ПРОХОЖДЕНИЯ ЦЕЛЫХ РЕЗОНАНСОВ В ЦИКЛОТРОННОЙ КАОННОЙ ФАБРИКЕ

На основе численного моделирования полных уравнений движения в неисследованном для циклотрона диапазоне частот радиальных бетатронных колебаний $2 \leq Q_r \leq 2,28$ установлено прохождение целого резонанса $Q_r = 2$. Дается объяснение механизма прохождения целых резонансов ($Q_r = 2, 3, 4 \dots$) в циклотроне.

Создание каонной фабрики на основе циклотронного режима ускорения, предложенное автором в 1970 г., приводит к двухступенчатому циклотрону, где первая ступень на энергию протонов 500–840 Мэв играет роль инжектора и пионной фабрики, а вторая — ускоряет протоны до энергии ~ 5 ГэВ [1–4]. На VI Международной конференции по циклотронам (1972 г.) такая схема ускорения была признана наиболее перспективной с точки зрения создания экономичной и подходящей для экспериментов (временной структуре пучка) каонной фабрики на средний ток пучка ~ 100 мкА [5]. В качестве первой ступени могут быть использованы циклотронные пионные фабрики типа сооруженных в 1974 г. в Ванкувере и Цюрихе на 500–590 Мэв, средний ток пучка ~ 100 мкА [6].

В процессе ускорения во второй ступени (напряженность магнитного поля в центре $H_0 = 2$ кЭ, периодичность структуры магнитного поля $N = 24$, частота аксиальных бетатронных колебаний $Q_z = 1,1$, частота радиальных бетатронных колебаний $\sim 1,6 \leq Q_r \leq 6$, глубина вариации магнитного поля $\epsilon = 1$, радиус, соответствующий бесконечной энергии, $r_\infty = E_0 / eH_0 = 1563,72$ см, конечная кинетическая энергия протонов $\sim 4,2$ ГэВ) происходит прохождение нескольких целых резонансов по радиальным колебаниям.

Известно, что малые возмущения магнитного поля приводят к малым деформациям орбиты, за исключением резонансного случая.

В резонансе внешняя сила действует всегда в фазе с бетатронными колебаниями, т. е. действует неравенство на радиальную амплитуду частицы в процессе прохождения резонансной зоны (процесс ускорения является адиабатическим) вследствие чего отклонение замкнутой орбиты от идеальной резко возрастает, обращаясь в бесконечность точно в резонансе. При столь больших отклонениях орбиты периодического решения в линейном приближении не существует и неприменимым становится рассмотрение, основанное на линеаризованных уравнениях движения [7].

Тем не менее оценку поведения амплитуды свободных радиальных колебаний частицы при прохождении целого резонанса обычно приводят в линейном приближении на основе выражения [8]

$$a = -\frac{1}{2S} \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \frac{H_s}{H} r(\varphi) \left\{ \cos(Q_r \varphi) \cos\left(\frac{\chi}{2} \varphi^2\right) + \right. \\ \left. + \sin(Q_r \varphi) \sin\left(\frac{\chi}{2} \varphi^2\right) \right\} d\varphi. \quad (1)$$

Здесь H_s — амплитуда вертикальной компоненты магнитного поля индекса $S=Q_r$, H — среднее магнитное поле, r — радиус орбиты, φ — переменная фаза, $\chi = \frac{dQ_r}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0}$

Обычно считают, что в циклотроне радиус, магнитное поле и частота Q_r слабо изменяются в резонансной зоне. Используя асимптотическое значение интегралов Френеля и гладкое приближение ($Q_r = E/E_0$, $\chi \approx eV/2\pi E$), получим следующее выражение, описывающее установившееся значение амплитуды после прохождения резонанса:

$$a = \frac{\pi \Gamma \varepsilon_s}{S} \sqrt{\frac{E}{eV}}, \quad (2)$$

где E — кинетическая энергия частицы при Q_r , равном целому значению, $\varepsilon_s = H_s/H$ — глубина низшей гармоники вертикальной компоненты магнитного поля индекса S , eV — набор энергии за оборот.

В формуле (2) первый множитель характеризует увеличение амплитуды радиальных колебаний за оборот, а второй — число оборотов в резонансной зоне. Таким образом, успешное прохождение резонанса связано с ужесточением допуска на низшую гармонику магнитного поля индекса $S=Q_r$ и увеличением набора энергии за оборот. Оценка по асимптотической формуле (2) для наиболее опасного целого резонанса $Q_r=2$ на начальных радиусах второй ступени ($r=1330$ см) показывает, что при $eV=2$ МэВ/об и допуске на вторую гармонику магнитного поля $H_2=2$ э ($\varepsilon_2=5,3 \cdot 10^{-4}$) увеличение амплитуды радиальных колебаний частицы составит 23 см, что является значительным и может вывести частицу из процесса ускорения.

Отметим, что общепринятая теория не описывала поведения радиальной амплитуды возмущенной орбиты с оборотами при прохождении целого резонанса. Обычно считали, что оценки по формуле (2) приводят к заниженным результатам, поэтому успешное прохождение целых резонансов в циклотронной каонной фабрике связывалось с набором энергии за оборот в несколько десятков мегаэлектронвольт [9].

Настоящая работа посвящена выяснению механизма прохождения целых резонансов по радиальным колебаниям в циклотроне в неисследованной до сих пор области частот Q_r . Исследование прохождения целых резонансов проводилось путем моделирования динамики движения частиц на БЭСМ-6 по полным уравнениям движения согласно методике, изложенной в работе [10]. Динамический режим изучался при прохождении наиболее опасного целого резонанса $Q_r=2$ (энергия протонов ~ 845 Мэв) на начальных радиусах второй ступени циклотрона. Рассмотрение проводилось для частиц с различными начальными координатами

$$\left(\xi = \frac{r}{r_\infty}, \xi' = \frac{r'}{r_\infty} \text{ и } \eta = \frac{z}{r_\infty}, \eta' = \frac{z'}{r_\infty} \right)$$

при варьировании числа ускоряющих щелей, набора энергии на щели, амплитуды второй гармоники вертикальной компоненты магнитного поля и сдвига фазы δ между основной и второй гармониками поля ($0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{N}$). Исходные данные задавались в сорока четырех равно-

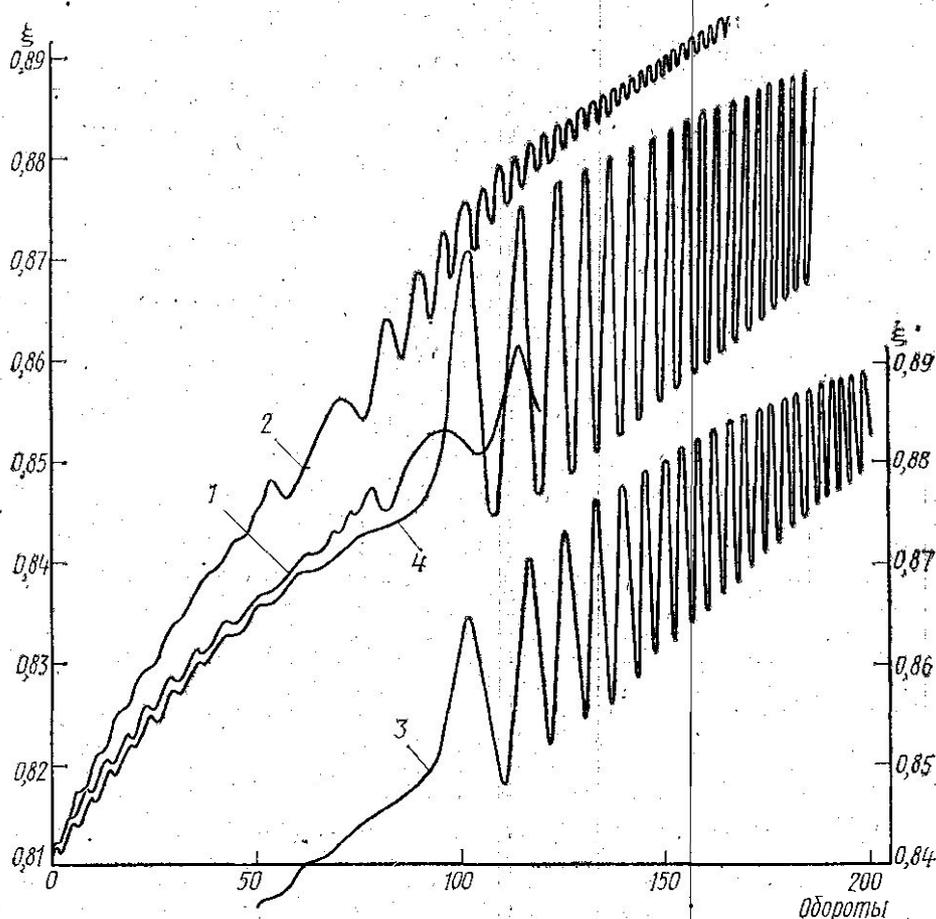


Рис. 1. Изменение радиальной координаты частицы с оборотами в зависимости от величины второй гармоники магнитного поля и набора энергии за оборот: 1 — $H_2=0$, $eV=2$ МэВ/об; 2 — $H_2=0,5э$, $eV=3$ МэВ/об; 3 — $H_2=1 э$, $eV=2$ МэВ/об (шкала справа); 4 — $H_2=2 э$, $eV=2$ МэВ/об

стоящих по радиусу точках (шаг $\Delta\xi=0,002588$). Число расчетных точек на обороте было 800.

Ускорение частиц осуществлялось с помощью двух щелей (протяженность щели по азимуту 8 точек), сдвинутых относительно друг друга на угол π и установленных на фиксированных азимутах. Инжекция частиц осуществлялась на азимуте, сдвинутом относительно щелей на угол $\pi/2$. При выдаче результатов через 10 точек на обороте расчетное время на ЭВМ для 200 оборотов составило 70 мин.

На рис. 1 и 2 показаны изменения радиальной координаты частицы с оборотами в зависимости от величины второй гармоники вертикальной компоненты магнитного поля и набора энергии за оборот. Энер-

гия инъекции протонов 665 Мэв ($r=1270$ см, $Q_r=1,72$). Анализ построенных кривых показывает, что в дорезонансной зоне наблюдается практически монотонное увеличение радиальной координаты с оборотами при изменении второй гармоники поля в интервале от 0 до 5 э. Возмущение орбиты наступает при пересечении целого резонанса $Q_r=2$

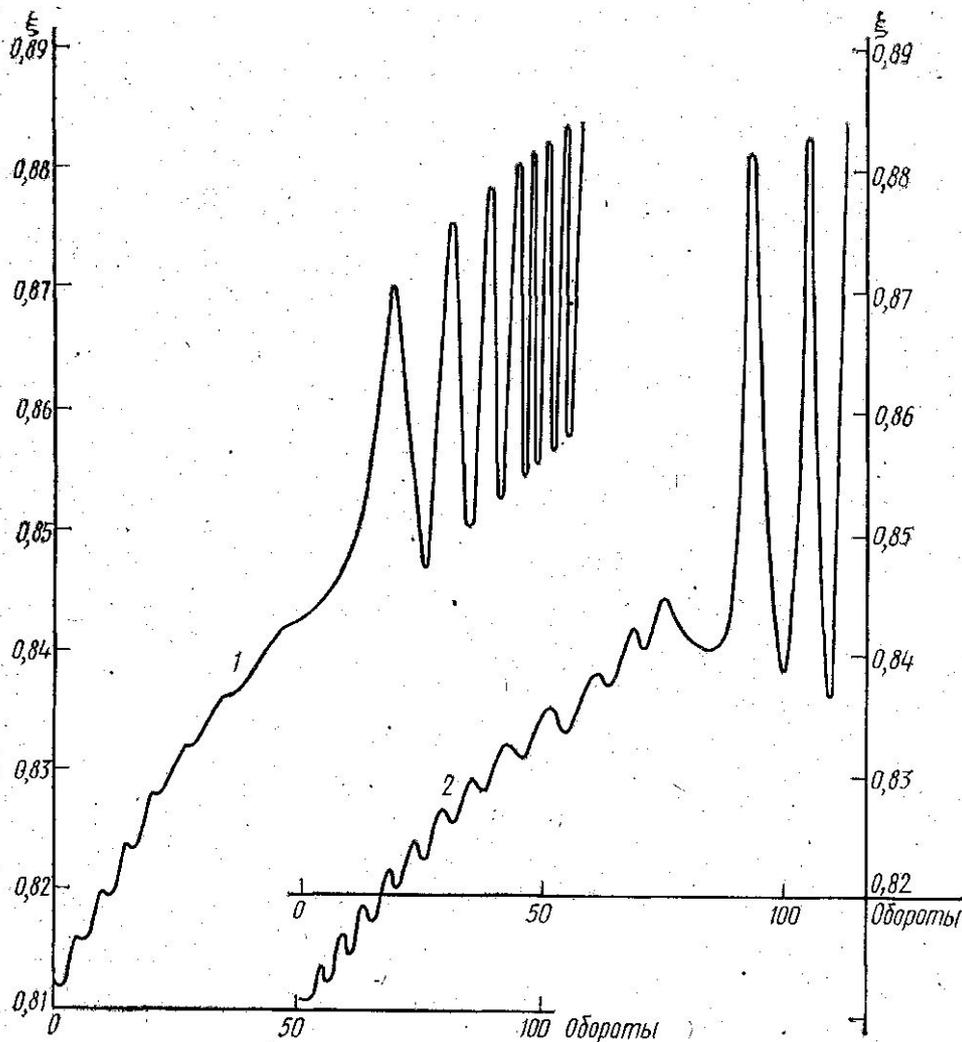


Рис. 2. Поведение среднего радиальной координаты частицы с оборотами в зависимости от величины второй гармоники магнитного поля и набора энергии за оборот: 1 — $H_2=2$ э, $eV=3$ МэВ/об; 2 — $H_2=5$ э, $eV=2$ МэВ/об (шкала справа)

($r=1330$ см). Пересечение целого резонанса сопровождается достаточно быстрым увеличением радиальной координаты; величина отклонения с приемлемой точностью может быть оценена по асимптотической формуле (2). При дальнейшем ускорении возмущенная орбита колеблется относительно идеальной орбиты, причем амплитуда колебаний затухает, а частота колебаний возрастает с увеличением среднего радиуса орбиты. Колебательный характер изменения радиальной координаты

частицы с оборотами в рамках линейной теории можно объяснить осциллирующим поведением интегралов Френеля в выражении (1). Затухание колебаний с оборотами связано с интегралами Френеля (уменьшение амплитуды колебаний) и возрастанием частоты Q_r с радиусом. Так, на 180 обороте, где $Q_r = 2,08$, амплитуда свободных радиальных колебаний уменьшилась примерно на 30%.

Поведение радиальной координаты частицы с оборотами практически не изменилось в случае связанных r - и z -колебаний при исходной амплитуде вертикальных колебаний пучка 0,5 см и при варьировании сдвига фазы в интервале $0 \leq \delta \leq 7,5^\circ$.

Проведенные исследования позволяют сделать выводы.

1. Впервые проведено изучение прохождения целого резонанса $Q_r = 2$ в циклотроне на основе численного моделирования по полным уравнениям движения в неисследованном до сих пор диапазоне частот радиальных бетатронных колебаний $2 \leq Q_r \leq 2,28^1$. Установлено прохождение целого резонанса $Q_r = 2$ с последующим ускорением в циклотроне и дано объяснение механизма прохождения целых резонансов ($Q_r = 2, 3, 4 \dots$).

2. Механизм сохранения радиальной устойчивости возмущенной орбиты со значительным смещением при прохождении целого резонанса в циклотроне в случае умеренного набора энергии за оборот и достаточно высокого допуски на низшую гармонику поля индекса $S = Q_r$ обусловлен двумя причинами. Во-первых, возмущенная орбита с ростом оборотов среднего радиуса колеблется с адиабатически затухающей амплитудой относительно идеальной орбиты; во-вторых, требуемое магнитное поле циклотрона сформировано в широком диапазоне радиусов (вакуумная камера имеет большую протяженность в радиальном направлении), который значительно превышает амплитуду радиальных колебаний возмущенной орбиты. В ускорителях же с фиксированным радиусом орбиты (синхротрон) из-за малой радиальной апертуры вакуумной камеры прохождение целого резонанса при наличии резонансной гармоники поля является губительным для частиц ввиду значительной раскочки амплитуды радиальных колебаний (потери на стенках камеры).

3. Показано, что асимптотическая формула (2) позволяет с достаточной точностью оценить величину отклонения возмущенной орбиты от идеальной при пересечении целого резонанса.

4. Во второй ступени циклотронной каонной фабрики при энергии инжекции протонов 500 ÷ 840 МэВ для успешного прохождения целых резонансов и решения проблемы высокоэффективного ввода и вывода пучка можно использовать набор энергии за оборот 3 МэВ при допуске на низшие гармоники поля 0,5 э в зонах целых резонансов. Отметим, что отклонения возмущенной орбиты от идеальной в зонах соответствующих целых резонансов (начиная с третьего) будут меньше в отношении $\frac{2}{S} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2}$ (при $H_2 = \text{const}$) (см. [11]).

5. С целью уменьшения влияния щелевого эффекта на смещение орбиты и исключения высокочастотного резонансного эффекта число резонаторов спиральной формы во второй ступени каскада должно быть выбрано больше значения Q_r на конечном радиусе ускорения. Максимальный набор энергии при прохождении резонатора ≤ 600 кэВ.

6. Обычно в первой ступени типа пионной фабрики периодичность структуры магнитного поля N равна 8. В этом случае на конечном ра-

¹ Первые результаты исследования движения частиц в указанном диапазоне частот радиальных бетатронных колебаний опубликованы автором в [6]. При энергии инжекции 853 МэВ частота $Q_r \approx 2,02$.

диусе циклотрона совмещались два резонанса — целый $Q_r=2$ и структурный нелинейный четвертого порядка $p=N/Q_r=8/2=4$, не проходимый для большинства частиц. Так как целый резонанс может быть успешно пройден при относительно умеренном наборе за оборот и приемлемом допуске на вторую гармонику магнитного поля (при $H_2=0,5 \text{ э}$ ($\epsilon_2=6,7 \cdot 10^{-5}$) и $eV=3 \text{ МэВ/об}$ смещение орбиты на $r=650 \text{ см}$ составит $1,1 \text{ см}$), необходимо, чтобы в циклотроне он был отделен по радиусу от структурного резонанса четвертого порядка и наступал раньше него. Для этого периодичность структуры поля в первой ступени должна быть увеличена с 8 до 10 или 12 [6]. Это позволит ускорить протоны в пionicной фабрике до энергии $\sim 1,3 \text{ ГэВ}$.

При этом возможно наряду с π -мезонами генерировать вторичные надпороговые K^+ -мезоны (порог рождения на ядрах $1,1 \text{ ГэВ}$). В этом случае диапазон частот радиальных бетатронных колебаний во второй высокоэнергетической ступени каскада составит $\sim 2,5 \leq Q_r \leq 6$ и $\sim 3 \leq Q_r \leq 6$, т. е. отсутствует прохождение наиболее опасного целого резонанса $Q_r=2$.

7. Проведенные исследования показывают, что в циклотроне наряду с ускорением протонов на энергию свыше E^0 возможно ускорить и электроны. Автором в 1973 г. был предложен высокоточный электронный циклотрон (средний ток десятки миллиампер) на энергию $\sim 2 \text{ МэВ}$ для прикладных задач [4, 12]. Смещение возмущенной орбиты при прохождении целого резонанса $Q_r=2$ на $r=169 \text{ см}$ при $eV=8 \text{ кэВ/об}$, $H_2=0,02 \text{ э}$ ($\epsilon_2=0,0013$) составит $1,3 \text{ см}$; к. п. д. такого циклотрона высок ($\sim 70\%$).

В заключение приношу глубокую благодарность сотрудникам лаборатории ядерных проблем ОИЯИ В. В. Кольге и Н. И. Полумордвиновой за предоставленные программы и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян Л. А. Труды II Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т. 1. М., 1972, стр. 33.
2. Саркисян Л. А. «Атомная энергия», 30, 446, 1971; 32, 55, 1972.
3. Саркисян Л. А. Труды III Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т. 1. М., 1973, с. 302.
4. Саркисян Л. А. Труды радиотехнического ин-та АН СССР, т. 11, с. 74, 1972; т. 14, с. 76, 1973.
5. Blosser H. G. Proceed. of the Sixth Intern. cyclotron conference. N. Y., 1972, p. 16.
6. Willax H. A. Proceed of the Seven Intern. conference on cyclotrons and their applications, Birkhäuser, 1975, p. 33; Richardson J. R. p. 41; Sarkisyan L. A. p. 324.
7. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Теория циклических ускорителей. М., 1962.
8. Dunn P. D. et. al. Proceed Symp. on high energy accelerators and pion physics, CERN, v. 1, p. 9, 1956.
9. Железов В. П., Дмитриевский В. П., Кольга В. В.—Препринт ОИЯИ, Р9—7833, Дубна, 1974.
10. Дмитриевский В. П., Кольга В. В., Полумордвинова Н. И. Препринт ОИЯИ, Р9—5498, Дубна, 1971, с. 24.
11. Саркисян Л. А. В сб.: «Ломоносовские чтения». Изд-во МГУ, 1976, с. 36.
12. Саркисян Л. А. Разработка и практическое применение электронных ускорителей. Материалы Всесоюзной конференции. Томск, 1975, с. 165.

Поступила в редакцию
24.11 1974 г.

НИИЯФ