Beemhuk

## МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА Nº 3 — 1976 '

УЛК 621.373

## И. И. МИНАКОВА, Г. П. МИНИНА

## СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТРЕХРЕЗОНАТОРНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧАСТОТЫ

Предлагается метод поверхностей постоянных параметров, позволяющий опреде-лять параметры трехрезонаторной системы спабилизации частоты, необходимые для получения максимального коэф рициента стабилизации, и определять область возмож-ных изменений параметров при заданном коэффициенте стабилизации. На поверхности заданного коэффициента стабилизации рассмотрены области однозначности, трехзначности и пятизначности частотной кривой, а также область неустойчивости по энергетическому критерию. Приводится расчет полос удержания и раскрыва и исследуется их зависимость от добротности стабилизирующего контура и связей между контурами.

Создание сверхпроводящих резонаторов с большими добротностями  $(Q=10^{11}$  при  $f_{pes}=10$  ГГц привело к возможности разработки различных типов систем стабилизации частоты твердотельных генераторов, по стабильности способных конкурировать с квантовыми стандартами частоты [1, 2]. Одной из таиболее перспективных систем стабилизации частоты с точки зрения создания стабильного генератора с очень узкой спектральной линией является трехрезонаторная система со сверхпроводящим резонатором.

За последние годы были теоретически исследованы основные свойства такой трехрезонаторной системы генераторов СВЧ диапазона. Получены зависимости козффициента стабилизации, областей стабильного режима, потерь на стабилизацию от параметров системы, в том числе и для системы с загаздыванием [3, 4]. Одновременно были развиты некоторые методы оптимизации параметров системы стабилизации частоты по заданным входным данным [5]. Общность полученных закономерностей и методов позволила достаточно глубоко выявить физические процессы в таких системах и создать стабилизированные генераторы в диапазоне СВЧ, а также провести экспериментальную проверку ряда положений теории в радиодиапазоне. Трехрезонаторная система стабилизации частоты со сверхпроводящими резонаторами имеет ряд специфических особенностей, связанных с большими добротностями резонаторов и широким диапазоном изменения параметров.

При работе в одночаститном режиме трехрезонаторная система ста-билизации частоты может быть представлена эквивалентной трехконтурной системой с сосредотрченными параметрами. При последовательном соединении контуров реактивными связями  $k_1$  и  $k_2$ , режим стабилизации существенно зависит от связей и добротностей контуров: Q1-

ಹಾ

контура генератора,  $Q_2$  — промежуточного и  $Q_3$  — сверхпроводящего. резонатора, инкремента генератора и расстроек между контурами. С точки зрения стабилизации частоты наиболее существенным и информативным является исследование уравнения частот автоколебаний. Введем относительные расстройки частоты автоколебаний  $\eta = \frac{\omega - v_3}{\omega}$ , парциальных частот генератора  $\xi_1 = \frac{v_1 - v_3}{\omega}$  и промежуточного контура  $\xi_2 = \frac{v_2 - v_3}{\omega}$  относительно парциальной частоты сверхпроводящего резонатора. Тогда уравнение частот автоколебаний при перестройке парциальной частоты генератора и  $\xi_2 = 0$  можно записать как

$$\xi_{1} = \eta \left[ 1 + k_{1}^{2} \frac{k_{2}^{2} - 1/Q_{3}^{2} - \eta^{2}}{(k_{2}^{2} + 1/Q_{2}Q_{3} - \eta^{2})I^{2} + \eta^{2}(1/Q_{3} + 1/Q_{2})^{2}} \right].$$
 (1)

При  $k_2^2 > k_{2\kappa p}^2 = 1/Q_3^2$  частотная кривая (1) имеет среднюю ветвь, проходящую через точку синхронизма  $\xi_1 = \xi_2 = \eta = 0$ . Коэффициент стабилизации системы S в этой точке равен

$$S = \frac{d\xi_1}{d\eta} \bigg|_{\substack{\xi_1 = 0\\ \eta = 0}} = 1 + k_1^2 \frac{k_2^2 - 1/Q_3^2}{(k_2^2 + 1/Q_2Q_3)^2}.$$
 (2)

Предельно достижимая величина S ограничивается одним из пяти критериев устойчивости. Для точки синхронизма при малодобротном промежуточном контуре наиболее существенным являются «энергетический» и «сложный» критерии.

«Сложный» критерий определяет границу гашения автоколебаний при увеличении связи  $k_1^2$  за счет эквивалентного положительного затухания, вносимого системой стабилизации частоты в контур генератора. Практически для всех современных полупроводниковых генераторов реально достижимые величины связи  $k_1^2 \leq 0,1$  и «сложный» критерий не ограничивают предельно достижимого коэффициента стабилизации S.

При нарушении устойчивости по «энергетическому» критерию

$$k_1^2 \leqslant (1 + Q_3/Q_2) (k_2^2 + 1/Q_2Q_3)$$
 (3)

колебания на средней ветви энергетически не выгодны, и в системе возможна генерация только на одной из малостабильных боковых частот.

Учитывая (3), для S<sub>пред</sub> получаем:

$$S_{\text{пред}} = 1 + \left(1 + \frac{Q_3}{Q_3}\right) \frac{k_2^2 - 1/Q_3^2}{k_2^2 + 1/Q_2 Q_3}.$$
 (4)

Как следует из (4), для увеличения  $S_{\text{пред}}$  целесообразно уменьшать величину  $Q_2$ . Снижение  $Q_2$  за счет уменьшения характеристического сопротивления контура  $\rho_2$  улучшает все характеристики стабилизации. В диапазоне СВЧ для резонатора специальной формы были получены добротности  $Q_2 \approx 10 \div 50$  при малых потерях. Снижение добротности  $Q_2$ за счет увеличения потерь менее целесообразно с точки зрения оптимальных условий стабилизации, так как это эквивалентно уменьшению связи  $k_1^2$ . Однако технически последнее существенно проще.

Выяснение предельных возможностей рассматриваемой системы. стабилизации частоты при использовании сверхпроводящих резонато-

ров может быть проведено при исследовании зависимости частотной кривой и характеристик стабилизации от параметров. Для генераторов СВЧ, работающих при комнатных температурах при фиксированных добротностях контуров Q<sub>2</sub> и Q<sub>3</sub> и широких возможностях регулировки связей, был разработан истод оптимизации параметров, основанный на выделении плоскости козффициентов связи [4].

Для расчетов системы стабилизации частоты с СПР этого недостаточно. При переходе к сверхпроводящему состоянию и при изменении температуры системы  $Q_3$  изменяется на несколько порядков. Связи, особенно  $k_2^2$  между промежуточным и сверхпроводящим резонатором, должны быть достаточно точно определены и настроены при комнатной температуре. В связи с усложнением задачи для оптимизации параметров рассматриваемой системы был разработан метод выделения поверхностей фиксированных параметров. Поверхность параметров и ее сечения, по которым производится оптимизация режимов, обусловлена конкретной конструкцией генератора и требованиями к его выходным даяным. Так, при определени диапазонов параметров, при которых может быть получен заданный коэффициент стабилизации S, целесообразно использовать поверхность параметров  $k_1^2$ ,  $k_2^2$ ,  $Q_3$  при S=const и  $Q_2$ = = const. Если же требует я определить максимальные достижимые коэффициенты стабилизации широком диапазоне изменения  $Q_3$ , то следует использовать поверхность S,  $k_2^2$ ,  $Q_3$ . Из (2) следует, что при S $\gg$ 1 и  $Q_2$ = const вместо построения обоих типов поверхностей можно рассчитывать и строить одну поверхность S/ $k_1^2$ ,  $k_2^2$ ,  $Q_3$  и по точкам на поверхности или ее образующим находить параметры исследуемых режимов.

Расчет и построение поверхности параметров и ее сечений (рис. 1 и 2) был сделан для редльной системы стабилизации частоты генератора на туннельном диоде при

$$v_1 = v_2 = v_3 = 1,2 \cdot 10^9 \ \Gamma u, \quad L_1 = 2 \cdot 10^3 \ \Gamma h, \quad |R_3| = 37 \ Ommedyname{Ommedsilence} Q_1 = 10, \quad Q_2 = 10^3 \div 10^{11}.$$

Рассмотрим поверхность *S*,  $k_{2}^{2}$ ,  $Q_{3}^{1}$ . На рис. 1 она построена при  $k_{1}^{2} = 10^{-1}$ . Из рис. 1 видно, что *S* изменяется при изменении  $k_{2}^{2}$  немонотонно. Сначала при увеличении  $k_{2}^{2}$  *S* увеличивается и при

$$b_{\rm 2rp}^2 = \frac{2}{Q_3^2} + \frac{1}{Q_2 Q_3}$$
 (5)

достигает своего максималиного значения

$$S_{\max} = \frac{k_1^2 Q_2 Q_3}{4}.$$
 (6)

Дальнейшее увеличение связи между промежуточным контуром ѝ сверхпроводящим резонатором приводит к снижению нагруженной добротности стабилизирующего контура, и величина коэффициента стабилизации уменьшается. При увеличении добротности сверхпроводящего резонатора, если остальние параметры фиксированы, S сначала возрастает, а затем при  $Q_3 \ge 1/k_2^2 Q_2$ , когда нагруженная добротность уже не увеличивается, выходит на постоянный уровень  $S_k = k_1^2/k_2^2$ , соответствующий при  $k_1^2/k_2^2 \gg 1$  коэффициенту стабилизации консервативной системы. На рис. 1 представлена поверхность  $S_{\text{пред}}(k_1^2, k_2^2, Q_3)$ , определяемая энергетическим критерием (3). Величина  $S_{\text{max}}$  может возрастать за счет увеличения  $k_1^2$ . Из (3) при  $k_2^2 = k_{2\text{гр}}^2$  получаем максимальное допустимое значение  $k_1^2 = \frac{2}{Q_2^2}$  и, следовательно, достижимое значение  $S_{\text{max}} = 1/2 \frac{Q_3}{Q_2}$ .



Рис. 1

Если построенная поверхность рассматривается как поверхность заданного коэффициента стабилизации S = const (на рис. 2,  $z = 10^5$ ), то на нее можно нанести линии границ областей однозначности частотной кривой (4), трехзначности (3), пятизначности (2) и области нарушения устойчивости по (3) на средней ветви (1).

Граница областей 1 и 2 определяется простым соотношением

$$k_1^2 = 1/Q_2 (Q_3 k_2^2 + 1/Q_2).$$

В области 2 средняя ветвь частотной кривой устойчива, но точка синхроннзма перекрыта боковыми ветвями. В таком режиме генератор возбуждается в точке синхронизма под воздействием внешнего сигнала. Граница областей 2 и 3 определяется соотношением

$$k_1^2 = 1/Q_2 (2k_2 + 1/Q_2 - 1/Q_3)$$

При  $Q_3 \gg Q_2$  и  $k_2 \ll 1/Q_2$  это выражение стремится к  $k_1^2 = 1/Q_2^2$ . Граница областей 3—4 выражается сложным образом. С точки зрения создания системы стабилизации частоты режимы, соответствующие одно-

значной частотной кривой, представляют малый интерес. При  $S = 10^5$  на построенной поверхности область (4) отсутствует. Как видно по графикам сечений (рис. 2, *а* и *б*), при заданной величине она недостижима.

Подробнее выяснить зависимость режимов работы системы с заданным коэффициентом стабилизации S от коэффициентов связи  $k_1^2$ ,  $k_2^2$  и добротности можно с томощью сечения поверхности S = const плоскостями постоянных параметров (рис. 2, a,  $\delta$  и a).

При фиксированном  $k_1^2$  (рис. 2, в) для  $k_2^2$  и  $Q_3$ , связанных соотношением  $k_2^2 \simeq 1/Q_2 Q_3$ , заданный коэрфициент стабилизации бливок к  $S_{\rm max}$ .

Увеличение связи  $A_1^2$  (рис. 2, *a* и *б*), с одной стороны, расширяет при фиксированном *S* диапазон возможных изменений остальных параметров, а с другой — ведет к увеличению степени затягивания, и система последовательно проходит области 4, 3, 2 и 1, т. е. приближается граница неустойчивости по энергетическому критерию. Переход из области 1 в область устой изых режимов 2 при фиксированном *S* можно осуществить увеличением  $Q_3 k_2^2$ .

Из анализа параметров по графикам рис. 2 следует, что  $S=10^5$  достижим при  $Q_3>10^6$ , причем при  $Q_3>2,5\cdot10^6$  точка синхронизма может быть открыта (область 3).

Предложенный споссб дает возможность найти параметры системы, обеспечивающие заданный или максимальный S в точке синхронизма. Важной характеристикой системы является величина полосы удержания Ф, определяемой по точкам срыва со средней ветви частотной кривой при изменении частоты генератора. В отсутствие гашений автоколебаний в точке синхронизма зависи-

В отсутствие гашений автоколебаний в точке синхронизма зависимость величины Ф от параметров может быть оценена по фазовому условию устойчивости (критерий «вертикальных касательных»). Из уравнения (1) при  $d\xi_1/dr = 0$  получаем уравнение для точки срыва со средней ветви  $\eta_{\Phi}$  и с боковых ветвей  $\eta_F$ 

$$\begin{split} & \left[ Q_3^8 \eta^8 + Q_3^6 \eta^6 \left( k_1^2 Q_3 - 4a + 2c^2 \right) + Q_3^4 \eta^4 \left[ c^4 + 2a \left( 3a - 2c^2 \right) + \right. \right. \\ & \left. + k_1^2 Q_3^2 \left( 2a - c^2 - 3b \right) \right] + Q_3^2 \eta^2 \left[ k_1^2 Q_3^2 \left( 2ab - bc^2 - 3a^2 \right) - \right. \\ & \left. - 2a^2 \left( 2a - c^2 \right) \right] + a^2 \left( a^2 + k_1^2 Q_3 b \right) = 0, \\ & \left. a = k_2^2 Q_3^2 + \frac{Q_3}{Q_2}, \quad b = k_2^2 Q_3^2 - 1, \quad c = 1 + \frac{Q_3}{Q_2}, \end{split}$$

(7)

где

Решение этого уравнения можно провести поэтално, определив при фиксированных  $k_2^2$  и  $Q_2$  зависимость  $\eta_{\Phi,F}$  от  $k_1^2$  при параметре  $Q_3$ , затем, пользуясь уравнением частот (1), построить прафик зависимости  $\Phi=2\xi_{1\Phi}$  и  $F=2\xi_{1F}$  от  $k_1^2$  также при параметре  $Q_3$ . По графикам рис. 2 выбираем  $k_2^2=10^{-8}$ , обеспечивающую при  $S=10^5$  выход в область 3. Графики рис. 4 построены только для положительных  $\eta_{F,\Phi}$ , так как картина симметрична относительно оси  $k_1^2$ . Подобные графики дают возможность определить нависимость  $\Phi$  и F от параметров системы

картина симметрична от юсительно оси  $k_1^2$ . Подобные графики дают возможность определить ависимость  $\Phi$  и F от параметров системы. Не останавливаясь подробно на характере всех зависимостей, вытекающих из анализа графиков (рис. 3), отметим только наиболее существенные характеристики полосы удержания. Полоса удержания  $\Phi$ монотонно увеличивается по мере увеличения  $k_1^2$ . Из графика рис. 4 следует, что полосы удержания растут с увеличением  $k_2^2$  и  $Q_3$ , так как при этом увеличивается расстройка между собственными частотами системы связанных контуров промежуточный—сверхпроводящий резонатор. Однако если  $k_2^2 \gg 1/Q_3 Q_2$ , то Ф стремится к постоянной величине так же, как и S. Таким образом, при параметрах, соответствующих  $S_{\rm max}$ , получается и близкая к предельной полоса удержания.



В рассчитываемой системе при гелиевых температурах могли появляться трудноустранимые расстройки между частотами промежуточного контура и сверхпроводящего резонатора. Расчеты, проведенные для расстройки  $\xi_2 = 0,008$  и различных  $Q_3$ , показали, что если  $v_3$  находится в полосе пропускания промежуточного контура (например, при  $Q_2 = 10$ ), то расстройка практически не сказывается на величинах S и  $\Phi$  в исследованных режимах. Машинный расчет истойчивости различных режимов по всем пяти критериям показал, что при малодобротном промежуточном контуре  $(Q_2 \sim 10)$  величина полосы удержания Ф достаточно точно определяется



критерием «вертикальных касательных». При больших добротностях Q<sub>2</sub> величина Ф, определенная по критерию «вертикальных касательных», является завышенной, и необходимо более подробное исследование.

Предложенный способ исследования системы стабилизации частоты, основанный на построении поверхностей параметров, позволяет рас-

арам ры ля ЧЙ ь ь получения максимального коэффициента стабил зац и системы S и определять диапазон возможных изменений параметров при заданном S.

Для реального генератора на туннельном диоде в диапазоне изменений параметров были проведены экспериментальные измерения частотных кривых и величины S. Эксперимент дал хорошее совпадение с машинным расчетом.



Рис. 4

## ЛИТЕРАТУРА

- Jimenez J. J., Benard J. «Oscillateur a etat solide couples a une cavite superaconductrice». L'ode Electrique, No. 2, 4 b, 1973.
  Stein S. P., Turneomre G. P. «Electron Lett.», 8, 321, 1972.
- 3. Курдюмов О. А., Минакова И. И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., № 4, 58, 1966.
- 4. Курдюмов О. А., Минакова И.И. «Изв. вузов», радиоэлектроника, 11, № 1, 41, 1968.
- 5. Махаринский О. В., Минакова И. И. «Изв. вузов», радиоэлектроника, 13, № 7, 805, 1970.

Поступила в редакцию 7.10 1975 г.

Кафедра физики колебаний