Весліник московского университета № 3-1976

УДК 538.56:535.42

в. Б. волошинов, в. н. парыгин, л. е. чирков

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ АНИЗОТРОПНОЙ ДИФРАКЦИИ БРЭГГА

В работе рассмотрена анизотропная дифракция света на ультразвуковых воднах при существования нескольких дифракционных брэгговских максимумов. Исследованы особенности сканирования света при рассеянии в несколько максимумов. Для каждого из максимумов рассчитаны зависимости эффективности дифракции от мощности и частоты управляющей акустической волны и определены частотные диапазоны сканирования и разрешающая способность по сравнению с изотропной дифракцией.

При изучении дифракции света на ультразвуковых волнах в анизотропных средах рассматривались в основном зависимости углов падения θ_i и дифракции θ_d от частоты акустической волны [1, 2]. Для единственного дифрагированного светового пучка, имеющего поляризацию, ортогональную к падающей, были определены диапазоны углового сканирования [1, 3] и связь эффективности дифракции с мощностью упругой волны [4]. Однако до сих пор не был исследован случай анизотропной дифракции, характеризующийся не одним, а несколькими дифракционными световыми максимумами. Возможность одновременного наблюдения нескольких дифракционных световых максимумов в брэгговском режиме дифракции является особенностью анизотропного рассеяния света и не имеет аналогий при изотропном рассеяния.

В данной работе рассмотрены некоторые случаи взаимодействия света и ультразвука в анизотропных средах, при которых существуют два и три световых дифракционных максимума. Указанные случаи интересны тем, что отклонение света во второй и третий боковые максимумы происходит на углы, превышающие угол дифракции θ_d для первого максимума. Увеличение углов дифракции при прочих равных условиях может обеспечить возрастание разрешающей способности устройств, использующих оптико-акустическое взаимодействие для управления световым лучом. Поэтому в работе исследовались особенности сканирования при рассеянии света в несколько дифракционных максимумов. Были найдены частоты ультразвука, при которых наблюдаются указанные случаи оптико-акустического взаимодействия, и рассчитаны эффективности дифракции в каждом из максимумов в зависимости от амплитуды и частоты управляющей упругой волны.

4 ВМУ, № 3, физика, астрономия

Из векторных диаграмм, выражающих закон сохранения импульса при взаимодействии света и ультразвука [1], могут быть качественно определены многие закономерности дифракции Брэгга, в том числе и интересующие особенности анизотропного рассеяния в несколько максимумов. Если акустическая волна распространяется перпендикулярно оптической оси одноосного отрицательного кристаяла, а плоскость, в



Рис. 1. Рассеяние света в два анизотропных светойых дифракционных максимума: а — векторная диаграмма, б — зависимости относительных интенсивностей дифрагированного света от амплитуды звуковой волны

которой лежат волновые векторы световых и акустической волн, образует угол α с оптической осью, то при минимальном угле падения света на ультразвуковой волновой фронт $\theta_i = \theta_{\min}$ может произойти последовательное рассеяние света сначала в первый, а затем во второй дифракционный максимум. При каждом рассеянии плоскость поляризации дифрагированного света поворачивается на 90°, поэтому поляризация света во втором максимуме совпадает с исходной. Необходимая для этого частота упругой волны f_0 или соответствующая ей длина волны ультразвука λ_{m0} определяется из векторной диаграммы рис. 1, a:

$$\lambda_{m0} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}},$$
(1)

(2)

где λ_0 — длина волны света в вакууме, n_1 и n_2 — показатели преломления среды.

Для оценки интенсивностей света в первом и втором дифракционных максимумах, а также исследования достижимых диапазонов сканирования и максимального числа разрешимых элементов удобно использовать метод расчета, предложенный в работе [4], где была получена система линейных дифференциальных уравнений, описывающая рассеяние света в анизотропной среде. Из решения системы связанных уравнений могут быть определены зависимости интенсивностей от акустической мощности и частоты. Для взаимодействия, представленного на рис. 1, *a*, система уравнений записывается в виде

$$\frac{\frac{dC_{0}}{dx} = -\frac{q_{A}}{2}C_{1}e^{-j\eta_{0}x},}{\frac{dC_{1}}{dx} = -\frac{q_{A}}{2}C_{0}e^{j\eta_{0}x} - \frac{q_{A}}{2}C_{2}e^{-j\eta_{1}x},}$$

306

где C_0 , C_1 и C_2 — относительные амплитуды света в нулевом, первом и втором дифракционных максимумах.

 $\frac{dC_2}{dr} = \frac{q_A}{2} C_1 e^{i\eta_1 x},$

Параметр q_A , характеризующий эффективность анизотропного оптико-акустического взаимодействия, зависит от амплитуды упругой волны и фотоупругих свойств анизотропной среды. Коэффициенты η_p определяются в общем виде разностью проекций световых волновых векторов на ось x для рассеяния из p в p+1 дифракционный максимум [4]:

$$\eta_p = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(n_{p+1} \cos \theta_{p+1} - n_p \cos \theta_p \right), \tag{3}$$

где n_p , n_{p+1} и θ_p , θ_{p+1} — показатели преломления и углы дифракции для p и p+1 дифракционных максимумов.

Из векторной диаграммы рис. 1, *а* следует, что коэффициенты η_0 и η_1 для однократного и двукратного рассеяния равны нулю. В этом случае система уравнений (2) легко интегрируется и с учетом граничных условий $C_0(0) = 1$ и $C_1(0) = C_2(0) = 0$ дает решения

$$C_0 = \cos^2 \frac{q_A l}{2\sqrt{2}}; \quad C_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{q_A l}{\sqrt{2}}; \quad C_2 = \sin^2 \frac{q_A l}{2\sqrt{2}}, \quad (4)$$

где l — длина области взаимодействия светового и акустического пучков.

На рис. 1, б представлены зависимости относительных интенсивностей дифрагированного света в первом $I_1 = C_1^2$ и втором $I_2 = C_2^2$ дифракционных максимумах от произведения $q_A l$, т. е. от амплитуды упругой волны и длины области взаимодействия света и звука. В соответствии с (4) из расчета следует, что при строгом выполнении условия Брэгга на частоте $f = f_0$ в первый дифракционный максимум, обычно используемый на практике для сканирования [3], не может быть отклонено более половины падающего на среду взаимодействия света.

Максимум интенсивности I_1 , равный половине от падающей интенсивности, достигается в случае $q_A l = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi$. Для этого требуется акустическая мощность $P=0,5 P_0$, где в качестве P_0 принята интенсивность упругой волны, обеспечивающая полное отклонение света в единственный анизотропный дифракционный максимум в отсутствие вторичного рассеяния (пунктирная кривая рис. 1, δ) [4]. В этом случае мощности P_0 соответствует величина $q_A l = \pi$, а длина области взаимодействия света и звуќа и фотоупругие свойства сред при сравнении мощностей считаются одинаковыми. Если $q_A l = \sqrt{2\pi}$, то во второй дифракционный анизотропный максимум может быть отклонена вся световая энергия, однако при этом $P=2P_0$. Частота световой волны во втором максимуме по сравнению с нулевым оказывается сдвинутой на удвоенную частоту ультразвука $2f_0$.

Для определения максимального числа разрешимых элементов и некоторых особенностей сканирования при двукратном рассеянии света необходимо рассчитать эффективности дифракции в первом и втором дифракционных максимумах в зависимости от амплитуды в частоты упругой волны. Интересующие зависимости могут быть получены из решения системы уравнений (2), если известны значения коэффициентов η_p , входящих в систему. При $\theta_{\min} \ll 1$ и $\lambda_0 \ll \lambda_m$ из выражения. (3) для рассеяния, показанного на рис. 1, *a*, получаем [4]

$$\eta_{0} \simeq \frac{\pi (n_{1}^{2} - n_{2}^{2})}{\lambda_{0}n_{1}} - \frac{2\pi n_{2}}{\lambda_{m}n_{1}} \left[\frac{\lambda_{0}}{2n_{2}\lambda_{m}} - \theta_{\min} \right],$$

$$\eta_{1} \simeq \frac{\pi (n_{2}^{2} - n_{1}^{2})}{\lambda_{0}n_{1}} - \frac{2\pi n_{2}}{\lambda_{m}n_{1}} \left[\frac{3\lambda_{0}}{2n_{2}\lambda_{m}} - \theta_{\min} \right].$$
(5)

где величина минимального угла падения определяется из векторной диаграммы

$$\sin \theta_{\min} \simeq \theta_{\min} \simeq \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}}{n_2}.$$
 (6)

Если $f = f_0$ или $\lambda_m = \lambda_{m0}$, то с учетом (1) коэффициенты η_0 и η_1 равны нулю. Изменения коэффициентов η_p при вариациях частоты ультразвука или длины волны λ_m вблизи λ_{m0} можно оценить с помощью разложения выражений (5) в ряд по $\Delta \lambda_m$. Учитывая линейные и квадратичные члены разложения, из (5) имеем

$$\eta_{0} \simeq -\frac{\pi \lambda_{0}}{n_{1} \lambda_{m0}^{2}} \left(\frac{\Delta \lambda_{m}}{\lambda_{m0}}\right)^{2},$$

$$\eta_{1} \simeq -\frac{4\pi \lambda_{0}}{n_{1} \lambda_{m0}^{2}} \left(\frac{\Delta \lambda_{m}}{\lambda_{m0}}\right) - \frac{7\pi \lambda_{0}}{n_{1} \lambda_{m0}^{2}} \left(\frac{\Delta \lambda_{m}}{\lambda_{m0}}\right)^{2},$$
(7)

откуда для $\frac{\Delta \lambda_m}{\lambda_m} \ll 1$ получаем $|\eta_0| \ll |\eta_1|$, что говорит о слабой зависимости эффективности дифракции в первом анизотропном максимуме



Рис. 2. Зависимоста относительных интенсивностей дифрагированного света от частоты ультразвука: $l - q_A l = 0.8 \pi$; $2 - q_A l = \pi$; $3 - q_A l = 1.4 \pi$ (на всех рисунках ирямая для l_1 , пунктирная — для ии в первом анизотропном максимуме от частоты ультразвука по сравнению со вторым. Поэтому для простоты расчета в (7) можно пренебречь квадратичными по Δλ_m иленами разложения.

На рис. 2 показаны рассчитанные интенсивности I₁ и I₂ дифрагированного света в первом и втором дифракционных максимумах в зависимости от произведения η1, пропорционального частотной расстройке. Из рис. 2 следует, что максимальная интенсивность света I₂ при двукратном рассеянии наблюдается при нулевых расстройках частоты и определяется значением акустической мощности, в то время, как частотный диапазон сканирования практически не зависит от интенсивности ультразвука. Пределы изменения частоты определяются по уровню ослабления І2 в два раза по сравнению с максимальным значением, и на рис. 2 им соответствуют точки $n_l l =$ e a parte se $=\pm\pi$. .

При оценке частотных диапазонов удобно провести сравнение со сканированием при изотропной дифракции на той же центральной частоте ультразвука. Из оценок (7) сдедует, что η по величине в 4 раза

પ્રમાણ તેને

превышает соответствующее значение коэффициента η_0 для изотропного рассеяния [5], когда $\eta_0 l = \pm 0,8 \pi$. Поэтому полоса частот сканирования при дифракции во второй максимум оказывается в 3,2 раза меньше, чем в изотропном случае. Однако при определении максимального числа разрешимых элементов и разрешающей способности дефлекторов необходимо учитывать двукратное по углу отклонение света во второй максимум. При постоянной расходимости дифрагированного света возрастание угла дифракции в 2 раза при прочих равных условиях вдвое увеличивает угловое разрешение и число разрешимых элементов.

Таким образом, максимальное число разрешимых элементов с учетом проигрыша в полосе частот оказывается в 1,6 раза меньше, чем для дефлектора на изотропной дифракции. Тем не менее следует отметить, что сканирование второго анизотропного дифракционного максимума может представить интерес при создании, оптико-акустических дефлекторов, так как число разрешимых в заданой полосе частот ультразвука элементов возрастает в два раза.

Особенностью дифракции в первый анизотропный дифракционный максимум является ослабление интенсивности I₁ при приближении частоты ультразвука к центру диапазона сканирования 🗗, показанное на рис. 2. При достаточно больших частотных расстройках процессы вторичного рассеяния света практически отсутствуют, поэтому интенсивность I_1 будет определяться амплитудой звуковой волны $q_A l$ и совпадать со значением I_1 для случая $C_2{=}0$ (пунктирная кривая рис. 1, $m{\sigma}$). Ослабление интенсивности в центре диапазона сканирования и появление провалов в частотной характеристике объясняется вторичным рассеянием света. Минимум интенсивности I_1 наблюдается при $\lambda_m = \lambda_{mo}$ (n1=0), и глубина провала, определяемая мощностью упругой волны, легко находится из рис. 1, б. Частотные зависимости интенсивности дифрагированного света в первом максимуме позволяют выбрать оптимальное значение интенсивности упругой волны, при которой ослабление I₁ в центре диапазона сканирования происходит не более чем в 2 раза по сравнению с максимально возможной для данного $q_A l.$

Из рис. 2 следует, что оптимальной мощностью ультразвука можно считать $P=0.64 P_0 (q_A l=0.8 \pi)$, когда максимальное значение интенсивности света в первом максимуме составляет 0,9 от падающей,

При расчете частотных диапазонов сканирования не принимался во внимание коэффициент η_0 . Очевидно, учет η_0 необходим на краях выше исследованных диапазонов сканирования, когда за счет селективности брэгговской дифракции в первый максимум интенсивность I_1 плавно спадает до нуля. На процессах вторичного рассеяния эта особенность не скажется, так как диапазоны сканирования первого максимума, определяемые одним коэффициентом η_0 , на порядок превышают пределы изменения частоты в изотропном случае [3].

Особенности дифракции в первый анизотропный брэгговский максимум следует учитывать при создании оптико-акустических устройств, использующих геометрию взаимодействия светового и акустического пучков, показанную на рис. 1, а. Широкополосное сканирование света при указанной геометрии взаимодействия [3] до сих пор не рассматривало возможности вторичного рассеяния света из первого дифракционного максимума, обычно применяемого для сканирования, во второй.

Исследование показало, что рост эффективности дифракции в первом максимуме при значительном увеличении управляющей акустической мощности сопровождается появлением провалов в частотной характеристике дифрагированного света и, следовательно, сужением, полосы частот сканирования. Поэтому широкополосное сканирование в этом случае возможно лишь при ограниченных эффективностях дифракции. Влияние вторичного рассеяния света может быть значительно уменьшено при небольшом изменении геометрии взаимодействия акустического и световых пучков, когда нарушается симметрия векторной диаграммы, изображенной на рис. 1, а.



Рис. 3. Рассеяние света в три световых дифракционных максимума: *а* — векторная диаграмма рассеяния, *б* — зависимости относительных интенсивностей дифрагированного света от амплитуды звуковой волны

На рис. 3, а показана векторная диаграмма рассеяния света в три дифракционных брэгговских максимума, когда последовательно происходит анизотропная, изотропная и вновь анизотропная дифракции. При этом поляризация света в первом и втором максимумах повернута на 90° по отношению к падающей, а в третьем максимуме совпадает с исходной. Кроме того, частота дифрагированного света в первом, втором и третьем максимумах оказывается сдвинутой на величины f_0 , $2f_0$ и $3f_0$. Из векторной диаграммы определяется длина волны ультразвука, при которой может наблюдаться троекратное рассеяние света

$$\lambda_{m0} = \frac{\sqrt{2} \lambda_0}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}}.$$
(8)

(9)

Система дифференциальных уравнений при частотах, близких к f_0 , для $\theta_i \ll 1$ имеет вид

$$\frac{dC_0}{dx} = -\frac{q_A}{2} C_1 e^{-i\eta_0 x},$$

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{q_A}{2} C_0 e^{i\eta_0 x} - \frac{q_H}{2} C_2 e^{-i\eta_1 x},$$

$$\frac{dC_2}{dx} = -\frac{q_H}{2} C_1 e^{i\eta_0 x} - \frac{q_A}{2} C_3 e^{-i\eta_0 x},$$

$$\frac{dC_3}{dx} = -\frac{q_A}{2} C_2 e^{i\eta_2 x},$$

где C_0 , C_1 , C_2 и C_3 — относительные амплитуды световых максимумов, $q_{\rm m}$ — параметр, характеризующий эффективность изотропного рассея-

310

ния, η_0 , η_1 и η_2 — коэффициенты, определяющие частотные свойства рассеяния в первый, второй и третий дифракционные максимумы. Как показало исследование, иногда возможно практически полное отклонение света из нулевого дифракционного максимума в третий. Необходимые для этого величины управляющих акустических мощностей зависят от соотношения параметров q_A и $q_{\rm M}$.

В случае $q_A = 0,9 q_{u}$, являющемся оптимальным с точки зрения величины управляющего сигнала, полное отклонение света в третий мак-



Рис. 4. Зависимости относительных интенсивностей дифрагированного света от частоты ультразвука. a - b третьем и втором максимумах: $1 - q_{\mathbf{n}} l = \pi$, $2 - q_{\mathbf{n}} l = 1,4 \pi$, $3 - q_{\mathbf{n}} l =$ =2 π ; $\delta - b$ первом максимуме: $1 - q_{\mathbf{n}} l = 0,8 \pi$; $2 - q_{\mathbf{n}} l =$ = $1,2 \pi$, $3 - q_{\mathbf{n}} l = 2 \pi$

симум обеспечивает акустическая мощность $P=4P_0$. Если параметры q_A и $q_{\rm M}$ сильно различаются, то проигрыш в мощности возрастает. На рис. 3, б представлены интенсивности дифрагированого света в зависимости от произведения $q_{\rm M}l$. При расчете интенсивностей связь коэффициентов q была выбрана оптимальной, а длина волны ультразвука равнялась λ_{m0} .

Для определения частотных диапазонов сканирования были оценены величины коэффициентов $\eta_{\mathcal{P}}$:

$$\eta_0 \simeq - \frac{\pi \lambda_0}{n_1 \lambda_{m0}^2} \left(\frac{\Delta \lambda_m}{\lambda_{m0}} \right), \quad \eta_1 = -3\eta_0; \quad \eta_2 = -7\eta_0.$$
 (10)

Оказалось, что η_0 в формуле (10) с точностью до знака совпадает с коэффициентом η_0 в изотропном случае [5]. На рис. 4, а показаны интенсивности дифрагированного света в третьем и втором максимуме в зависимости от расстроек частоты ультразвука $\eta_0 l$. Как и в случае двукратного рассеяния, рассмотренного выше, максимальная величина I_3 определяется уровнем акустической мощности. Ширина диапазона сканирования от $q_{\rm m} l$ не зависит и равна 0,28 π , что в 5,5 раза меньше, чем при сканировании в изотропной среде. Для троекратного отклонения света получаем разрешение в заданной полосе частот в 3 раза лучшее, чем в изотропном случае. Однако за счет проигрыша в диапазоне частот сканирования максимальное число разрешимых элементов будет в 1,8 раза меньше.

Величина частотного диапазона сканирования второго дифракционного максимума в отличие от третьего зависит от $q_x l$, что показано на рис. 4, а. Провал в частотной характеристике при $\eta_0 = 0$ объясняется рассеянием света в третий максимум из второго. Как и прежде, может

быть выбран оптимальный уровень мощности ультразвуковой волны. Для $q_n l = 1,4 \pi$ или $P = 2 P_0$ интенсивность света в центре диапазона сканирования убывает не более чем в 2 раза по сравнению со своим максимальным значением. В этом случае частотный диапазон оказы-вается в 1,7 раза меньше чем при изотропной дифракции. Однако раз-решение в заданной полосе частот и максимальное число разрешимых элементов возрастают состветственно в 2 и 1,2 раза.

Если акустическая мощность равна P=0,64 P0; то интенсивность света в первом дифракцирнном максимуме достигает значения I₁=0,46 (рис. 4, 6) и почти не меняется при довольно больших перестройках частоты ультразвука. Поэтому сканирование первого максимума иногда может представить практический интерес, хотя однократное рассеяние света не обеспечивает выигрыша в разрешающей способности.

Таким образом, в данной работе показано, что при анизотропном брэгговском рассеянии света при определенных условиях наблюдается дифракция в несколько дифракционных максимумов. Эта особенность анизотропного оптико-акустического взаимодействия может быть ис-пользована для практических целей при сканировании световых пучков или сдвиге частоты света.

В заключение автори благодарят Б. В. Кошелева за помощь в расчетах на ЭВМ,

ЛИТЕРАТУРА

Dixon R. W. «IEEE J. Quan: Elect.», QE-3, 85, 1967.
 Леманов В. В., Шакин О. В. «Физика твердого тепа», 14, 229, 1972.
 Балакший В. И., Волешинов В. Б., Парыгин В. Н. «Радиотехника и электроника», 16, 2226, 1871.
 Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. «Квантовая электроника», 2, № 2, 1975.

5. Парыгин В. Н. «Радиотехника и электроника», 19, 38, 1974.

Поступила в редакцию 24.3 1975 r.

Кафедра физики колебаний