

Н. И. БУШУЛКИН, С. Ф. МИРКОТАН, З. К. ШИБАЕВ

ПОВЕДЕНИЕ ФАЗЫ И ДИСПЕРСИОННОЕ РАСПЫВАНИЕ СИГНАЛА В ОБЛАСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ ИОНОСФЕРНОГО СЛОЯ

Получено и исследуется строгое выражение для второй производной фазы (по частоте) отраженной монохроматической волны для параболического слоя. Сделан вывод о существовании конечного, максимального дисперсионного расплывания квази-монохроматического сигнала и смещения максимума группового запаздывания относительно критической частоты. Приводятся результаты расчета для характерных ионосферных условий.

Настоящее рассмотрение выполнено в связи с исследованием ионосферы методом когерентного приема [1, 2]. Поведение фазы $\varphi(\omega)$ и ее производных $\varphi' = d\varphi/d\omega$ и $\varphi'' = d^2\varphi/d\omega^2$ для монохроматической волны, отраженной от ионосферного слоя, содержит информацию о свойствах квазимонохроматических отраженных сигналов и в конечном итоге о свойствах самого слоя. В определенных случаях представляют интерес данные о поведении φ , φ' , φ'' в узкой области частот, примыкающих к критической частоте слоя ω_k и при $\omega = \omega_k$. В приближении геометрической оптики при $\omega \rightarrow \omega_k$ производные φ' и $\varphi'' \rightarrow \infty$, т. е. действующая высота отражения и время дисперсионного расплывания сигнала $\tau = \sqrt{\lambda \varphi''}$ [3], также стремятся к бесконечности. Однако при $\omega \sim \omega_k$ геометрико-оптическое рассмотрение несправедливо и для выяснения особенностей в поведении φ , φ' и φ'' необходимо строгое решение волнового уравнения [4, 5].

Параболический слой

Решениями волнового скалярного уравнения для параболического слоя, когда распределение электронной концентрации описывается формулой

$$N(z) = N_m \left(1 - \frac{z^2}{z_m^2} \right) \quad (1)$$

являются функции параболического цилиндра (функции Вебера) [4, 5]

$$D_{ip-1/2}(v), \quad D_{-ip-1/2}(v).$$

Без учета поглощения и магнитного поля земли

$$\rho = \pi \frac{z_m}{\lambda_k} \frac{\omega_k^2 - \omega^2}{\omega_k^2}, \quad v = ue^{i\pi/4} = \left(\frac{4\pi z_m}{\lambda_k} \right)^{1/2} e^{i\pi/4} \frac{z}{z_m}, \quad (2)$$

где z_m — полутолщина слоя, $\lambda_k = \frac{2\pi c}{\omega_k}$. Из выражения для действующей высоты z_D , полученного в [5], непосредственно следует соотношение для производной разности фаз между падающей и отраженной волной в начале толстого ($\lambda_k \ll z_m$) параболического слоя

$$\begin{aligned} \Phi'(\omega) = \frac{2z_D \omega}{c\omega_k} = \frac{z_m \omega}{c\omega_k} \left[0,5772 + 1n \left(16\pi \frac{z_m}{\lambda_k} \right) + \right. \\ \left. + \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\rho - i3n}{n(n+i\rho)(n+2i\rho)} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Приближенное выражение (3) получено при условии

$$\frac{\rho^2}{2u^2} \ll 1 \quad \text{или} \quad |\omega_k - \omega| = |\Delta\omega| \ll \left(\frac{\omega_k c}{z_m} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где учтено, что $\omega \sim \omega_k$. Условие (4) справедливо для толстых ионосферных слоев в области частот, примыкающих к ω_k , и при $\omega \simeq \omega_k$. В работах [4, 5] считается, что при $\omega = \omega_k$ достигается максимум значения Φ' , величина которого $\Phi_{\rho=0}$. Анализ поведения Φ'' показывает, что это не так, максимальное значение Φ'_m смещено относительно $\omega = \omega_k$, а

$$\Phi_{\rho=0}' = \frac{z_m}{c} \left[0,5772 + 1n \left(16\pi \frac{z_m}{\lambda_k} \right) \right]. \quad (5)$$

Поведение Φ'' вблизи ω_k

Почленное дифференцирование ряда (3) по частоте и выделение действительной части позволило получить выражение для второй производной фазы в виде

$$\begin{aligned} \Phi''(\omega) = \frac{z_m}{\omega_k c} \left[0,5772 + 1n \left(16\pi \frac{z_m}{\lambda_k} \right) - \rho \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\rho) \right] + \\ + \frac{z_m \omega^2}{c^2 \omega_k^2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\rho) + \rho \sum_{n=1}^{\infty} b_n(\rho) \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$a_n = \frac{7\rho n^2 + 4\rho^3}{n(n^2 + \rho^2)(n^2 + 4\rho^2)}, \quad b_n = \frac{7n^2 - 23\rho^2 n^2 - 64\rho^4 n^2 - 16\rho^6 n}{n^2(n^2 + \rho^2)^2(n^2 + 4\rho^2)^2}.$$

Анализ выражения (6) и соответствующих ему графиков позволяет отметить некоторые общие особенности в поведении $\Phi''(\omega)$ (рис. 1). Вдали от ω_k $\Phi''(\omega)$ плавно возрастает, достигая максимального значения Φ_m'' при некотором $\omega_m < \omega_k$, далее стремится к нулю при $\omega = \omega_k$. Непосредственно из (6) видно:

$$\Phi''|_{\rho=0} = \Phi_0'' = \frac{z_m}{c\omega_k} \left[0,5772 + 1n \left(16\pi \frac{z_m}{\lambda_k} \right) \right] \neq 0, \quad (7)$$

что указывает на некоторое смещение максимума φ_m относительно ω_k . В конкретном случае толстых ионосферных слоев φ_0 мало и смещением, как это видно из дальнейшего, можно пренебречь. Так, для $z_m = 120$ км $f_k = \omega_k/2\pi = 10$ МГц $\varphi_0 = 10^{-10}$ с² и $\varphi_0/\varphi_m \sim 10^{-3}$. В случае тонких слоев смещение φ_m относительно $\omega = \omega_k$ может быть существенным. Анализ (6) позволяет сделать вывод, что φ_m ограничена при любых значениях ω (соответственно ρ). Если учесть, что при отражении от ионосферного слоя квазимонохроматических сигналов параметр τ характеризует дисперсионное расплывание «время установления» сигнала [3], то в этом случае значение φ_m соответствует некоторому максимальному времени расплывания $\tau_m = \sqrt{\lambda \varphi_m}$ за счет дисперсионных свойств среды.

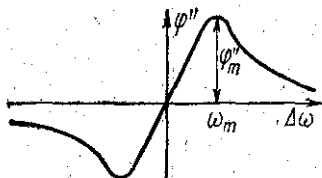


Рис. 1

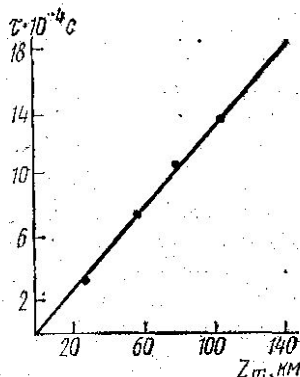


Рис. 2

Рассматривая дисперсионное расплывание и параметр τ в настоящей работе, как и в [3], не учитывается влияние действительной части коэффициента пропускания ионосферы R , который считается постоянным в пределах полуширины спектра сигнала. Вблизи $f_k R(\omega)$ может существенно меняться. При этом рассматривается случай, когда сигнал достаточно длинен по времени (узок его спектр) и упомянутое выше условие выполняется. Учет влияния R рассматривается в [6].

Можно показать, что при

$$\frac{z_m}{\lambda_k} \rightarrow \infty, \omega_m \rightarrow \omega_k, \quad \frac{\varphi_{\text{строгое}}''}{\varphi_{\text{геом. опт}}''} \rightarrow 1. \quad (8)$$

Следовательно, общей закономерностью для φ'' должно являться увеличение максимума φ_m'' и приближение его к ω_k при возрастании полутолщины слоя z_m . Для ионосферных условий ($z_m > 10$ км) вблизи ω_k , когда справедливо (4), $\varphi''(\rho)$ может быть представлена в виде

$$\varphi''(\rho) = \frac{1}{c^2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} \rho b_n \right\} z_m^2, \quad (9)$$

где учтено, что $\omega/\omega_k \sim 1$, и опущены члены в квадратных скобках выражения (6), которые в упомянутых условиях на три порядка меньше оставшихся. В этих условиях φ_m'' практически не зависит от ω_k , так как зависимость от ω_k есть только в опущенных членах

$$\varphi''(\rho) = C(\rho) z_m^2. \quad (10)$$

где $C(\rho)$ — некоторая ограниченная функция. Для максимального значения

$$\varphi''(\rho_m) = \varphi_m'' = C(\rho_m) z_m^2. \quad (11)$$

Для характерных ионосферных условий $z_m \sim 10-400$ км C практически постоянно и зависимость (10) приобретает параболический вид

$$\varphi_m'' = C z_m^2, \quad \tau = \sqrt{\pi C z_m}, \quad (12)$$

где $C = 0,31 \cdot 10^{-10}$ с²/км². На рис. 2 приведена зависимость τ_m от полутолщины слоя z_m . Точками изображены значения τ_m , полученные с учетом

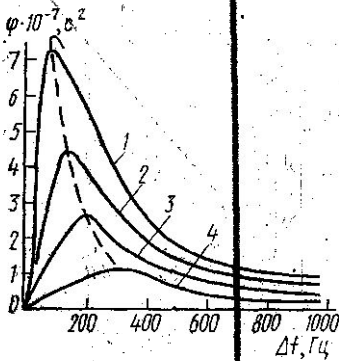


Рис. 3

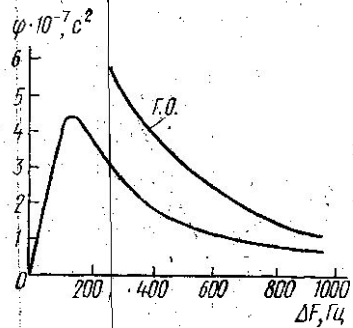


Рис. 4

опущенных членов. Видно, что зависимость (11) и (12) достаточно хорошо описывает связь τ_m и z_m .

В связи со сложностью выражения (6) получить более конкретные сведения о величине φ'' затруднительно, ибо ряд (6) сходится медленно. Так, согласно оценкам, для обеспечения 5% точности вычисления φ'' необходимо учитывать члены ряда вплоть до $n=100$. В пределах упомянутой точности, с использованием ЭВМ строились графики φ'' для некоторых характерных условий, позволяющие сделать достаточно общие выводы.

На рис. 3 приведены графики φ'' для: 1 — $z_m = 150$, 2 — $z_m = 120$, 3 — $z_m = 90$ и 4 — $z_m = 60$ км и $f_h = 10$ МГц, где по оси абсцисс вместо ρ использовалась расстройка $\Delta f = f_k - f$ с учетом, что с большой точностью

$$\rho = \pi \frac{z_m}{\lambda_k} \frac{f_k^2 - f^2}{f_k^2} = 2\pi \frac{z_m}{\lambda_k} \frac{\Delta f}{f_k} = 2\pi \frac{z_m}{c} \Delta f. \quad (13)$$

Для использованных значений Δf , z_m , f_k условия (4) выполнялись не хуже, чем

$$2 \cdot 10^{-3} \ll 1 \quad \text{и} \quad |\Delta f| \ll 7 \cdot 10^4 \text{ Гц}$$

соответственно.

Из графиков видно, что φ'' ограничено при любых значениях Δf . Для сравнения на рис. 4 приведено поведение φ'' для геометрико-оптического случая и строгого решения ($z_m = 120$ км, $f_h = 10$ мГц). Видно, что $\varphi''_{\text{стр}} < \varphi''_{\text{г.о.}}$. Далее сравним выражения для φ'' и τ , полученные в [5] в приближении геометрической оптики с точным решением:

$$\varphi'' = C'(\rho) z_m^2, \quad \tau = \sqrt{\pi C'(\rho)} z_m \quad (\text{геометрическая оптика}), \quad (14)$$

$$\varphi'' = C(\rho) z_m^2, \quad \tau = \sqrt{\pi C(\rho)} z_m \quad (\text{точное решение}), \quad (15)$$

где $C' = 3,3 \cdot 10 \text{ км}^2 \text{ с}^2 / \rho$.

Сравнивая $C(\rho)$ и $C'(\rho)$ данные на рис. 5, получаем при $\rho < 10$ сильное расхождение точного решения в приближении геометрической оптики. Использование этого графика и соотношений (10) и (13) позволяет непосредственно строить графики типа рис. 3 для любых z_m в области критической частоты параболического ионосферного слоя. Приведенные выше результаты о поведении τ_m позволяют сделать важный вывод. В связи с ограниченностью величины φ''_m и соответственно τ_m применение зондирующих импульсов длительностью $T > \tau_m$ позволяет иметь установившуюся часть сигнала, что дает возможность экспериментального исследования φ' φ'' в области f_h и при $f = f_h$. Согласно рассмотрению [3] время установления τ получено в предположении, что в разложении $\varphi(\omega)$ можно ограничиться членом φ'' . Учет следующих членов существенно усложняет задачу. Однако в этом нет необходимости, если учесть что производные высших порядков ограничены и их вклад резко уменьшается с увеличением порядка. Учет производных высших порядков не должен изменить в принципе факт существования максимальных значений τ . Параметр τ , введенный в [3], был получен без учета коэффициента отражения R .

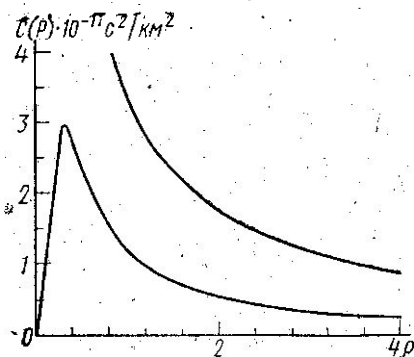


Рис. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Миркотан С. Ф., Шибяев З. К., Чан Тхан Хай. «Геомagnetизм и аэрoнoмия», 3, 430, 1969.
2. Гусев В. Д., Драчев Л. А. «Радотехника и электроника», 1, 747, 1956.
3. Гинзбург В. Л. Распространение радиоволн и ионосфера. М., 1960.
4. Rydbeck O. E. On the propagation of radio waves. «Trans. Chalmers Univ. Gethen-burg», No. 3, 1944.
5. Rydbeck O. E. «Phil. Mag.», 34, 342, 1943.
6. Шушуткин Н. И., Миркотан С. Ф. Искажения импульсного радиосигнала в области критической частоты толстого параболического ионосферного слоя. Сб. Исследования по geomagnetизму, аэрoнoмии и физике Солнца. Вып. 38, М., 1976.

Поступила в редакцию
21.4 1975 г.

Кафедра
волновых процессов